

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
ESCUELA DE POSGRADO
Programa de Doctorado en Matemática



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

**El aprendizaje de la función polinomial aplicada a la
Administración en entornos virtuales en estudiantes de
matemática para administradores en una
Universidad Privada de Lima**

**Tesis para optar el grado de
Doctor en Matemática**

Autor:

Mg. Morales Apaza, Alfonso
Código ORCID: 0009-0009-3756-7477

Asesor:

Dr. Morales Marchena, Herón Juan
Código ORCID: 0000-0002-5394-0958
DNI N° 32837715

Línea de Investigación
Didáctica de la Matemática

Nuevo Chimbote - PERÚ
2026

CERTIFICACIÓN DEL ASESOR

Yo, **Dr. Herón Juan Morales Marchena**, Mediante la presente certifico mi asesoramiento de la tesis doctoral titulada **El aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en entornos virtuales en estudiantes de matemática para administradores en una Universidad Privada de Lima.** elaborado por el Magister **Alfonso Morales Apaza**, para obtener el grado de **Doctor en Matemática** en la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa,

Nuevo Chimbote, agosto 2026



Dr. Morales Marchena, Juan Herón

Asesor

DNI N° 32837715

Código ORCID: 0000-0002-5394-0958

AVAL DEL JURADO EVALUADOR

Tesis doctoral titulada **El aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en entornos virtuales en estudiantes de matemática para administradores en una Universidad Privada de Lima.** elaborado por el Magister **Alfonso Morales Apaza,**

Revisado y Aprobado por el Jurado Evaluador:

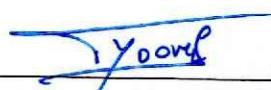


Dr. Cedrón León, Ernesto Antonio

Presidente

DNI N° 32966495

Código ORCID: 0000-0002-3198-831X



Dr. Moore Flores, Teodoro

Secretario

DNI N° 32763522

Código ORCID 0000-0002-1755-3459



Dr. Morales Marchena, Juan Herón

Vocal

DNI N° 32837715

Código ORCID: 0000-0002-5394-0958



UNS
POSGRADO

ACTA DE EVALUACIÓN DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

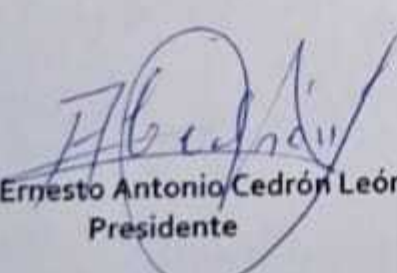
A los veintiséis días del mes de junio del año 2026, siendo las 12:30 horas, en el aula P-02 de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa, se reunieron los miembros del Jurado Evaluador, designados mediante Resolución Directoral N° 381-2026-EPG-UNS de fecha 13.05.2026, conformado por los docentes: Dr. Ernesto Antonio Cedrón León (Presidente), Dr. Teodoro Moore Flores (Secretario) y Dr. Herón Juan Morales Marchena (Vocal); con la finalidad de evaluar la tesis intitulada: **"EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN POLINOMIAL APLICADA A LA ADMINISTRACION EN ENTORNOS VIRTUALES EN ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA PARA ADMINISTRADORES EN UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA"**; presentado por el tesista **Alfonso Morales Apaza**, egresado del programa de **Doctorado en Matemática**.

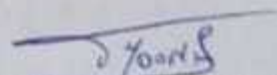
Sustentación autorizada mediante Resolución Directoral N° 482-2026-EPG-UNS de fecha 17 de junio de 2026.

El presidente del jurado autorizó el inicio del acto académico; producido y concluido el acto de sustentación de tesis, los miembros del jurado procedieron a la evaluación respectiva, haciendo una serie de preguntas y recomendaciones al tesista, quien dio respuestas a las interrogantes y observaciones.

El jurado después de deliberar sobre aspectos relacionados con el trabajo, contenido y sustentación del mismo y con las sugerencias pertinentes, declara la sustentación como APROBADO, asignándole la calificación de Dieciocho.

Siendo las 13:45 horas del mismo día se da por finalizado el acto académico, firmando la presente acta en señal de conformidad.


Dr. Ernesto Antonio Cedrón León
Presidente


Dr. Teodoro Moore Flores
Secretario


Dr. Herón Juan Morales Marchena
Vocal / Asesor

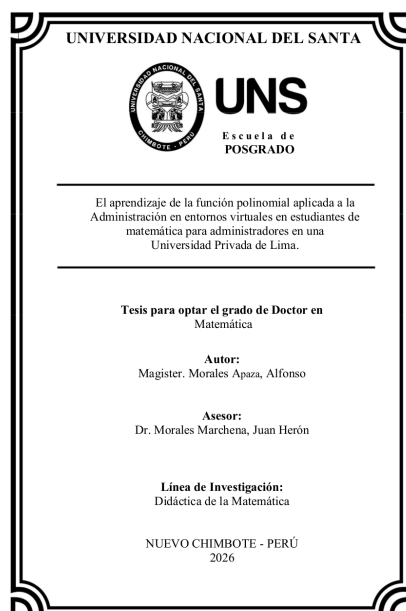


Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: ALFONSO MORALES APAZA
Título del ejercicio: DOCTORADO 2026
Título de la entrega: El aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administr...
Nombre del archivo: INFORME_FINAL_-_DOCTORADO_-_MORALES_APAZA_VF.docx
Tamaño del archivo: 728.73K
Total páginas: 125
Total de palabras: 29,342
Total de caracteres: 166,100
Fecha de entrega: 12-ago-2026 09:22a. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega: 2938114565



El aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en entornos virtuales en estudiantes de matemática para administradores en una Universidad Privada de Lima

INFORME DE ORIGINALIDAD

18%

INDICE DE SIMILITUD

17%

FUENTES DE INTERNET

3%

PUBLICACIONES

7%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	funes.uniandes.edu.co	3%
	Fuente de Internet	
2	qdoc.tips	1%
	Fuente de Internet	
3	hdl.handle.net	1%
	Fuente de Internet	
4	docs.google.com	1%
	Fuente de Internet	
5	repositorio.unal.edu.co	1%
	Fuente de Internet	
6	openaccess.uoc.edu	1%
	Fuente de Internet	
7	pdfcookie.com	1%
	Fuente de Internet	
8	sites.google.com	1%
	Fuente de Internet	
9	instructure-uploads.s3.amazonaws.com	1%
	Fuente de Internet	
10	vdocuments.es	1%
	Fuente de Internet	
11	repositorio.pucp.edu.pe	<1%
	Fuente de Internet	
12	bibliotecadigital.univalle.edu.co	<1%
	Fuente de Internet	
13	documentop.com	<1%
	Fuente de Internet	
14	www.campustudionline.com	<1%
	Fuente de Internet	

ticserendipity.wordpress.com

DEDICATORIA

A mi esposa Vilma Vicente y a mis hijas Nataly y Nadia, por acompañarme en todo momento, brindándome ánimo sincero, alegría y el amor que siempre he necesitado. Su apoyo constante y su motivación han sido fundamentales durante el desarrollo de esta investigación, permitiéndome llegar a la culminación de este trabajo.

A mis profesores, amigos y compañeros de estudio y de trabajo, por su compañía y por contribuir a mi formación con sus experiencias, conocimientos y enseñanzas, los cuales valoro profundamente.

A todos ellos, mi más sincero agradecimiento. Que Dios los bendiga.

Alfonso Morales Apaza

AGRADECIMIENTO

A Dios, por guiarme en cada etapa y permitirme sentir su presencia constante a lo largo de este camino.

A mi familia, por su respaldo y comprensión durante todo este proceso de crecimiento académico y profesional.

A mi asesor, Juan Herón Morales Marchena, por su disposición permanente para orientarme y brindarme su apoyo en la culminación de este proyecto.

A mis compañeros de estudio, por motivarnos mutuamente y acompañarnos hasta alcanzar esta meta.

A la Universidad Nacional del Santa, por facilitar los recursos físicos, humanos y tecnológicos necesarios, así como por ofrecer un entorno adecuado y un acompañamiento eficiente tanto del personal docente como administrativo durante el desarrollo del doctorado.

Alfonso Morales Apaza

INDICE

CERTIFICACIÓN DEL ASESOR.....	ii
AVAL DEL JURADO EVALUADOR	v
RECIBO DE TURNITIN	vii
REPORTE PORCENTUAL DE TURNITIN.....	viii
DEDICATORIA.....	xvii
AGRADECIMIENTO	xviii
INDICE	xix
INDICE DE TABLAS.....	xxi
INDICE DE GRÁFICAS	xxii
RESUMEN.....	xxiii
ABSTRACT	xxiv
Introducción	xxv
1. CAPÍTULO I : PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	27
1.1 Descripción y formulación del problema.....	27
1.2 Formulación de los objetivos de la investigación	30
1.3 Formulación de hipótesis de la investigación	30
1.4 Justificación e importancia de la investigación.....	31
2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	33
2.1 Antecedentes de la investigación	33
2.2 Marco teórico.....	38
2.2.1 Fundamentación epistemológica y didáctica de la función polinómica.....	38
2.2.2 Evidencia empírica sobre el aprendizaje de funciones (polinómicas y derivada).....	39
2.2.3 Modelización matemática aplicada a la Administración.....	40
2.2.4 Aprendizaje.....	40
2.2.5 Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval.	42
2.2.6 Aprendizaje de las funciones polinómicas.....	44
2.2.7 Entornos virtuales de aprendizaje (LMS – Sistemas de Gestión de Aprendizaje) y Blackboard en cursos de matemáticas	46
2.2.8 Enfoques de aprendizaje y principios de diseño didáctico para funciones polinómicas en entornos virtuales	46
2.2.9 Evaluación del aprendizaje: instrumentos, calidad y estándares.....	47
2.2.10 Sustento metodológico del enfoque mixto para la presente tesis.....	48
2.2.11 Tecnología de Información y las Comunicaciones (TIC)	48
2.2.12 Plataforma Blackboard	50
2.3 MARCO CONCEPTUAL:	50
2.3.1 Tratado sobre la Evolución Histórica de las Funciones Polinómicas	51
2.3.2 Definición de función	55
2.3.3 Dominio y Rango de una Función	56
2.3.4 Gráfica de una función:.....	57
2.3.5 Intersecciones de una función.....	58

2.3.6	Clasificación de funciones polinómicas.....	59
2.3.6.1	Función lineal.....	59
2.3.6.2	Función afín	60
2.3.6.3	Función cuadrática	61
2.3.6.4	Función Polinómica.....	63
2.3.7	Modelización matemática.....	65
2.3.8	Entornos virtuales de aprendizaje y Blackboard.....	66
2.3.9	Aprendizaje en línea y retroalimentación formativa.....	67
2.3.10	Variable independiente: Propuesta didáctica basada en TRRS en Blackboard.....	67
2.3.11	Variable dependiente: Aprendizaje de la función polinómica aplicada a la Administración.....	68
3.	CAPÍTULO III: METODOLÓGICA DE LA INVESTIGACIÓN	71
3.1	Método de Investigación.....	71
3.2	Diseño de Investigación.....	71
3.3	Población	72
3.4	Muestra	72
3.5	Operacionalización de las variables.....	73
3.5.1	Variable independiente: Propuesta didáctica basada en la TRRS implementada en Blackboard .	73
3.5.2	Variable dependiente: Aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración	75
3.6	Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	77
3.7	Técnicas de análisis de resultados.....	78
4.	CAPÍTULO IV: DISCUSIÓN Y RESULTADOS.....	80
4.1	Propuesta didáctica: diseño e implementación del Módulo RRS	80
4.2	Resultados cuantitativos	124
4.3	Discusión de Resultados:	136
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	140
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	147
	ANEXOS.....	154

INDICE DE TABLAS

Tabla 1: Tabulación de una función	59
Tabla 2: Población de estudio	72
Tabla 3: Distribución de las partes del módulo	82
Tabla 4: Diseño pedagógico y secuencia de las sesiones	82
Tabla 5: Modelo de operatividad de los RRS por sesión	83
Tabla 6: Resumende las 8 sesiones de aprendizaje	84
Tabla 7: Recursos integrados por sesión en Blackboard	85
Tabla 8: Sesión 1 – Mod. RRS	87
Tabla 9: Sesión 2 – Mod. RRS	91
Tabla 10: Sesión 3 – Mod. RRS	95
Tabla 11: Sesión 4 – Mod. RRS	98
Tabla 12: Sesión 5 – Mod. RRS	103
Tabla 13: Sesión 6 – Mod. RRS	107
Tabla 14: Sesión 7 – Mod. RRS	112
Tabla 15: Sesión 8 – Mod. RRS	117
Tabla 16: Análisis descriptivo de los resultados del Grupo Control	125
Tabla 17: Análisis descriptivo de los resultados del Grupo Experimental	125
Tabla 18: Estadístico descriptivo del postest	126
Tabla 19: Estadístico de la prueba de Levenne.....	130
Tabla 20: Distribución según los criterios propuestos por Cohen (1988)	133
Tabla 21: Resultados de la prueba Wilcoxon al grupo Control	135
Tabla 22: Resultados de la prueba Wilcoxon al grupo Experimental.....	135
Tabla 23: Comparación interpretativa entre grupos.....	136
Tabla 24: Implementación del módulo RRS en Funciones polinómicas.....	152
Tabla 25: Matriz pedagógica	152
Tabla 26: Matriz de consistencia	158
Tabla 27: Matriz operacional de las variables	157

INDICE DE GRÁFICAS

Figura 1: Representación gráfica de una función	55
Figura 2: Representación de una función como una máquina	56
Figura 3: Dominio y Rango interpretados gráficamente.....	57
Figura 4: Puntos sobre la gráfica de una función.....	58
Figura 5: Intersecciones de la gráfica de una función.....	59
Figura 6: Función lineal	60
Figura 7: Gráfica de una función lineal	61
Figura 8: Elementos principales de una función cuadrática.	61
Figura 9: Gráfica de funciones polinómicas	65
Figura 10: Comparación de las medias de los Grupos Control y experimental.....	123
Figura 11: Ganancia promedio Pretest y Postest por grupos Control y Experimental	123
Figura 12: Herramientas de Blackboard - Portafolio	117
Figura 13: Gráfico secuencial de la propuesta didáctica TRRS	143

RESUMEN

La investigación tuvo como objetivo analizar la influencia de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en un entorno virtual de aprendizaje (Blackboard), en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes universitarios de Lima. Se utilizó un enfoque metodológico mixto con diseño cuasi experimental, comparando un grupo control (33 estudiantes) y un grupo experimental (35 estudiantes), a quienes se aplicó un pretest y un postest.

El análisis cuantitativo incluyó estadísticos descriptivos, pruebas paramétricas y no paramétricas, así como el cálculo del tamaño del efecto. Los resultados evidenciaron mejoras significativas en ambos grupos; sin embargo, el grupo experimental presentó una mayor ganancia promedio. Aunque la prueba paramétrica intergrupala no fue significativa, el tamaño del efecto indicó un impacto educativo pequeño a moderado. Los hallazgos muestran que la articulación de múltiples registros de representación, mediada por Blackboard, favorece la comprensión conceptual y la aplicación de la función polinomial en contextos administrativos.

Palabras clave: funciones polinómicas, entornos virtuales, aplicaciones a la administración

ABSTRACT

The purpose of this study was to analyze the influence of a didactic proposal based on the Theory of Semiotic Representation Registers, implemented in a virtual learning environment (Blackboard), on the learning of polynomial functions applied to Administration in university students from Lima. A mixed-methods approach with a quasi-experimental design was used, comparing a control group (33 students) and an experimental group (35 students), to whom a pretest and a posttest were applied.

The quantitative analysis included descriptive statistics, parametric and nonparametric tests, as well as the calculation of effect size. The results showed significant improvements in both groups; however, the experimental group achieved a higher average gain. Although the intergroup parametric test was not statistically significant, the effect size indicated a small to moderate educational impact. The findings reveal that the articulation of multiple representation registers, mediated by Blackboard, enhances conceptual understanding and the application of polynomial functions in administrative contexts.

Keywords: polynomial functions, virtual learning environments, applications to administration.

Introducción

En la actualidad, la enseñanza de la matemática en la educación superior, particularmente en carreras del área de Administración, representa un desafío significativo debido a las dificultades que presentan los estudiantes para comprender y aplicar los conceptos matemáticos en contextos reales de su formación profesional. En especial, el aprendizaje de la función polinomial suele verse afectado por problemas relacionados con la comprensión conceptual, la interpretación gráfica y la transferencia del conocimiento matemático a situaciones propias del análisis administrativo, como el estudio de costos, ingresos, beneficios y toma de decisiones.

Estas dificultades se evidencian con frecuencia en cursos iniciales de matemática universitaria, donde muchos estudiantes muestran limitaciones para relacionar las expresiones algebraicas con representaciones tabulares, gráficas y verbales, lo que repercute negativamente en su desempeño académico y en su actitud hacia la asignatura. Frente a este escenario, surge la necesidad de implementar estrategias didácticas que favorezcan una comprensión más profunda y significativa de los contenidos matemáticos.

En este contexto, el uso de entornos virtuales de aprendizaje ha adquirido relevancia como una alternativa para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemática. Plataformas como Blackboard permiten integrar recursos digitales, actividades interactivas y espacios de comunicación que facilitan el trabajo con múltiples representaciones y promueven una participación más activa del estudiante en la construcción de su conocimiento.

La presente investigación tiene como propósito determinar en qué medida la aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Duval, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración. Para ello, se plantearon dos objetivos

específicos: primero, diseñar una propuesta didáctica sustentada en los registros de representación semiótica: algebraico, tabular, gráfico y verbal e implementada en Blackboard; segundo, evaluar cuantitativamente su impacto en el aprendizaje mediante un diseño cuasi-experimental con pretest y postest.

En este sentido, la investigación busca aportar evidencias sobre el potencial de los entornos virtuales y de las estrategias basadas en múltiples registros de representación para mejorar la comprensión de la función polinomial y fortalecer su aplicación en la formación de futuros profesionales de la Administración.

1. CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Descripción y formulación del problema

Descripción del problema

Es conocido la relación que existe entre la Educación y el desarrollo de la sociedad, Peñafiel (2021) manifiesta que para que el funcionamiento de la escuela sea el correcto se debe amoldar a la sociedad del momento y al entorno social y cultural que la rodea. Por eso se puede decir que la educación está en constante cambio, la escuela debe adaptarse a la sociedad de la comunicación y la información, así como, con el uso de las nuevas herramientas digitales al alcance de nuestros estudiantes dentro del aula.

En una entrevista el exministro de educación Alfaro, D (2024) habló sobre la situación de la educación en el Perú después de la evaluación nacional que se publicó en el 2023, que tuvo como resultado el retraso en tres materias lectura, matemática y ciencias: “La evaluación nacional que se hizo en el 2022, que se publicó en el 2023, ya nos dice que tenemos retrocesos en tres materias: lectura, matemática y ciencias. Esto retrocesos si bien no son tan pronunciados como esperábamos que sean debido a la pandemia, sí nos colocan en una situación muy expectante, en algunos casos retrocedemos cinco años y en otros casos, en matemática, por ejemplo, retrocedemos hasta 10 años [...] Todavía hay una brecha larga que cubrir para poder alcanzar el promedio de los países de la OCDE” Loise S. (2024)

Los resultados se pueden ver en el informe Nacional de Pisa 2022, donde se indica que, en el área de matemáticas, el 66,2% de los estudiantes no alcanza el segundo nivel de desempeño, lo que significa que su rendimiento es bajo. Este grupo de alumnos es capaz de resolver problemas sencillos siguiendo procedimientos rutinarios con instrucciones claras en situaciones específicas, utilizando algoritmos, fórmulas y procesos básicos relacionados con números enteros. Del mismo informe un 20,8% alcanzó el segundo nivel de desempeño, estos estudiantes pueden resolver situaciones que involucran diseñar y aplicar estrategias simples,

ejecutar simulaciones sencillas, extraer información relevante de tablas y gráficos estadísticos, establecer relaciones funcionales o proporciones simples, y realizar interpretaciones literales de los resultados. Mientras que 9,8% de los estudiantes se ubicó en el nivel 3. Sólo el 3,3% se encuentra por encima del nivel de desempeño 3. MINEDU (2022).

En las carreras de Administración, la matemática es una herramienta fundamental para la toma de decisiones estratégicas, el análisis financiero, la gestión de recursos y la optimización de procesos. En los cursos de Matemática para las carreras de administración, los estudiantes deben comprender y aplicar conceptos matemáticos básicos, incluyendo funciones polinomiales, para modelar situaciones administrativas como el cálculo de costos, ingresos y proyecciones de crecimiento.

Sin embargo, se ha observado que muchos estudiantes de Administración presentan dificultades en la comprensión y aplicación de funciones polinomiales, lo que puede afectar su capacidad para interpretar datos y tomar decisiones basadas en modelos matemáticos. Estas dificultades pueden deberse a varios factores, como la falta de conexión entre la teoría matemática y su aplicación en situaciones reales, el enfoque tradicional de enseñanza y la poca utilización de herramientas tecnológicas que faciliten el aprendizaje.

En la actualidad, los entornos virtuales de aprendizaje (plataformas interactivas, simuladores, software matemático, entre otros) han surgido como una alternativa innovadora para mejorar la enseñanza de conceptos matemáticos en educación superior. Sin embargo, aún es necesario investigar qué impacto tienen estos entornos en el aprendizaje de los estudiantes de Matemática en carreras de Administración y si realmente facilitan la comprensión de las funciones polinomiales en contextos administrativos.

Frente a esta problemática, la presente investigación plantea que el diseño e implementación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Duval, apoyada en el entorno virtual Blackboard, puede constituir una

respuesta pedagógica efectiva para mejorar el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración. La variable independiente: la propuesta didáctica TRRS implementada en Blackboard, actúa como intervención pedagógica estructurada, orientada a que los estudiantes trabajen con múltiples registros de representación (algebraico, tabular, gráfico y verbal) en situaciones contextualizadas en el ámbito administrativo. La variable dependiente: el aprendizaje de la función polinomial, se expresa en la capacidad del estudiante para identificar, operar, graficar e interpretar funciones polinómicas en contextos reales de su formación profesional. En este sentido, la relación entre ambas variables es de naturaleza causal-pedagógica: se espera que la aplicación sistemática de la propuesta didáctica produzca mejoras medibles y significativas en el nivel de aprendizaje de los estudiantes.

Formulación del problema

Problema General

¿En qué medida la aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes del curso de Matemática para Administradores en una Universidad privada de Lima?

Problemas específicos:

1. ¿Cómo debe diseñarse una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica e implementada en el entorno virtual Blackboard para favorecer el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración?
2. ¿En qué medida la implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el entorno virtual Blackboard produce mejoras significativas en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, según los resultados cuantitativos obtenidos en el pretest y posttest?

1.2 Formulación de los objetivos de la investigación

Objetivo General:

Determinar en qué medida la aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes del curso de Matemática para Administradores en una Universidad privada de Lima.

Objetivos Específicos:

1. Diseñar una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica e implementada en el entorno virtual Blackboard para favorecer el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración.
2. Evaluar el impacto de la implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el entorno virtual Blackboard sobre el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, mediante los resultados cuantitativos obtenidos en el pretest y postest.

1.3 Formulación de hipótesis de la investigación

Hipótesis general

La aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora significativamente el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes del curso de Matemática para Administradores en una Universidad privada de Lima, evidenciado por el incremento en el desempeño académico entre el pretest y el postest.

Hipótesis específicas

1. El diseño de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, permite estructurar actividades

de aprendizaje que favorecen la comprensión y aplicación de la función polinomial en contextos administrativos.

2. La implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el entorno virtual Blackboard produce mejoras significativas en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, reflejadas en diferencias cuantitativamente favorables entre los resultados del pretest y el posttest del grupo experimental respecto al grupo control.

1.4 Justificación e importancia de la investigación

Justificación

La enseñanza de las funciones polinómicas en el contexto administrativo no siempre aborda estrategias didácticas adecuadas lo que puede dificultar la comprensión de los estudiantes. Esta propuesta busca fortalecer la conexión entre los modelos matemáticos y su aplicación en administración, facilitando su aprendizaje.

Implementar este módulo permite evaluar su impacto en el aprendizaje y detectar mejoras en la enseñanza, los resultados podrían aplicarse en futuras mejoras curriculares en cursos de matemáticas aplicadas.

En conclusión, este trabajo es muy importante pues pretende diseñar y validar una propuesta de intervención, orientada a mejorar el aprendizaje de las funciones polinómicas y sus aplicaciones en la administración y economías, en el curso de matemática para administradores, aprovechando las herramientas y recursos de la plataforma Blackboard.

Importancia

Esta investigación es relevante porque aborda el aprendizaje de funciones matemática aplicadas a la administración en estudiantes de matemática, un tema clave en la formación de

profesionales capaces de modelar y resolver problemas en contextos administrativos y económicos. Su importancia radica en varios aspectos:

En la parte académica contribuye al desarrollo de estrategias didácticas innovadoras para la enseñanza de funciones polinómicas. Asimismo, genera un conocimiento de cómo los estudiantes comprenden y aplican los conceptos matemáticos a situaciones de contexto real a la vez que puede servir como base a futuras investigaciones.

En la parte pedagógica la propuesta de un módulo de aprendizaje teniendo como base la teoría de registros semióticos de representación (de las funciones polinómicas) de Duval para el aprendizaje de funciones matemáticas, facilita su comprensión y aplicación en problemas administrativos y permite evaluar la efectividad de metodologías activas en comparación con enfoques tradicionales.

2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación

Existen una gran cantidad de trabajos relacionados a la enseñanza y aprendizaje de las funciones polinómicas en estudiantes de administración y economía soportados por plataformas de aprendizaje. A continuación, presentamos los trabajos previos que se han considerado importante para nuestra investigación.

Lozano, R. (2018), en su investigación titulada “Enseñanza de las funciones desde enfoques de representaciones y enfoque comunicacional (con uso de tic) en cursos iniciales de matemáticas universitarias”, se enfoca en estudiantes universitarios de la Universidad del Valle en Colombia. Es un trabajo descriptivo-exploratorio sobre las posibilidades y ventajas de las TIC y los instrumentos tecnológicos, en la enseñanza y aprendizaje de las funciones elementales, con enfoque representacional y comunicacional en estudiantes de Fundamentos de Matemáticas en los programas de Ciencias Económicas Administrativas y Contables de la Universidad Libre, seccional Cali.

El presente trabajo de investigación es una innovación didáctica en la enseñanza de las funciones elementales desde enfoques de representaciones semióticas y enfoque comunicacional con el uso de recursos TIC e instrumentos tecnológicos en cursos iniciales de matemáticas universitarias, para cursos de Matemáticas Fundamentales, también llamado Matemática 1, en Programas de Pregrado de la Facultad de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables de la Universidad Libre, Seccional Cali.

Amaya, J. (2019) en su trabajo de investigación titulado: Los sistemas de representación semiótica en la enseñanza de funciones polinómicas de segundo grado en la Institución Educativa Javiera Londoño. Medellín, manifiesta que los actuales planteamientos sobre la educación matemática, la enseñanza de las funciones debe centrarse en el estudio de situaciones

de variación donde se identifiquen los elementos que varían, cómo lo hacen y de qué manera están relacionados, lo cual resulta más sencillo cuando dichas situaciones están enmarcadas en un contexto específico y cercano para los estudiantes. Por esto, en el presente trabajo se propone la realización de una secuencia didáctica conformada por una serie de actividades que promueven el uso de diferentes registros de representación semióticos (Duval, 1999).

Finalmente, Valverde Calderón (2018) examina en estudiantes ingresantes de Ingeniería el papel de los registros semióticos en el Cálculo Diferencial mediante un estudio de casos-panel. El trabajo detecta que las conversiones no congruentes especialmente en los registros verbal y gráfico constituyen un foco de dificultad, y concluye que es imprescindible estructurar secuencias didácticas que fuercen el tránsito y la coordinación entre registros para alcanzar comprensiones duraderas del objeto matemático, con implicaciones directas para el tratamiento de funciones polinómicas en contextos aplicados

En el plano de los entornos virtuales, Cotrina Clavo, Estrada Yglesias y Minaya Alvarado (2023) estudian en la UPC la relación entre la satisfacción con Blackboard Collaborate y el compromiso académico en Matemáticas 1. Con un diseño correlacional y muestra por conglomerados ($n = 156$), reportan una correlación directa significativa y de tamaño de efecto moderado a nivel global y en Negocios/Ingeniería, no observada en Comunicaciones, lo que sugiere que la efectividad del Learning Management System (LMS) Sistema de Gestión del Aprendizaje depende de la naturaleza del curso y del contexto disciplinar; proponen, en consecuencia, ajustes en el diseño pedagógico de las asignaturas para potenciar su impacto.

Meza Castillo y Espinoza Polo (2023), en un estudio cuantitativo realizado en una institución de educación superior de Chimbote, validan psicométricamente un instrumento y estiman que el uso de Blackboard tiene un impacto directo y significativo sobre el aprendizaje efectivo ($R^2=0.669$), recomendando una adopción más amplia del Learning Management

System (LMS) - Sistema de Gestión del Aprendizaje - para mejorar resultados en asignaturas de matemáticas. La evidencia respalda que el diseño de experiencias en la plataforma debe ser intencional y alineado con los objetivos de aprendizaje del curso.

Moya Lázaro (2023) analiza, en un curso universitario de Cálculo I, el uso que realizan los estudiantes de los registros algebraico y gráfico, así como las actividades cognitivas de formación, tratamiento y conversión cuando resuelven tareas de límite de funciones. El estudio, de enfoque cualitativo y tipo estudio de caso, evidencia un claro predominio del registro algebraico y una escasa movilización de conversiones, con insuficiente visualización del objeto en el registro gráfico, concluyendo que la comprensión del límite exige integrar y coordinar múltiples representaciones de manera sistemática para superar estas carencias.

Proleón Patricio (2019) aborda la optimización mediante multiplicador de Lagrange con estudiantes de Economía y aplica la teoría de Duval, apoyándose en GeoGebra para propiciar conversiones entre registros algebraico y gráfico. Bajo un diseño cualitativo con elementos de Ingeniería Didáctica, encuentra que el soporte tecnológico favorece el tránsito entre registros, aunque persisten dificultades de coordinación semántica, lo que refuerza la pertinencia de propuestas didácticas que expliciten y gradúen las conversiones en escenarios cercanos a la administración y la economía.

Ortega, J. (2021) realizó un trabajo de investigación titulado Proyecto de aula para la enseñanza a través de la virtualidad de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer grado apoyado en el software GeoGebra. Este proyecto de aula virtual tiene como propósito diseñar e implementar estrategias que fomenten la interpretación y representación de funciones polinomiales de primer, segundo y tercer grado, utilizando el software GeoGebra como apoyo. Para lograrlo, se analiza el comportamiento de fenómenos y situaciones del entorno escolar que permiten el modelamiento a través del ajuste polinomial.

El desarrollo del proyecto se fundamenta en un modelo constructivista dialéctico, incentivando el aprendizaje significativo y el trabajo colaborativo. Su enfoque es cualitativo y sigue un método inductivo. Durante la intervención, se utilizaron applets de GeoGebra diseñados específicamente para esta propuesta, y se motivó a los estudiantes mediante situaciones contextualizadas en problemáticas sociales relevantes para ellos. Los resultados obtenidos reflejaron un avance progresivo en el desempeño de los estudiantes, evidenciando que las herramientas virtuales diseñadas e implementadas fueron efectivas para alcanzar los objetivos propuestos.

Desde Argentina, Lombardo, Benítez, Domínguez, Skrypczuk y Pagnoni (2020) identifican los registros movilizados en el tratamiento de crecimiento y concavidad a partir de la derivada en Análisis Matemático e implementan una secuencia didáctica para aumentar el uso de registros. La comparación antes/después sugiere mejoras en la calidad de los abordajes cuando las actividades obligan conversiones entre representaciones, una orientación afín a cursos con funciones polinómicas donde se requieren interpretaciones gráficas y algebraicas coherentes.

En un estudio publicado en la revista *Educational Studies in Mathematics*, Olatz Moreno-Arotzena, Íñigo Pombar-Hospitaler y José Ignacio Barragués (2020) analizaron la comprensión que tienen estudiantes universitarios sobre el concepto de gradiente de funciones de dos variables, centrándose en el uso de diferentes registros de representación matemática. La investigación se desarrolla desde la perspectiva de la teoría de los registros de representación semiótica, que sostiene que la comprensión de un objeto matemático requiere la coordinación entre diversas formas de representación, tales como expresiones analíticas, representaciones gráficas y descripciones geométricas. El estudio examina cómo los estudiantes identifican el gradiente en distintos contextos y cómo realizan conversiones entre estas representaciones al resolver tareas de cálculo multivariable. Los resultados evidencian

que la dirección de la conversión entre registros influye significativamente en el desempeño de los estudiantes, ya que algunas transiciones resultan cognitivamente más complejas que otras. En particular, se observó que los estudiantes presentan mayores dificultades al pasar de representaciones gráficas a expresiones analíticas. Los autores concluyen que la comprensión del gradiente no depende únicamente de la aplicación de procedimientos algebraicos, sino también de la capacidad de articular e interpretar múltiples representaciones matemáticas. En consecuencia, recomiendan que la enseñanza del cálculo multivariable incorpore actividades que promuevan la coordinación entre registros de representación y que consideren la direccionalidad de estas conversiones, con el fin de favorecer una comprensión conceptual más profunda de este objeto matemático.

Amaya Baena (2019) en un trabajo de maestría realizado en Colombia, diseñó e implementó una secuencia didáctica que se fundamenta en la teoría de los registros de representación semiótica para la enseñanza de la función polinómica de segundo grado en estudiantes de noveno grado de educación básica secundaria. La propuesta didáctica se estructuró a partir de situaciones de variación contextualizadas y del uso articulado de diversos registros de representación, entre ellos el verbal, tabular, algebraico y gráfico, con el propósito de favorecer la comprensión del concepto de función cuadrática. A través de la aplicación de actividades que promovían la conversión y coordinación entre dichos registros, el estudio evidenció mejoras en la capacidad de los estudiantes para interpretar, relacionar y representar la función en diferentes formas. Los resultados muestran que la utilización intencional de múltiples representaciones contribuye significativamente a la construcción del significado del concepto matemático y al fortalecimiento del razonamiento funcional. Asimismo, la investigación concluye que este enfoque didáctico facilita el desarrollo de una comprensión más integrada del objeto matemático, lo que evidencia la pertinencia y transferibilidad de la

teoría de registros de representación para la enseñanza de contenidos polinomiales tanto en la educación media como en niveles educativos superiores.

Ali Alkramiti y Fahad Alsharidah (2022) desde la perspectiva de la calidad del aprendizaje en línea, evaluaron el diseño de cursos de matemáticas implementados en la plataforma Blackboard, utilizando como referencia los estándares de la rúbrica de calidad de Quality Matters (sexta edición). La investigación se desarrolló mediante un diseño mixto explicativo secuencial, que incluyó encuestas aplicadas a 31 docentes y 75 estudiantes, así como entrevistas para profundizar en la interpretación de los resultados. Los hallazgos evidenciaron un alto nivel de cumplimiento de los estándares de calidad desde la perspectiva docente, mientras que desde la percepción de los estudiantes el cumplimiento fue moderado. Asimismo, se identificaron áreas de mejora relacionadas con la organización de contenidos, la claridad de las actividades y la adaptación de los recursos digitales a las características propias de los cursos de matemáticas. Los autores concluyen que la aplicación de marcos de evaluación como Quality Matters permite fortalecer el diseño pedagógico de los cursos virtuales, aportando criterios para mejorar la calidad del aprendizaje en entornos digitales.

2.2 Marco teórico

2.2.1 Fundamentación epistemológica y didáctica de la función polinómica

La función polinómica es un objeto matemático central por su potencia explicativa y su versatilidad para modelar fenómenos de variación en contextos reales (crecimiento, decrecimiento, extremos, concavidad). En el ámbito de Administración y Negocios, su uso permite representar costos, ingresos, demanda, beneficio y precios y, mediante el cálculo diferencial elemental, apoyar la toma de decisiones (por ejemplo, determinar un punto de producción óptimo o un precio que maximiza el ingreso). La literatura en educación matemática muestra, no obstante, una brecha recurrente entre la manipulación simbólica y la comprensión gráfica y verbal de dichos fenómenos, lo que produce dificultades para interpretar

y decidir con base en las distintas representaciones de la misma función (p. ej., leer el vértice de una cuadrática como máximo económico).

Desde el punto de vista cognitivo, el aprendizaje significativo de una función polinómica exige articular las propiedades simbólicas (grado, coeficientes, signo del término líder) con los rasgos gráficos (interceptos, concavidad, máximos/mínimos) y con su interpretación verbal y tabular en contextos aplicados. Hallazgos empíricos reportan que, cuando no se promueve explícitamente la articulación, los estudiantes tienden a privilegiar el registro algebraico, con escaso tránsito hacia los registros gráfico y verbal, lo que limita tanto la comprensión como el uso en problemas reales de gestión o economía (Moya Lázaro, 2023; Valverde Calderón, 2018).

2.2.2 Evidencia empírica sobre el aprendizaje de funciones (polinómicas y derivada)

Diversos estudios muestran que secuencias didácticas basadas en variación, modelización y TRRS mejoran la comprensión de funciones polinómicas (en particular, la función cuadrática) al promover interpretaciones coordinadas entre registros verbal, tabular, gráfico y simbólico. De manera consistente, los estudiantes avanzan cuando se les acompaña a visualizar propiedades (vértice, concavidad) y a relacionarlas con parámetros algebraicos para decidir en contextos realistas (por ejemplo, elegir entre escenarios de producción o precios) (Amaya Baena, 2019; Lombardo et al., 2020).

La literatura en temas afines (gradiente de funciones de varias variables, optimización con multiplicador de Lagrange) señala que el éxito de la conversión depende de su dirección (no es igual de exigente simbólico-gráfico que gráfico-simbólico) y que el uso de tecnología (GeoGebra, hojas de cálculo) puede facilitar algunos pasajes, pero no sustituye la coordinación semántica entre registros; por ello, se requiere diseño instruccional que explicita el tránsito y

criterios de verificación de consistencia entre representaciones (Moreno-Arotzena et al., 2021; Proleón Patricio, 2019).

2.2.3 Modelización matemática aplicada a la Administración

La modelización permite traducir situaciones reales (mercados, costos, ingresos, demanda) a estructuras matemáticas que capturan relaciones entre variables y admiten análisis y predicción. En contextos de negocios, el uso de modelos polinómicos (en particular, cuadráticos) es frecuente para aproximar comportamientos y apoyar decisiones gerenciales (máximos, mínimos, análisis marginal). Investigaciones en educación matemática muestran que, a lo largo del proceso de modelización, los equipos producen modelos en distintos registros (numéricos vs. algebraicos) y que la calidad del modelo se relaciona con la ruta cognitiva seguida: los modelos algebraicos suelen emerger de rutas más complejas y potentes, mientras que los numéricos menos adecuados reflejan déficits en subcompetencias de transición entre fases del ciclo de modelización (Awawdeh Shahbari & Tabach, 2020).

En consecuencia, una propuesta de enseñanza que promueva conversiones hacia representaciones algebraizadas (cuando el problema lo exige) y que haga explícito el vínculo entre registros favorece la toma de decisiones en escenarios administrativos (p. ej., usar el vértice de una cuadrática como producción/beneficio óptimo) (Awawdeh Shahbari & Tabach, 2020; Lombardo et al., 2020).

2.2.4 Aprendizaje

El aprendizaje es Para muchos hay una forma de aprender, sin embargo, hay muchos tipos de aprendizaje cada uno de ellos con sus propias características, a continuación, alguno de ellos:

- **Conductismo:** Según Vega et al. (2019) considera que el conductismo es una corriente de la psicología que se centra en comportamiento humano y animal, deja de lado todo lo intrínseco para concentrarse en las conductas observables y medibles. Esta conducta

es determinada por refuerzos y castigos. J.B. Watson es considerado el fundador del conductismo, corriente que estableció la conducta como el principal objeto de estudio. En sus inicios, esta debía ser completamente observable y susceptible de ser medida de manera objetiva. El propósito del conductismo era investigar y analizar cómo los estímulos del entorno influyen en las respuestas de los organismos. Su enfoque buscaba establecer leyes generales del comportamiento a partir de la observación sistemática. Con ello, se impulsó una visión científica del aprendizaje basada en la experimentación controlada.

- **Constructivismo:** Para Vega et al. (2019) el constructivismo puede entenderse como una corriente que promueve que el estudiante sea protagonista de su propio proceso de aprendizaje. Esta teoría sostiene que el alumno no es un receptor pasivo de información, sino un agente activo que construye su conocimiento a partir de la interacción con su entorno. Entre sus ideas fundamentales se destacan: el estudiante asume la responsabilidad de su aprendizaje, relaciona la información nueva con conocimientos previos, establece conexiones significativas entre conceptos y otorga sentido a lo que aprende. Así mismo, reconoce la importancia del apoyo de otras personas, como el docente, sus compañeros o los padres, en el proceso de construcción del conocimiento. En este enfoque, el profesor actúa como guía y facilitador, orientando el aprendizaje más que transmitiéndolo de manera directa. Los principales exponentes del constructivismo incluyen a Jean Piaget, quien destacó el desarrollo cognitivo por etapas, y David Ausubel, quien subrayó la importancia del aprendizaje significativo. Esta perspectiva ha influido profundamente en la forma en que se conciben hoy la enseñanza y el rol activo del estudiante en su formación.
- **Socio constructivismo:** Este enfoque, desarrollado por L. S. Vygotsky en la década de 1920, plantea que el estudiante es un ser social cuyo aprendizaje está profundamente

influenciado por su entorno cultural. Según esta perspectiva, la cultura no solo afecta, sino que también construye y transforma la manera en que el alumno adquiere conocimientos. Vega et al. (2019) manifiesta que si el conocimiento de una persona se construye socialmente de acuerdo a esta teoría será entonces necesario que la planeación se diseñe con actividades que permitan precisamente esa interacción social y que la relación no se centre en alumno-maestro, sino que se lleve a éste a su comunidad y se promueva la participación activa con sus pares.

A lo largo de la historia, la educación ha evolucionado para responder a las necesidades tanto de docentes como de estudiantes. Por esta razón, resulta fundamental conocer y aplicar herramientas que mejoren y optimicen el proceso de enseñanza-aprendizaje. El estudio de las teorías educativas permite comprender cómo aprenden los estudiantes y, a partir de ello, contribuir de manera más efectiva a lograr un aprendizaje significativo en ellos.

Una de las teorías que es sujeto de nuestro módulo de aprendizaje es la Teoría de registros Semióticos de Duval que describimos a continuación.

2.2.5 Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval.

El marco teórico en el cual se apoya esta intervención educativa es la teoría de registros semióticos de Raymond Duval (2004), el cual señala que una condición indispensable para la aprehensión del objeto matemático es que el estudiante realice conversiones y tratamientos en registros semióticos diversos. Asimismo, en Huapaya (2012) afirmamos que una articulación adecuada de registros, presentados en situaciones contextualizadas permitirá un sólido aprendizaje de conceptos matemáticos. Suarez (2007) afirma que, para asegurar el desarrollo eficaz de las actividades de aprendizaje en la fase virtual, no basta solo con contar con una plataforma, esto es, con un entorno virtual de aprendizaje, sino que es necesario diseñar una estructura pedagógica de aprendizaje que nos permita orientar y concretar los procesos de aprendizaje en contextos virtuales. Además (Pineda, Sepúlveda y Romera, 2021) manifiestan

que según Duval (1999) Los sistemas de representación semiótica, como el gráfico, algebraico, pictórico y el lenguaje natural, se consideran registros de representación semiótica cuando cumplen con tres características cognitivas relacionadas con las representaciones. La primera consiste en la creación de un conjunto de símbolos que permitan representar un objeto dentro de un sistema específico. La segunda, denominada tratamiento, implica la transformación de las representaciones del objeto matemático mediante las propiedades del sistema en el que se encuentra, con el propósito de generar nuevas representaciones que favorezcan un aprendizaje significativo. Por último, la conversión se refiere al proceso de trasladar la representación de un objeto matemático de un sistema a otro, por ejemplo, de un registro algebraico a uno gráfico, pictórico o en lenguaje natural (Olivares, 2018).

Por otra parte, Milevicich & Lois (2011, p.2) afirma que la enseñanza de la matemática en entornos virtuales debiera atender de modo particular, a las condiciones en las cuales se produce la formación de conceptos. Esto implica tomar en cuenta tres aspectos importantes:

- El recurso que genera la representación (pizarra interactiva, computadora, videograbadora, smartphone, calculadora, emulador, app, etc.),
- La relación entre la representación y el objeto representado, de tal modo que posibilite el acceso al objeto representado
- Las razones por las que el uso de la representación es necesario, facilitando su visualización y/o conversiones y tratamientos.

La TRRS, propuesta por Raymond Duval, aporta un andamiaje teórico para explicar por qué muchos estudiantes, aun dominando procedimientos, no logran comprensión profunda de objetos matemáticos: las matemáticas requieren operar con sistemas semióticos heterogéneos y distinguir entre tratamiento (operar dentro de un mismo registro) y conversión (pasar de un registro a otro), además de coordinar significados entre registros (p. ej., entre el lenguaje simbólico y el gráfico) (Duval, 2020). En particular, Duval destaca que la potencia

del pensamiento matemático radica en usar registros diferentes (numéricos, algebraicos, gráficos, verbales, diagramas, tablas) y en integrar lo que cada uno hace visible del objeto; por eso, limitar la actividad a un solo registro suele obstaculizar el aprendizaje conceptual (Duval, 2020).

La evidencia en funciones confirma este diagnóstico: investigaciones en diversos niveles muestran dificultades de conversión (p. ej., de tabla a simbólico o de simbólico a gráfico), efecto de la direccionalidad de la conversión sobre el éxito, y mejoras cuando la secuencia didáctica fuerza y acompaña el tránsito y la coordinación de registros; en temas de derivada, crecimiento y concavidad, estas prácticas impactan positivamente en el desempeño conceptual y aplicado (Moreno-Arotzena, Pombar-Hospitaler, & Barragués, 2021; Lombardo, Benítez, Domínguez, Skrypczuk, & Pagnoni, 2020). En educación superior latinoamericana se han documentado casos en Cálculo y Análisis Matemático donde, sin intervención explícita, predomina el registro algebraico, con baja visualización y escasa conversión, lo que coincide con los principios de la TRRS (Moya Lázaro, 2023; Valverde Calderón, 2018).

En el aprendizaje de funciones polinómicas, investigaciones latinoamericanas han constatado que los estudiantes privilegian el registro algebraico y presentan baja visualización gráfica y escasas traducciones entre representaciones (Lombardo et al., 2020; Amaya Baena, 2019).

2.2.6 Aprendizaje de las funciones polinómicas

El aprendizaje de las funciones polinómicas puede entenderse mejor si se aborda desde tres dimensiones complementarias:

- **Dimensión conceptual:** implica comprender a fondo las características de la función, como su grado, los coeficientes, la concavidad, así como interpretar elementos clave como el vértice y el significado de sus raíces.

- **Dimensión procedimental:** se relaciona con el manejo de herramientas matemáticas, por ejemplo, derivar, factorizar, evaluar la función o construir tablas de valores.
- **Dimensión aplicada:** se centra en utilizar estas funciones en situaciones reales, especialmente en contextos administrativos, donde se requiere analizar gráficos, interpretar tablas y sustentar decisiones o modelos económicos.

Desde mi enfoque, considero que el aprendizaje se vuelve más sólido cuando estas tres dimensiones se trabajan de manera integrada, combinando actividades de análisis de variación, interpretación gráfica, modelización y la articulación entre distintos registros de representación, tal como señalan diversos estudios recientes. (Lombardo et al., 2020)

Desde mi punto de vista, los conceptos de **tratamiento, conversión y coordinación** constituyen la base de la teoría de los registros de representación semiótica propuesta por Raymond Duval para comprender cómo se aprende matemática. Gracias a estos procesos, el estudiante puede ir más allá de la simple manipulación de símbolos y avanzar hacia una comprensión más profunda, integrando tanto el trabajo dentro de un mismo registro como el paso entre distintos tipos de representación (gráfica, algebraica, tabular y verbal).

En mi experiencia, estos procesos se pueden entender de la siguiente manera:

- **Tratamiento:** es cuando trabajo dentro de una misma forma de representación, sin cambiar de “lenguaje”. Por ejemplo, al resolver una ecuación usando únicamente expresiones algebraicas.
- **Conversión:** ocurre cuando traduzco la información de un registro a otro distinto, como al pasar de una tabla a una gráfica o al explicar con palabras una fórmula matemática.
- **Coordinación:** implica integrar lo que entiendo de diferentes representaciones para construir un significado más completo y profundo del concepto matemático.

2.2.7 Entornos virtuales de aprendizaje (LMS – Sistemas de Gestión de Aprendizaje) y Blackboard en cursos de matemáticas

La investigación reciente documenta que el uso de Blackboard (en combinación con diseño instruccional cuidadoso) se asocia con mejoras en aprendizaje y compromiso en cursos de matemáticas, con tamaños de efecto moderados o altos según el contexto institucional. En estudios peruanos, se han encontrado relaciones significativas entre satisfacción con Blackboard y compromiso académico en Matemáticas 1, y impacto directo y significativo del uso de Blackboard sobre el aprendizaje efectivo ($R^2 \approx 0.669$), recomendándose su ampliación y la mejora del diseño de actividades para optimizar resultados (Cotrina Clavo, Estrada Yglesias, & Minaya Alvarado, 2023; Meza Castillo & Espinoza Polo, 2023).

A nivel internacional, evaluaciones con la rúbrica Quality Matters (QM) en cursos de matemáticas alojados en Blackboard reportan alto cumplimiento de estándares desde la perspectiva docente y cumplimiento moderado desde la estudiantil, señalando áreas de mejora específicas (navegación, claridad de objetivos, feedback) que inciden en la experiencia de aprendizaje; tales hallazgos orientan ajustes concretos para cursos de matemáticas en modalidad virtual o híbrida (Alkramiti & Alsharidah, 2022). Revisiones de alcance subrayan la relevancia de redefinir los espacios de aprendizaje, aprovechar herramientas de colaboración en línea y considerar evidencias multimodales para sostener prácticas pedagógicas efectivas (Engelbrecht & Borba, 2024).

2.2.8 Enfoques de aprendizaje y principios de diseño didáctico para funciones polinómicas en entornos virtuales

El constructivismo y los enfoques socio-constructivistas justifican el énfasis en tareas ricas que demanden explicación, contraste de representaciones y retroalimentación formativa. En el caso de la función polinómica aplicada a la administración, esto se operacionaliza mediante secuencias que conduzcan al estudiante desde tratamientos (procedimientos dentro

de cada registro) hacia conversiones (p. ej., simbólico – gráfico – verbal) y culminen con coordinación para decidir en escenarios de gestión (costos–ingresos–beneficios). La investigación empírica citada muestra que forzar y acompañar estas transiciones mejora la comprensión y el desempeño en problemas de optimización y análisis marginal, efecto que se incrementa cuando las tareas se integran en un LMS con retroalimentación y criterios claros (rúbricas) (Lombardo et al., 2020; Duval, 2020).

De manera complementaria, los estudios de casos y sistematizaciones en Latinoamérica confirman la relevancia de la TRRS para el aprendizaje de funciones en básica y superior, pero advierten la necesidad de diseños sistemáticos que cierren la brecha entre investigaciones y prácticas de aula, particularmente en la articulación registro – contexto y en la evaluación de desempeños multirregistro (Moya Lázaro, 2023; Valverde Calderón, 2018).

2.2.9 Evaluación del aprendizaje: instrumentos, calidad y estándares

En evaluación educativa, las pruebas objetivas y rúbricas deben alinearse con las dimensiones del aprendizaje de funciones polinómicas (conceptual, procedimental y aplicada–multirregistro) y con los procesos TRRS (tratamiento, conversión y coordinación). La calidad de los instrumentos se sustenta en la validez (de contenido, de constructo) y en la confiabilidad (p. ej., alfa de Cronbach), así como en reportes transparentes de supuestos y análisis. Las recomendaciones de los Standards for Educational and Psychological Testing enfatizan el uso e interpretación responsable de resultados, y el Código de Ética de AERA regula la protección de participantes y la integridad del proceso (AERA, APA & NCME, 2014; AERA, 2011).

En análisis estadístico, la evaluación de la homogeneidad de varianzas mediante Levene y sus variantes robustas (Brown–Forsythe) es recomendable cuando hay nonnormalidad; su elección condiciona el uso de t de Student (varianzas iguales) o Welch (varianzas desiguales), y alternativamente pruebas no paramétricas como Mann–Whitney; además, deben reportarse

tamaños del efecto (d de Cohen, g de Hedges) para valorar la magnitud práctica de los hallazgos (Brown & Forsythe, 1974; Cronbach, 1951).

2.2.10 Sustento metodológico del enfoque mixto para la presente tesis

Dado que el problema de investigación combina la necesidad de estimar el impacto de la propuesta didáctica en entornos virtuales (cuantitativo) y la de explicar los mecanismos de aprendizaje relacionados con el tránsito y coordinación de registros (cualitativo), un enfoque mixto es el más pertinente. Los diseños convergente y explicativo secuencial (QUAN - qual) permiten integrar evidencias y formular meta-inferencias sólidas sobre el aprendizaje de la función polinómica aplicada a la administración en Blackboard (Engelbrecht & Borba, 2024; Alkramiti & Alsharidah, 2022). Esta integración metodológica es coherente con los hallazgos sobre educación matemática en línea y con los estándares de calidad, ética y reporte de investigación educativa (AERA, 2011; AERA, APA & NCME, 2014).

2.2.11 Tecnología de Información y las Comunicaciones (TIC)

Nuestra sociedad cambia a un ritmo vertiginoso, impulsado fuertemente por los avances de la tecnología y la comunicación; de manera simultánea las exigencias laborales y científicas van modificándose y aumentando constantemente. En este escenario, la universidad del siglo XXI no puede centrar la formación matemática que ofrece a sus estudiantes solamente en el conocimiento de hechos, conceptos y técnicas formales de la matemática. Debe además aprovechar pedagógicamente los recursos y herramientas TIC, disponibles.

Frente a la coyuntura actual debe utilizar plataformas y entornos virtuales que posibiliten el aprendizaje en forma remota.

Actualmente existe una variedad de recursos y medios tecnológicos (pizarra electrónica, calculadora, celular, iPod, iPad, computadora, TV, dispositivos de audio y video, la Internet y los diversos programas, entornos y software que trae consigo). Enseñar matemática sin contexto es generar en el estudiante muchas dificultades. La utilización de las TIC dentro

del currículo sirve como puente para la apropiación de conceptos matemáticos ya que no es suficiente con contextualizar este conocimiento. Adicionalmente, se debe utilizar una o más herramientas y recursos que permitan evidenciarlo.

Podemos también hacer uso de programas, software de simulación y/o modelación para estudiar fenómenos físicos, químicos y biológicos en donde la computadora o la calculadora graficadora se convierten en potentes aliados para realizar cálculos tediosos o facilitar la visualización de representaciones.

En cuanto a la integración de las TIC en los ambientes de aprendizaje, debe tenerse cuidado pues la experiencia dice que, usar las herramientas para llevar a cabo actividades educativas no conduce necesariamente a un mejoramiento de los ambientes de aprendizaje. Muchos docentes y autoridades académicas creen que con dotar de TIC las aulas se mejora la calidad de la educación.

Más que el uso de las herramientas, se requiere diseñar situaciones-problema, tareas, configurar y llevar a cabo acciones en las que se articulen las TIC al currículo con el fin de mejorar la calidad del aprendizaje, de desarrollar competencias y habilidades.

La planeación y desarrollo de estas acciones se ha denominado integración de las TIC. La integración se entiende como la articulación de las partes con el todo. Así, integrar las TIC en los ambientes de aprendizaje implica articularlas al currículo como parte integral de las didácticas y de los principios pedagógicos.

Las TIC tienen un impacto muy grande, pues en ocasiones sirven para comprobar resultados, facilitar demostraciones o para reforzar conceptos y en otras, que son las más importantes, sirven para que el estudiante construya autónomamente su propio conocimiento.

Es necesario preguntarse si los docentes de matemática de nuestra universidad están haciendo uso adecuado de la tecnología y recursos disponibles para la enseñanza y aprendizaje de las funciones polinómicas y sus aplicaciones a la administración y economía en los

estudiantes. ¿Cómo implementan, diseñan y planifican las sesiones de aprendizaje con recursos y herramientas TIC?

2.2.12 Plataforma Blackboard

Esta plataforma incorpora variedad de recursos y herramientas como mensajería interna, foros temáticos, foros de consulta, evaluaciones y trabajos en línea (colaborativos), los cuales usados de manera idónea permiten a estudiantes y docentes comunicar, interactuar, compartir, identificar información relevante, relacionar información y construir conocimiento. Actualmente muchas Universidades ofrecen carreras universitarias en el área de Administración y Economía en la cual los estudiantes cursan los ciclos de fundamentos de cálculo para administradores, durante 16 semanas, dentro del enfoque por competencias. Este proyecto de investigación se orienta a mejorar el aprendizaje de las funciones polinómicas y sus aplicaciones a la administración; cuando es apoyado por el entorno virtual de la plataforma BLACKBOARD en el curso de matemática para administradores de los estudiantes de la modalidad presencial-remota. En diagnósticos realizados en 2020 – 2022 se detecta que muchos estudiantes presentan dificultades en la asimilación y comprensión de las funciones polinómicas y sus aplicaciones a la administración y economía. Frente a esta problemática se plantea aplicar una intervención educativa orientada a mejorar la enseñanza de las funciones polinómicas y sus aplicaciones a la administración apoyado en el entorno virtual de la plataforma BLACKBOARD.

2.3 MARCO CONCEPTUAL:

En este trabajo se presenta un marco conceptual que precisa y organiza los conceptos clave que fundamentan el estudio, manteniendo coherencia con las variables, dimensiones e indicadores del modelo de investigación propuesto. Estas definiciones se sustentan en literatura científica validada y se centran en categorías esenciales para comprender cómo se desarrolla el aprendizaje de la función polinomial en estudiantes universitarios de Matemática para

Administradores. Asimismo, el análisis considera el uso de entornos virtuales como Blackboard y se estructura a partir de los aportes de la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS).

2.3.1 Tratado sobre la Evolución Histórica de las Funciones Polinómicas

El presente estudio analiza la trayectoria de las funciones polinómicas a lo largo de cuatro milenios. Se documenta la transición desde las técnicas algorítmicas de Babilonia y la geometrización griega, pasando por la crisis del Renacimiento italiano y la síntesis cartesiana, hasta culminar en la formalización del álgebra abstracta en el siglo XIX. Se destaca cómo la búsqueda de las raíces de un polinomio transformó la matemática de una herramienta de cálculo en una ciencia de estructuras.

La Era de la Pre-Formalización: El Álgebra Retórica (2000 a.C. – 500 a.C.)

Las funciones polinómicas no surgieron como conceptos abstractos, sino como soluciones a problemas de agrimensura y contabilidad. En la antigua Mesopotamia, los escribas babilonios ya resolvían ecuaciones que hoy categorizamos como cuadráticas

$$(ax^2 + b = c)$$

Según Katz (2009), en tablillas como la BM 13901, el álgebra era puramente "retórica". No existían variables; el "x" era referido como "el lado" y el " x^2 " como "el cuadrado". El proceso era una receta verbal de pasos a seguir. Esta limitación impedía la visualización de polinomios de grado superior, pues la mente antigua estaba atada a la tridimensionalidad física: el grado 1 era una línea, el 2 un área y el 3 un volumen. Más allá de eso, el pensamiento se bloqueaba ante la falta de una dimensión física correspondiente.

La Transición Sincopada y el Aporte Islámico (Siglos III - XII)

El primer paso hacia la notación moderna ocurrió con Diofanto de Alejandría (siglo III d.C.), quien en su obra *Arithmetica* introdujo abreviaturas para las potencias de las incógnitas.

No obstante, fue en la Edad de Oro del Islam donde el estudio de los polinomios cobró autonomía.

Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi sistematizó en el siglo IX la resolución de ecuaciones de segundo grado, separándolas de la geometría pura. Posteriormente, Omar Khayyam (siglo XI) logró un hito al clasificar y resolver ecuaciones de tercer grado mediante la intersección de secciones cónicas. Khayyam demostró que las raíces de un polinomio cúbico podían hallarse geométricamente, aunque admitió que la solución mediante radicales (fórmulas) seguía siendo un misterio (Boyer, 1968).

El Renacimiento Italiano: La Guerra de los Polinomios (Siglo XVI)

En el año 1545, Gerolamo Cardano dio a conocer su obra *Ars Magna*, en la cual expuso el método de resolución para ecuaciones cúbicas de la forma:

$$x^3 + p = q$$

Sin embargo, el origen de dicho método estuvo marcado por una controversia ética de considerable relevancia histórica. Niccolò Tartaglia había desarrollado de manera independiente este procedimiento, manteniéndolo deliberadamente en reserva con el propósito de obtener ventaja en competencias matemáticas de la época. Cardano accedió a dicho conocimiento mediante circunstancias que Tartaglia consideró una violación al acuerdo de confidencialidad establecido entre ambos.

La trascendencia de este período no reside únicamente en la disputa entre sus protagonistas, sino en las implicaciones matemáticas que surgieron del proceso de resolución. Al abordar ciertos casos de estas ecuaciones, los matemáticos del siglo XVI se vieron confrontados con expresiones que involucraban la raíz cuadrada de cantidades negativas, fenómeno conocido como *casus irreducibilis*. Este hallazgo constituyó el antecedente histórico del concepto de número complejo, estructura algebraica fundamental que garantiza la existencia de solución para todo polinomio en el marco del álgebra moderna.

La Revolución Cartesiana: La Geometrización del Álgebra (Siglo XVII)

Con René Descartes y su obra *La Géométrie* (1637), el polinomio se transformó en un objeto visualizable en el plano.

Descartes estandarizó el uso de las últimas letras del alfabeto (x, y, z) para variables y las primeras (a, b, c) para constantes. Según Cajori (1928), esto permitió que los polinomios se vieran por primera vez como funciones $f(x)$, donde cada valor de entrada genera una trayectoria en un eje de coordenadas.

Uno de los aportes más prácticos para el estudio de funciones polinómicas es su famosa regla para predecir la naturaleza de las raíces sin necesidad de resolver la ecuación.

Teorema: El número de raíces reales positivas de un polinomio $P(x) = 0$ es igual al número de variaciones en los signos de sus coeficientes, o menor que ese número por un entero par.

Por ejemplo, en el polinomio:

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 1$$

Los signos son (+, +, -, +). Hay dos cambios de signo: de +3 a -5 y de -5 a +1. Por lo tanto, el polinomio tiene 2 o 0 raíces positivas. Esta técnica permitió a los científicos de la época realizar análisis cualitativos de modelos físicos antes de que existieran las computadoras (Kline, 1972).

Descartes fue uno de los primeros en formalizar el lenguaje sobre las soluciones de un polinomio. Llamó a las raíces positivas "verdaderas" y a las negativas "falsas" (un término que luego evolucionaría). Aún más importante fue su reconocimiento de las raíces imaginarias. Descartes notó que un polinomio de grado n debería tener n raíces, pero que a veces "desaparecían" de la vista geométrica (no cortaban el eje X). Fue él quien utilizó el término "imaginario" para estas soluciones, aunque lo hizo con un tono algo despectivo, sugiriendo que eran cantidades que no podían existir en la realidad física (Katz, 2009).

La contribución de René Descartes a la matematización del pensamiento algebraico resultó determinante para el desarrollo posterior del cálculo infinitesimal. Su reinterpretación geométrica de los polinomios sentó las bases conceptuales sobre las cuales Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz construyeron sus respectivos sistemas de análisis; sin dicha fundamentación, el surgimiento de estas teorías habría carecido del soporte formal necesario. La representación del polinomio como una curva en el plano cartesiano dio lugar a una interrogante de profunda relevancia matemática: ¿cómo cuantificar la variación instantánea de dicha curva en un punto específico? Esta problemática condujo de manera directa a la formalización del concepto de derivada aplicado a funciones polinómicas. En particular, Newton sustentó una parte sustancial de su tratado *Methodus Fluxionum* en la manipulación algebraica de los polinomios formulados bajo el marco cartesiano, evidenciando así la continuidad epistemológica entre la geometría analítica y el cálculo diferencial.

El Teorema Fundamental y el Cierre del Siglo XVIII

Durante años se sospechó que un polinomio de grado n debía tener n raíces. Carl Friedrich Gauss, en 1799, proporcionó la primera demostración rigurosa del Teorema Fundamental del Álgebra: “Todo polinomio no constante con coeficientes complejos tiene al menos una raíz en el plano complejo”. Esto implicó que el sistema de los números complejos es "algebraicamente cerrado", cerrando un ciclo de búsqueda que duró casi cuatro mil años.

La Tragedia de Galois y la Teoría de Grupos (Siglo XIX)

Tras resolver los grados 2, 3 y 4, los matemáticos fallaron durante 250 años en encontrar una fórmula para el grado 5 (la quintica).

Niels Henrik Abel (1824) demostró que tal fórmula es imposible. Sin embargo, fue Évariste Galois quien explicó el porqué. Galois descubrió que la resolubilidad de un polinomio depende de la simetría de sus raíces (su "Grupo de Galois"). Con su trabajo, los polinomios dejaron de ser simples cálculos para convertirse en el pilar del Álgebra Abstracta. Según

Stewart, (2015) el estudio de las funciones polinómicas permitió entender que la matemática no trata solo de números, sino de estructuras y simetrías.

2.3.2 Definición de función

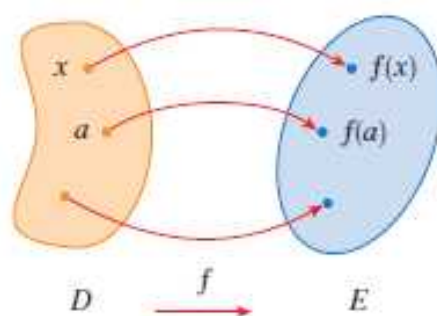
En el siglo XVII, Gottfried Wilhelm Leibniz, uno de los inventores del cálculo, introdujo el término función en el vocabulario matemático. El concepto de función es uno de los más básicos en todas las matemáticas y es esencial para el estudio del cálculo.

En forma breve, una función es un tipo especial de relación que expresa cómo una cantidad (la *salida*) depende de otra cantidad (la *entrada*). Por ejemplo, cuando se invierte dinero a alguna tasa de interés, el interés I (salida) depende del tiempo t (entrada) que el dinero esté invertido. Para expresar esta dependencia, decimos que I es una “función de” t . Las relaciones funcionales como ésta en general se especifican mediante una fórmula que muestra lo que debe hacerse con la entrada para determinar la salida.

Según Larson, R. (2010) dice que una función real f de una variable real x de X a Y es una regla de correspondencia que asigna a cada número x de X exactamente un número y de Y .

Según Stewart, J. (2009) manifiesta que una función f es una regla que asigna a cada elemento x un conjunto D exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto E .

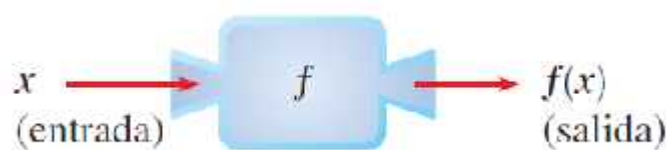
Figura 1: Representación gráfica de una función



Fuente: Tomado de Cálculo (p. 12), J. Stewart, 2008, Sexta Edición.

Además, manifiesta Resulta útil concebir una función como una **máquina**. Si x está en el dominio de la función f , entonces cuando x entra en la máquina, se acepta como una entrada y la máquina produce una salida $f(x)$ de acuerdo con la regla de la función. De este modo, puede concebir el dominio como el conjunto de todas las entradas posibles y el rango como el conjunto de todas las salidas posibles.

Figura 2: Representación de una función como una máquina



Fuente: Tomado de Cálculo (p. 12), J. Stewart, 2008, Sexta Edición.

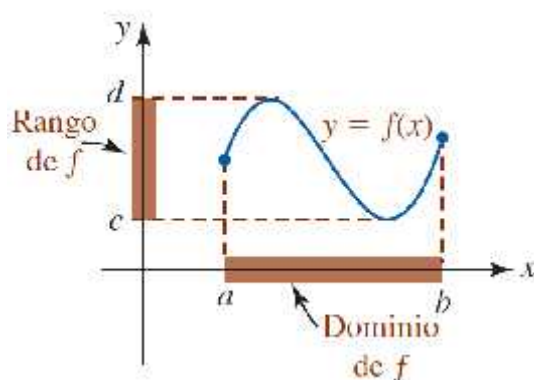
2.3.3 Dominio y Rango de una Función

Tomando como referencia a Stewart, J. (2009) dice que a menudo, se consideran funciones para las cuales los conjuntos D y E son conjuntos de números reales. El conjunto D se llama dominio de la función. El número $f(x)$ es el valor de f en x y se lee “ f de x ”. El rango de f es el conjunto de todos los valores posibles de $f(x)$, conforme x varía en todo el dominio. Un símbolo que representa un número arbitrario en el *dominio* de una función f se llama variable independiente. Un símbolo que representa un número en el *rango* de f se llama variable dependiente.

Según Zill, D. (2011) afirma que en todos los análisis las funciones se representan de varias formas:

1. **analítica**, es decir, por medio de una fórmula como $f(x) = x^2$
2. **verbal**, es decir, mediante una descripción con palabras;
3. **numérica**, es decir, mediante una tabla de valores numéricos; y
4. **visual**, es decir, con una gráfica.

Figura 3: Dominio y Rango interpretados gráficamente



Fuente: Tomado de *Cálculo de una variable* (p. 4), D. Zill, 2011, Ed. Mac Graw Hill.

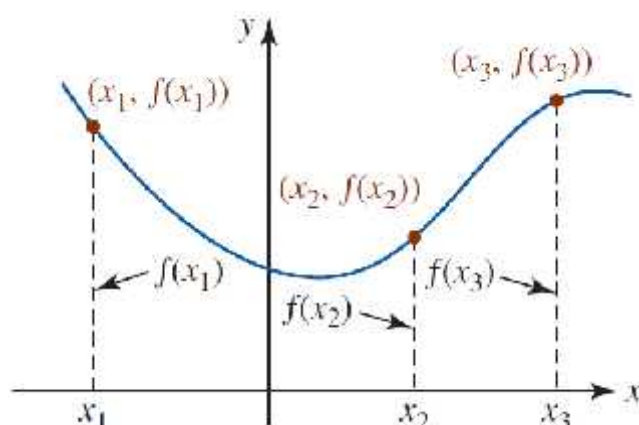
Este conjunto a veces se refiere como dominio implícito o dominio natural de la función. Por ejemplo, no es posible calcular $f(0)$ para la función recíproca $f(x) = \frac{1}{x}$ puesto que $\frac{1}{0}$ no es un número real. En este caso se dice que f está indefinida en $x = 0$. Puesto que todo número real diferente de cero tiene un recíproco, el dominio de $f(x) = \frac{1}{x}$ es el conjunto de números reales excepto cero. Por el mismo razonamiento, la función $g(x) = \frac{1}{(x^2-4)}$ no está definida en $x = -2$ ni en $x = 2$, de modo que su dominio es el conjunto de números reales sin los números -2 y 2 . La función raíz cuadrada $h(x) = \sqrt{x}$ no está definida en $x = -1$ porque $\sqrt{-1}$ no es un número real. Para que $h(x) = \sqrt{x}$ esté definida en el sistema de números reales, debe pedirse que el radicando, en este caso simplemente x , sea no negativo. A partir de la desigualdad $x \geq 0$ observamos que el dominio de la función h es el intervalo $[0, \infty)$. El dominio de la función constante $f(x) = -1$ es el conjunto de números reales $(-\infty; \infty)$ y su rango es el conjunto que consta sólo del número -1 .

2.3.4 Gráfica de una función:

En campos como ciencia, ingeniería y negocios, a menudo se usa una función para describir los fenómenos. A fin de interpretar y utilizar datos, es útil representar estos datos en forma de gráfica. En el sistema de coordenadas cartesianas o rectangulares, la gráfica de una

función f es la gráfica del conjunto de pares ordenados $(x, f(x))$, donde x está en el dominio de f . En el plano x , un par ordenado $(x, f(x))$ es un punto, de modo que la gráfica de una función es un conjunto de puntos. Si una función se define por medio de una ecuación $y = f(x)$, entonces la gráfica de f es la gráfica de la ecuación. Para obtener los puntos sobre la gráfica de una ecuación $y = f(x)$, escogemos prudentemente números x_1, x_2, x_3 , en su dominio, calculamos $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$, ... trazamos los puntos correspondientes $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$, $(x_3, f(x_3))$, ..., y luego unimos estos puntos con una curva suave (en caso de ser posible)

Figura 4: Puntos sobre la gráfica de una función



Fuente: Tomado de *Cálculo de una variable* (p. 4), D. Zill, 2011, Ed. Mac Graw Hill.

2.3.5 Intersecciones de una función

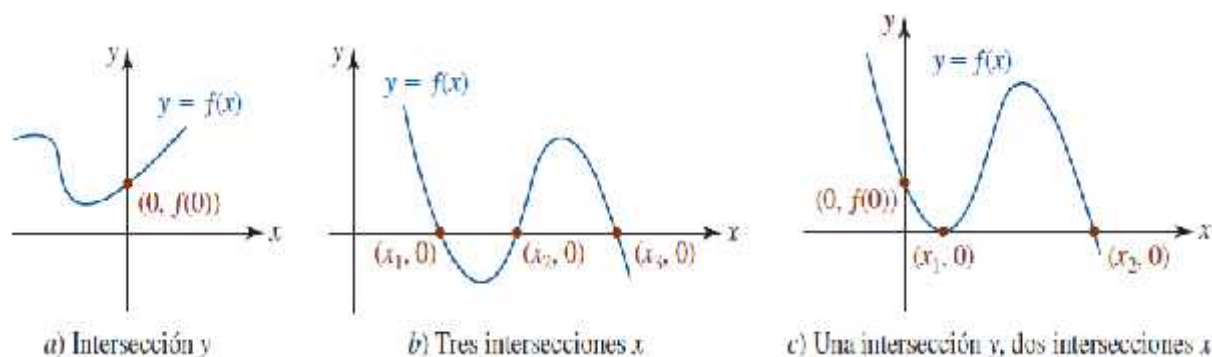
Para graficar una función definida por una ecuación $y = f(x)$, una buena idea suele ser determinar primero si la gráfica de f tiene intersecciones. Recuerde que todos los puntos

sobre el eje y son de la forma $(0, y)$. Entonces, si 0 es el dominio de una función f , la intersección y es el punto sobre el eje y cuya coordenada y es $f(0)$; en otras palabras, $(0, f(0))$.

De manera semejante, todos los puntos sobre el eje x tienen la forma $(x, 0)$. Esto significa que para encontrar las intersecciones x de la gráfica de $y = f(x)$, se determinan los valores de x que hacen $y = 0$. Es decir, es necesario resolver la ecuación $f(x) = 0$ para x . Un número c para el que $f(c) = 0$ se denomina cero de la función f o raíz (o solución) de la ecuación

$f(x) = 0$. Los ceros reales de una función f son las coordenadas x de las intersecciones x de la gráfica de f .

Figura 5: Intersecciones de la gráfica de una función f



Fuente: Tomado de *Cálculo de una variable* (p. 5), D. Zill, 2011, Ed. Mac Graw Hill.

2.3.6 Clasificación de funciones polinómicas

2.3.6.1 Función lineal

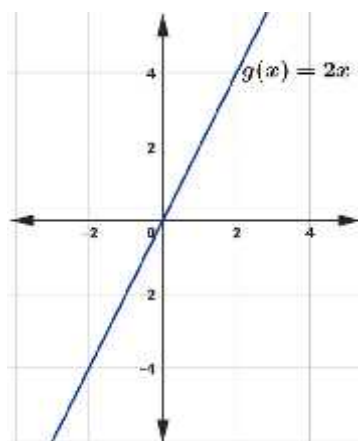
Una función lineal o de proporcionalidad directa es aquella función cuya expresión es el producto de un número por la variable. En otras palabras, se dice que f es una función lineal (o de proporcionalidad directa) si: $f(x) = a$, donde a es un número real cualquiera. El número que multiplica la variable, a , se denomina razón de proporcionalidad. Ejemplo: $f(x) = 2x$

Tabla 1: Tabulación de la función $f(x) = 2x$

x	$f(x)$
-2	-4
-1,5	-3
-1	-2
-0,5	-1
0	0
0.5	1
1	2
1,5	3
2	4

Fuente: *Elaboración propia*

Figura 6: función lineal



Fuente: *Elaboración propia*

2.3.6.2 Función afín

Según Besalú Mireia (2021) Una función afín es aquella función cuya expresión algebraica es un polinomio de primer grado, es decir, de la forma: $f(x) = a + b$

donde a y b son dos números reales cualesquiera. El coeficiente de la variable, a , se denomina pendiente, como en el caso de la función lineal. El otro número, b , se denomina término independiente u ordenada en su origen. De acuerdo con esta expresión la única diferencia que hay entre una función afín y una función lineal es que la función afín añade el término independiente b .

Ejemplo: $g(x) = 3x - 2$; es una función afín con pendiente 3 y término independiente -2.

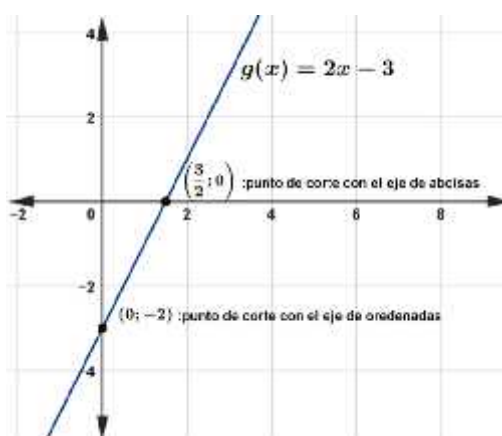
Representación gráfica:

Otra forma de graficar es buscar los puntos de intersección con los ejes X e Y .

- La intersección de $f(x)$ con el eje Y es $(0; f(0)) = (0; -2)$.
- La función $f(x)$ corta al eje X en un punto tal que su coordenada de ordenadas cumple: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$
- Por lo tanto, el punto intersección de la función con el eje X es $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$

Veamos los puntos de corte en la siguiente gráfica

Figura 7: Gráfica de la función lineal $g(x) = 2x - 3$



Fuente: *Elaboración propia*

2.3.6.3 Función cuadrática

La expresión de una función cuadrática corresponde a un polinomio de segundo grado con una única variable. Es decir, es de la forma

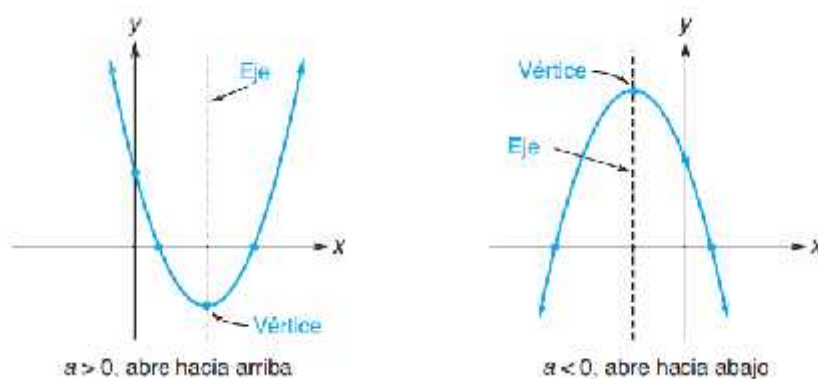
$$f(x) = ax^2 + b + c$$

Con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$ (si $a = 0$ entonces tenemos una función afín y no cuadrática)

Representación gráfica:

La gráfica de la función cuadrática $y = f(x) = ax^2 + b + c$ se llama parábola y tiene una forma parecida a las curvas. Si $a > 0$, la gráfica se extiende hacia arriba de manera indefinida y decimos que la parábola abre hacia arriba. Si $a < 0$, entonces la parábola abre hacia abajo.

Figura 8: Elementos principales de una función cuadrática



Fuente: Tomado de Cálculo (p. 12), J. Stewart, 2008, Sexta Edición.

Propiedades de la parábola

Vértice de la parábola: $V = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

Si la parábola se abre hacia arriba, entonces el vértice es el punto mínimo de la gráfica.

Si la parábola se abre hacia abajo, entonces el vértice es el punto máximo de la gráfica.

Corte con el eje x : Si existe, se obtiene haciendo $f(x) = 0$; esto es, cuando

$$ax^2 + b + c = 0$$

Podemos despejar x de esta ecuación con la fórmula cuadrática. De este modo, las intersecciones son:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

Si el discriminante ($b^2 - 4a$) es positivo, existen dos cortes con el eje x . Si es cero, hay una sola intersección (la del vértice). Si es negativo, no hay intersección en x .

Corte con el eje y : Se presenta cuando $x = 0$, es decir

$$y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$$

Simetría: La parábola es simétrica respecto a la recta vertical que pasa por el vértice que es la recta $x = -\frac{b}{2a}$.

Nota: La función cuadrática, tiene como gráfica a una parábola, dicha función también puede escribirse como:

$$y = a(x - h)^2 + k$$

donde $(h; k)$ es el vértice de la parábola; que es el punto más bajo o más alto de la gráfica, dependiendo de si la parábola se abre hacia arriba o hacia abajo respectivamente.

Según Haeussler, E. (2003) la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + b + c$ es una parábola.

1. Si $a > 0$ la parábola abre hacia arriba. Si $a < 0$ la parábola abre hacia abajo.
2. El vértice es $V = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$
3. La intersección y es c .

2.3.6.4 Función Polinómica

Según Budnick F. (1983) cada una de las funciones anteriores es una función polinomial. Una función polinómica es una expresión de la forma:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

Donde:

1. n es un número entero no negativo (grado del polinomio).
2. $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ son coeficientes reales.
3. $a_n \neq 0$ (para que sea una función de grado n).

Ejemplo: $y = f(x) = x^5$ es una función polinomial de quinto grado con $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$ y $a_5 = 1$

Ejemplo: $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ es una función polinómica de grado 2.

Este tipo de funciones resulta clave para analizar cómo cambian distintas variables, ya que permite identificar aspectos como el crecimiento o decrecimiento, la forma de la curva (concavidad), los puntos máximos y mínimos, las raíces y su comportamiento general. En mi caso, entender estas propiedades es especialmente importante porque se aplican directamente

en campos como la Economía, la Administración y la Gestión Empresarial, donde interpretar tendencias y tomar decisiones informadas es fundamental.

Investigaciones didácticas han documentado que los estudiantes suelen dominar procedimientos algebraicos, pero presentan dificultades para relacionar dichos procedimientos con las representaciones gráficas y verbales, afectando su capacidad para utilizar las funciones polinómicas como herramientas de decisión (Moya Lázaro, 2023; Valverde Calderón, 2018). Estas dificultades se explican en gran medida por la falta de experiencias de aprendizaje que integren múltiples registros de representación.

En aplicaciones a la administración, la función cuadrática es ampliamente utilizada para modelar beneficio, ingreso, costo y demanda, permitiendo determinar puntos óptimos (máximo beneficio, producción eficiente).

Según Besalú, M.; Villalonga, J (2021) Una función polinómica de grado n es cualquier función que tiene por expresión algebraica un polinomio de grado n . A menudo se denomina simplemente polinomio. Las funciones afines y las funciones cuadráticas son ejemplos de funciones polinómicas de grado 1 y grado 2 respectivamente. Ahora bien, también hay funciones polinómicas de mayor grado.

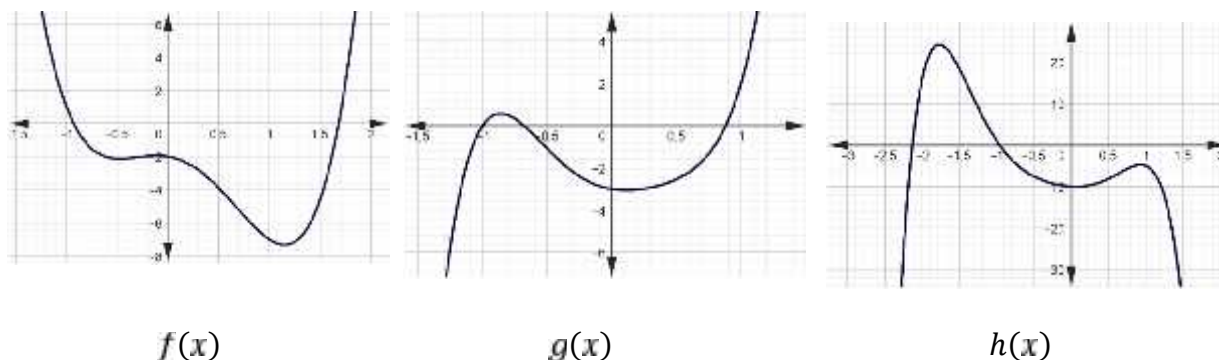
Ejemplo de funciones polinómicas:

$f(x) = 4x^4 - 3x^3 - 5x^2 - x - 2$ es una función polinómica de grado 4.

$g(x) = 5x^5 - x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 3$ es una función polinómica de grado 5.

$h(x) = -3x^6 - 5x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 8x^2 - x - 10$ es una función polinómica de grado 6.

Figura 9: Gráfica de funciones polinómicas



Fuente: Adaptado de *Cálculo de una variable* (p.28). J. Steward, 2008. Sexta edición.

2.3.7 Modelización matemática

La modelización matemática puede entenderse como un proceso cercano y significativo en el que el estudiante no solo “hace cálculos”, sino que intenta darles sentido matemático a situaciones reales. En ese camino, normalmente:

- Analiza un problema del mundo real.
- Reconoce qué variables son importantes.
- Construye un modelo matemático (en este caso, usando funciones polinómicas).
- Explora distintos escenarios, interpreta lo que obtiene y toma decisiones.
- Finalmente, comunica sus conclusiones tanto en lenguaje técnico como de forma clara para otros.

Desde mi enfoque, modelizar es aprender a pensar con la matemática, no solo a usarla. Investigaciones como las de Awawdeh Shahbari y Michal Tabach (2020) señalan que la calidad del modelo no depende solo del resultado final, sino del camino seguido para construirlo. En particular, cuando el estudiante logra expresar la situación en términos algebraicos, desarrolla procesos cognitivos más profundos que cuando se queda únicamente en representaciones simples como tablas, siempre que reciba apoyo para pasar de un tipo de representación a otro.

En el campo de la administración, este enfoque resulta especialmente útil porque permite abordar problemas concretos como:

- La optimización de costos y beneficios.
- El análisis de la sensibilidad de precios y la elasticidad.
- La evaluación de distintos escenarios de demanda y producción.

Así, la modelización se convierte en una herramienta clave para tomar decisiones informadas en contextos reales.

2.3.8 Entornos virtuales de aprendizaje y Blackboard

Un LMS (Learning Management System) es, en esencia, un espacio digital donde se organiza todo el proceso de enseñanza y aprendizaje: desde los contenidos y actividades hasta las evaluaciones, recursos multimedia y la comunicación entre docentes y estudiantes. En mi experiencia, plataformas como Blackboard Learn se han vuelto muy comunes en la educación superior en Latinoamérica, especialmente porque permiten centralizar y ordenar el trabajo académico.

Diversos estudios muestran que el nivel de satisfacción con Blackboard está estrechamente vinculado con el compromiso de los estudiantes, particularmente en cursos de matemáticas. Es decir, cuando la plataforma se usa bien, puede influir de manera directa y significativa en el aprendizaje. Sin embargo, esto no ocurre automáticamente: depende mucho de que exista un buen diseño instruccional detrás, como señalan Cotrina Clavo et al. (2023) y Meza Castillo y Espinoza Polo (2023).

A nivel internacional, investigaciones basadas en la rúbrica de Quality Matters indican que Blackboard suele cumplir con altos estándares en la organización de los cursos. Aun así, también se identifican aspectos por mejorar, como la claridad en los objetivos, las instrucciones y la retroalimentación que se brinda a los estudiantes (Alkramiti & Alsharidah, 2022).

Además, estudios recientes, como los de Johannes Engelbrecht y Marcelo Borba (2024) destacan que los LMS no solo organizan contenidos, sino que también potencian la

multimodalidad (uso de distintos formatos), la interacción entre participantes y el análisis de datos educativos, lo que permite ofrecer una retroalimentación más oportuna y efectiva.

2.3.9 Aprendizaje en línea y retroalimentación formativa

El aprendizaje en línea es un proceso mediado por tecnologías que permite experiencias asincrónicas y sincrónicas. Su efectividad depende del:

- Diseño de actividades basadas en tareas significativas,
- Retroalimentación oportuna,
- Integración de herramientas digitales (GeoGebra, Excel, foros, videos interactivos),
- Claridad de instrucciones y criterios de evaluación.

Investigaciones han señalado que la retroalimentación formativa y el soporte digital aumentan la comprensión en cursos de matemática, especialmente cuando las actividades demandan conversión entre registros (Lombardo et al., 2020; Moreno-Arotzena et al., 2021).

2.3.10 Variable independiente: Propuesta didáctica basada en TRRS en Blackboard

Para los fines de la presente investigación, se define la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) implementada en Blackboard como una estrategia de enseñanza-aprendizaje estructurada, diseñada e implementada por el autor, que organiza los contenidos de la función polinomial en ocho sesiones de aprendizaje articuladas en torno a cuatro registros de representación semiótica: algebraico, tabular, gráfico y verbal. Esta propuesta se desarrolla en el entorno virtual Blackboard, aprovechando sus herramientas de interacción, retroalimentación y gestión del aprendizaje, con el propósito de favorecer la comprensión conceptual y la aplicación de la función polinomial en contextos propios de la Administración. A diferencia de enfoques tradicionales centrados en un único

registro algebraico, esta propuesta promueve la conversión y coordinación entre registros como mecanismo central del aprendizaje matemático (Duval, 2020).

Definición asumida por el autor a partir de la revisión teórica de Duval (2020), Hernández Sampieri et al. (2014) y el contexto específico de la presente investigación.

Esta variable se articula con los dos objetivos específicos de la investigación: su diseño responde al OE1 y su implementación y evaluación de impacto responden al OE2.

2.3.11 Variable dependiente: Aprendizaje de la función polinómica aplicada a la Administración

Para los fines de la presente investigación, se define el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración como el proceso mediante el cual el estudiante desarrolla la capacidad de identificar, operar, representar e interpretar funciones polinómicas en sus distintos registros de representación —algebraico, tabular, gráfico y verbal— y de transferir ese conocimiento a situaciones reales del ámbito administrativo, tales como el análisis de costos, ingresos, utilidades y proyecciones de crecimiento. Este aprendizaje se evalúa a través del desempeño académico del estudiante en instrumentos de medición estandarizados (pretest y postest), que permiten determinar el nivel de comprensión conceptual, la capacidad de resolución de problemas y la habilidad de interpretación gráfica y simbólica alcanzados como resultado de la intervención didáctica.

Definición asumida por el autor a partir de la revisión teórica de Duval (2020), Hernández Sampieri et al. (2014) y el contexto específico de la presente investigación.

Fundamentación de las Funciones Polinómicas en la Administración

En el ámbito administrativo, una función polinómica se define como un modelo matemático que relaciona variables económicas (como precio, demanda o tiempo) para

predecir comportamientos organizacionales. La forma general de estas funciones $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$, permite modelar desde relaciones simples lineales hasta estructuras de costos complejas.

Según Haeussler et al. (2015), el uso de polinomios en la administración permite transformar datos crudos en curvas de tendencia, facilitando la identificación de puntos críticos como el equilibrio operativo y la capacidad máxima de producción.

En economía y administración, las funciones polinómicas son herramientas clave para analizar datos, modelar relaciones, predecir tendencias y optimizar procesos. Su flexibilidad y precisión las hacen ampliamente aplicables en la toma de decisiones y gestión empresarial. Las funciones polinómicas tienen diversas aplicaciones en la gestión y análisis empresarial

Modelos de Funciones económicas fundamentales:

- **Función Costo Total:** El costo total de producción suele modelarse mediante funciones polinómicas.

Modelo lineal: $C(x) = m + b$, donde m representa el costo variable por unidad y b los costos fijos.

Modelos cuadrático o cúbico: Utilizado cuando existen economías de escala o rendimientos decrecientes. Un rendimiento cúbico de la forma: $C(x) = ax^3 + bx^2 + c + d$ es común para representar costos que crecen lentamente al principio y se aceleran al acercarse a la capacidad instalada.

- **Función Ingreso Total:** El ingreso depende de la cantidad vendida (x) y el precio (p). Si el precio es una función lineal de la demanda ($p = a - bx$), entonces la función de ingreso se convierte en una función polinómica de segundo grado (cuadrática):

$$I(x) = x \cdot p = x(a - bx) = ax - bx^2$$

Este modelo es vital para los administradores, ya que la gráfica es una parábola invertida que muestra claramente un punto de ingreso máximo.

- **Función de Utilidad (G)**

La utilidad es la diferencia entre el ingreso y el costo:

$$G(x) = I(x) - C(x).$$

El análisis de los ceros de esta función polinómica permite determinar los puntos de equilibrio (donde la empresa ni gana ni pierde), mientras que el vértice de la función resultante indica la producción óptima para maximizar beneficios.

3. CAPÍTULO III: METODOLÓGICA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Método de Investigación.

El estudio adopta un método cuantitativo con diseño cuasi-experimental, orientado a determinar el impacto de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS), implementada en el entorno virtual Blackboard, sobre el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración. Este enfoque es pertinente cuando se busca cuantificar cambios en el aprendizaje mediante la comparación de grupos y la medición objetiva del desempeño académico antes y después de la intervención (Hernández-Sampieri et al., 2014).

Desde el enfoque cuantitativo, se analiza el impacto de la propuesta didáctica sobre el aprendizaje de la función polinomial mediante pruebas objetivas aplicadas antes y después de la intervención (pretest y posttest), permitiendo comparar el desempeño del grupo experimental y el grupo control mediante estadísticos descriptivos, pruebas paramétricas y no paramétricas, y cálculo del tamaño del efecto.

3.2 Diseño de Investigación.

El diseño del estudio es cuasi – experimental, con grupo experimental y grupo de control no equivalentes, ambos sometidos a un esquema de pretest – posttest. Este tipo de diseño es apropiado en contextos educativos universitarios donde no es posible realizar una asignación aleatoria estricta de los participantes (Hernández-Sampieri et al., 2014).

- El grupo experimental recibe la propuesta didáctica basada en TRRS implementada en Blackboard.
- El grupo de control desarrolla el curso con la metodología tradicional utilizada por la institución.

El diseño cuasi-experimental con pretest-posttest permite comparar el desempeño académico entre ambos grupos antes y después de la intervención, controlando las diferencias iniciales y evaluando el impacto real de la propuesta didáctica sobre el aprendizaje.

3.3 Población

La población está conformada por los estudiantes matriculados en el curso Matemática 1 de una universidad privada de Lima, pertenecientes a diversas carreras profesionales de Administración.

Tabla 2

Población de estudio

Elemento	Descripción
Unidad de Análisis	Un estudiante matriculado en el curso Matemática 1.
Población Objetivo	Todos los estudiantes de las carreras de Administración de una universidad privada de Lima que cursan Matemática 1.
Criterio de Inclusión	Estudiantes de Administración; estar matriculado en Matemática 1; pertenecer a la sede de Lima.
Criterio de Inclusión	Estudiantes de Administración; estar matriculado en Matemática 1; pertenecer a la sede de Lima.

Fuente: *Elaboración propia*

Este curso, al formar parte de la base matemática de los primeros ciclos, concentra estudiantes con necesidades de fortalecimiento conceptual y aplicado, justificando su selección como población objetivo.

3.4 Muestra

La muestra es de tipo no probabilística por conveniencia, seleccionada a partir de secciones ya conformadas del curso. Este tipo de muestreo es frecuente y válido en estudios cuasi – experimentales en educación superior (Hernández-Sampieri et al., 2014).

- Grupo experimental: Conformada por 33 estudiantes.
- Grupo de control: Conformada por 35 estudiantes.

Ambos grupos presentan características académicas similares (carrera, ciclo, contenido curricular), lo cual permite realizar comparaciones válidas, considerando posteriormente pruebas estadísticas de homogeneidad de varianzas.

3.5 Operacionalización de las variables

La operacionalización de las variables permite traducir los constructos teóricos del estudio en variables empíricamente observables y medibles, garantizando la coherencia entre el marco teórico, los instrumentos de recolección de datos y el análisis estadístico. En esta investigación se consideran una variable independiente y una variable dependiente, cada una con su definición conceptual, definición operacional, dimensiones, indicadores y criterios de medición, de acuerdo con los principios de la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) y la evaluación educativa en contextos virtuales (Duval, 2020; AERA, APA & NCME, 2014).

3.5.1 Variable independiente: Propuesta didáctica basada en la TRRS implementada en Blackboard

Definición conceptual

La propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) implementada en Blackboard se define como una estrategia de enseñanza-aprendizaje estructurada, diseñada e implementada por el autor, que organiza los contenidos de la función polinomial en ocho sesiones de aprendizaje articuladas en torno a cuatro registros de representación semiótica: algebraico, tabular, gráfico y verbal. Esta propuesta se desarrolla en el entorno virtual Blackboard, aprovechando sus herramientas de interacción, retroalimentación y gestión del aprendizaje, con el propósito de favorecer la comprensión

conceptual y la aplicación de la función polinomial en contextos propios de la Administración (Duval, 2020).

Dimensiones, definiciones operacionales e indicadores

Dimensión 1: Tratamiento de registros

Definición operacional

Se define operacionalmente como la capacidad del estudiante para realizar transformaciones internas dentro de un mismo registro de representación, principalmente el registro simbólico, sin cambiar de sistema semiótico, al resolver problemas relacionados con funciones polinómicas (Duval, 2020).

Indicadores

- Resolución algebraica de funciones polinómicas.
- Evaluación numérica de funciones en valores específicos.

Medición

Ítems procedimentales del pretest y posttest, y ejercicios de cálculo desarrollados en tareas de Blackboard.

Dimensión 2: Conversión de registros

Definición operacional

Se define operacionalmente como la capacidad del estudiante para traducir correctamente una representación de la función polinomial desde un registro semiótico a otro distinto, manteniendo la equivalencia semántica entre ambas representaciones (por ejemplo, de una expresión algebraica a una gráfica o de una tabla a una explicación verbal).

Indicadores

- Construcción de gráficas a partir de expresiones algebraicas.
- Obtención de expresiones algebraicas a partir de tablas de valores.

- Explicación verbal de propiedades observadas en una gráfica.

Medición

Ítems multirregistro del pretest–posttest, rúbrica TRRS aplicada a tareas y análisis de respuestas escritas en foros.

Dimensión 3: Coordinación de registros

Definición operacional

Se define operacionalmente como la capacidad del estudiante para integrar simultáneamente dos o más registros de representación, estableciendo coherencia semántica entre ellos para justificar decisiones en contextos administrativos, tales como la determinación de precios óptimos, puntos de equilibrio o niveles de producción eficientes.

Indicadores

- Uso conjunto de gráfica y expresión algebraica para justificar un punto óptimo.
- Interpretación del vértice de una función cuadrática como máximo beneficio o producción eficiente.
- Argumentación escrita que articula tabla, gráfica y modelo algebraico.

Medición

Rúbrica TRRS aplicada a problemas de modelización y proyectos desarrollados en Blackboard.

3.5.2 Variable dependiente: Aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración

Definición conceptual

El aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración se define como el proceso mediante el cual el estudiante desarrolla la capacidad de identificar, operar, representar e interpretar funciones polinómicas en sus distintos registros de representación —algebraico, tabular, gráfico y verbal— y de transferir ese conocimiento a situaciones reales del ámbito

administrativo, tales como el análisis de costos, ingresos, utilidades y proyecciones de crecimiento. Este aprendizaje se evalúa a través del desempeño académico del estudiante en el pretest y posttest, que permiten determinar el nivel de comprensión conceptual, la capacidad de resolución de problemas y la habilidad de interpretación gráfica y simbólica alcanzados como resultado de la intervención didáctica (Lombardo et al., 2020).

Dimensiones, definiciones operacionales e indicadores

Dimensión 1: Aprendizaje conceptual

Definición operacional

Se define operacionalmente como el grado en que el estudiante identifica, reconoce y explica correctamente las propiedades fundamentales de la función polinomial, tanto en el registro simbólico como en el gráfico y verbal.

- Indicadores
 - Identificación de concavidad.
 - Reconocimiento del vértice y su significado económico.
 - Interpretación de raíces y comportamiento gráfico.

- Medición

Ítems conceptuales del pretest–posttest y preguntas de interpretación gráfica.

Dimensión 2: Aprendizaje procedimental

- Definición operacional

Se define operacionalmente como la capacidad del estudiante para ejecutar correctamente procedimientos matemáticos asociados a la función polinomial, de acuerdo con reglas formales y algoritmos establecidos.

- Indicadores
 - Derivación de funciones polinómicas.

- Construcción de modelos algebraicos.
- Evaluación numérica de funciones.
- Medición

Ejercicios de cálculo en pruebas y tareas evaluadas en Blackboard.

Dimensión 3: Aprendizaje aplicado

- Definición operacional

Se define operacionalmente como la capacidad del estudiante para utilizar la función polinomial como herramienta de análisis y toma de decisiones administrativas, sustentando sus conclusiones mediante la coordinación de múltiples registros de representación.

- Indicadores
 - Determinación del punto de equilibrio.
 - Cálculo y justificación del precio o producción óptimos.
 - Análisis de escenarios y recomendaciones gerenciales argumentadas.
- Medición

Rúbrica de problemas aplicados, proyectos de modelización y participación argumentativa en foros.

3.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Componente cuantitativo

1. Prueba objetiva (10 ítems) con matriz Duval

- Estructura: ítems por registro (simbólico, gráfico, tabular, verbal) y proceso (T, Cnv, Crd), con blueprint que garantice cobertura de dimensiones (conceptual, procedimental, aplicada–multirregistro).
- Validez de contenido: juicio de expertos; pilotaje; revisión de dificultad/discriminación.

- Confiabilidad interna: α de Cronbach (reportar α , IC95%, decantación de ítems si α mejora), siguiendo criterios clásicos (Cronbach; pautas de reporte en escalas tipo Likert y sumadas) (Cronbach; Gliem & Gliem).
 - Estándares de reporte: apego a AERA/APA/NCME para instrumentos educativos (interpretabilidad, uso responsable).
- 2. Rúbrica de resolución de problemas económicos (1–4 por criterio)**
- Criterios alineados a Duval: Modelo simbólico y variables (T); Tabla de escenarios (Cnv); Gráfico con unidades (Cnv); Coordinación para la decisión (Crd); Comunicación multimodal (T–Cnv–Crd).
 - Fiabilidad de calificación: acuerdo interevaluador (κ /ICC) y calibración; estándares de pruebas educativas para evidenciar consistencia en puntuación (AERA/APA/NCME).
- 3. Entorno virtual (Blackboard): foro, tarea y cuestionario**
- Foro (caso aplicado): exige verbal → simbólico → tabular → gráfico → decisión (Duval) y retroalimentación de pares.
 - Tarea (informe aplicado): integra modelo–tabla–gráfico–decisión con anexos (hoja de cálculo).
 - Cuestionario rotatorio: banco de ítems con retroalimentación inmediata.
 - Analítica de aprendizaje (LMS): tiempos, intentos, entregas para triangulación (Creswell & Plano Clark)

Los instrumentos de recolección de datos corresponden al enfoque cuantitativo del estudio: la prueba objetiva (pretest y posttest), la rúbrica de resolución de problemas económicos y el registro de actividades en la plataforma Blackboard (foros, tareas y cuestionarios). Los detalles de cada instrumento se presentan en los Anexos.

3.7 Técnicas de análisis de resultados.

Análisis Cuantitativo

- Estadísticos descriptivos (media, desviación estándar).
- Prueba de normalidad (Shapiro–Wilk).
- Homogeneidad de varianzas (Levene / Brown–Forsythe) (Brown & Forsythe, 1974).
- t de Student o t de Welch, según supuestos.
- Mann–Whitney U como alternativa no paramétrica.
- Tamaños del efecto (Cohen’s d, Hedges’ g).

El uso de pruebas robustas es recomendado cuando se detecta no normalidad o tamaños muestrales moderados (Brown & Forsythe, 1974).

La propuesta didáctica diseñada e implementada en el presente estudio se presenta en detalle en el Capítulo IV, sección 4.1, en coherencia con el carácter teórico-aplicado de la investigación.

4. CAPÍTULO IV: DISCUSIÓN Y RESULTADOS

El presente capítulo expone de manera integrada la presentación de los resultados estadísticos, su análisis detallado y la discusión de los hallazgos, con el propósito de evaluar el impacto de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, desarrollada en un entorno virtual (Blackboard).

El análisis se realizó siguiendo una secuencia metodológica rigurosa, que incluyó estadística descriptiva, verificación de supuestos, aplicación de pruebas paramétricas y no paramétricas, así como el cálculo del tamaño del efecto, de acuerdo con las recomendaciones de la investigación educativa (Hernández Sampieri et al., 2014; Field, 2018).

4.1 Propuesta didáctica: diseño e implementación del Módulo RRS

Presentación y estructura general

Módulo RRS

El Módulo de Registros de Representación Semiótica (Módulo RRS) es la propuesta didáctica central de esta investigación. Constituye una estrategia de enseñanza-aprendizaje estructurada, diseñada e implementada por el autor, orientada a mejorar el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración mediante la articulación sistemática de cuatro registros de representación semiótica: algebraico, tabular, gráfico y verbal, en el entorno virtual Blackboard.

Fundamento teórico

El Módulo se sustenta en tres principios fundamentales de la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval (2020):

Principio 1: Insuficiencia de un solo registro.

Ningún registro de representación es suficiente por sí solo para comprender un objeto matemático. Un estudiante que solo trabaja el registro algebraico tiene una comprensión parcial e incompleta de la función polinomial.

Principio 2: Conversión entre registros.

La comprensión matemática auténtica requiere que el estudiante sea capaz de pasar de un registro a otro manteniendo el mismo objeto matemático. Por ejemplo: de la ecuación (algebraico) a la tabla de valores (tabular), de la tabla al gráfico (gráfico), y del gráfico a la interpretación en palabras (verbal).

Principio 3: Coordinación entre registros.

La coordinación simultánea de múltiples registros es el mecanismo central del aprendizaje matemático profundo. Cuando el estudiante puede ver, calcular, graficar e interpretar una función (en ese orden y con fluidez) alcanza la comprensión genuina del objeto matemático.

Estructura General del Módulo

MÓDULO RRS

- Ocho sesiones de aprendizaje
- 120 minutos por sesión.
- Modalidad semipresencial.
- Plataforma Blackboard
- Cuatro registros RRS por sesión:
 - Algebraico
 - Tabular
 - Gráfico
 - Verbal
- Contexto aplicado a la administración

El módulo está organizado en cuatro partes principales:

Tabla 3

Distribución de las partes del módulo

Partes	Contenido	Sesiones
I. Fundamentos de la función	Concepto, dominio, rango, evaluación, operaciones e inversa	S1 y S2
II. Funciones lineales	Función lineal, afín, punto de equilibrio, oferta y demanda	S3 y S4
III. Función cuadrática	Parábola, vértice, optimización de precios y utilidades	S5 y S6
IV. Funciones Polinómicas.	Función cúbica, ajuste polinómico, proyección de ventas	S7 y S

Fuente: *Elaboración propia*

DISEÑO PEDAGÓGICO Y SECUENCIA DE SESIONES

Cada de las 8 sesiones sigue del módulo RRS sigue una estructura pedagógica fija de cuatro momentos:

Tabla 4

Diseño pedagógico y secuencia de las sesiones

Momento 1	Momento 2	Momento 3	Momento 4
Inicio 20 minutos	Desarrollo 60 minutos	Práctica 25 minutos	Cierre 15 minutos
Situación problemática inicial en contexto administrativo	Construcción del contexto a través de los cuatro registros.	Taller de conversiones entre registros en parejas	Ficha de salida RRS y retroalimentación del docente.

Fuente: *Elaboración propia*

Momento 1: Inicio (20 min)

Se presenta una situación problema real del ámbito administrativo en lenguaje verbal. El estudiante la lee, la discute y comienza a identificar las variables involucradas. Este momento activa el registro verbal como punto de entrada al aprendizaje.

Momento 2: Desarrollo (60 min)

Es el núcleo pedagógico de la sesión. Se trabajan sistemáticamente los cuatro registros en secuencia: primero el verbal, luego el tabular, luego el algebraico y finalmente el gráfico. Cada actividad incluye una conversión explícita entre registros. Por ejemplo: "A partir de la tabla que construiste, escribe la ecuación algebraica" — eso es conversión tabular $\rightarrow$ algebraico.

Momento 3: Práctica guiada (25 min)

Los estudiantes trabajan en parejas con tarjetas de ejercicio que exigen conversiones específicas entre registros. Cada tarjeta indica: cuál es el registro de entrada y cuál es el registro de salida esperado. La revisión se hace en plenaria.

Momento 4: Cierre (15 min)

Cada estudiante completa una Ficha de Salida RRS de manera individual, respondiendo tres preguntas: una en registro verbal, una en registro algebraico, y una de metacognición sobre qué registro le resultó más claro. El docente cierra con el mapa de conversiones RRS en pizarra.

Para ilustrar cómo operan los cuatro registros en una sesión, veamos el ejemplo de la sesión 4, función cuadrática y precio óptimo.

Tabla 5

Modelo de operatividad de los RRS por sesión

Registro	Representación	Actividad del estudiante	Conversión
Verbal	Una empresa necesita determinar el precio que maximiza sus utilidades	Lee el caso y identifica las variables: precio y utilidad	Verbal $\rightarrow$ Tabular
Tabular	Tabla de precios x y utilidades U(x) para x = 5, 10, 15, 20, 25	Completa la tabla calculando U(x) para cada precio	Tabular $\rightarrow$ Gráfico

Gráfico	Parábola: $U(x) = -2x^2 + 80x - 300$ graficada en GeoGebra	Identifica el vértice en $(20, 500)$ como el punto de utilidad máxima	Gráfico → Verbal
Verbal	Interpretación en lenguaje de negocios	Escribe: El precio óptimo es $\$/.20$, que genera una utilidad máxima de $\$/.500$	Verbal → Algebraico

Fuente: *Elaboración propia*

En la siguiente tabla presentamos un resumen de las 8 sesiones del módulo de funciones

Tabla 6

Resumen de las 8 sesiones de aprendizaje

Sesión	Título	Contenido Central	Aplicación administrativa	Registros prioritarios
S1	Concepto de Función: Relación, Dominio y Rango	Definición de función, dominio, rango	Relaciones entre variables de negocio (costo, ingreso, ganancia)	Verbal Tabular Algebraico Gráfico
S2	Evaluación de Funciones, Operaciones y Función Inversa	Evaluación $f(a)$, operaciones $f+g$, composición, inversa	Costo marginal, función de utilidad compuesta	Algebraico Tabular Gráfico Verbal
S3	Función Lineal y Punto de Equilibrio	Función lineal, pendiente, intercepto, punto de equilibrio	Análisis costo-volumen-utilidad, punto de equilibrio económico	Verbal Algebraico Gráfico
S4	Función Afín y Modelos de Oferta y Demanda	Función afín, sistemas 2×2 , modelos lineales	Oferta y demanda, equilibrio de mercado	Tabular Algebraico Gráfico Verbal
S5	Función Cuadrática y Optimización	Parábola, vértice, máximo y mínimo, discriminante	Maximización de ingresos, minimización de costos cuadráticos	Verbal Gráfico Algebraico
S6	Modelización Matemática con Funciones	Modelización, ajuste de funciones a datos reales	Toma de decisiones empresariales con modelos matemáticos	Los 4 registros en coordinación
S7	Función Cúbica y Costo Total de Producción	Polinomios grado 3, factorización, raíces reales	Costo total cúbico $C(q) = a^3 + b^2 + c + d$	Algebraico Gráfico Tabular Verbal
S8	Ajuste Polinómico y Proyección de Ventas	Polinomios grado 3 y 4, tendencia, Excel y GeoGebra	Proyección de ventas con datos históricos de empresa	Los 4 registros + tecnología

Fuente: *Elaboración propia*

El Rol de Blackboard como Mediador Pedagógico

Blackboard no fue utilizado simplemente como repositorio de materiales — fue concebido como un mediador pedagógico activo que integró los cuatro registros RRS en un único espacio de aprendizaje virtual.

Tabla 7

Recursos integrados por sesión en Blackboard

Recursos de Blackboard	Registro RRS que activa	Función pedagógica
Video clase introductoria	Verbal y algebraico	Explica el concepto con lenguaje natural y fórmulas
Archivo GeoGebra interactivo	Gráfico	El estudiante construye y manipula la gráfica
Hoja de cálculo Excel	Tabular	El estudiante completa y analiza tablas de valores
Foro de discusión temático	Verbal	El estudiante interpreta resultados en lenguaje de negocios
Cuestionario formativo de cierre	Los 4 registros	Evalúa si el estudiante coordina los registros.
Tarea integradora	Los 4 registros	Aplica todo en un caso empresarial completo

Fuente: *Elaboración propia*

En coherencia con el carácter teórico-aplicado de la presente investigación, la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS), implementada en el entorno virtual Blackboard, constituye el resultado central del estudio. A continuación, se presenta su definición, esquema estructural y evidencias de implementación.

Esta estrategia pedagógica consiste en un diseño didáctico fundamentado en un modelo de aprendizaje híbrido (B-learning) que, de acuerdo con Sandoval (2015), resulta idóneo para la enseñanza en entornos virtuales. La intervención está orientada a que los estudiantes

dominen los procesos de tratamiento y conversión entre registros semióticos (en el sentido de Duval) aplicados al análisis de las funciones polinómicas y su relevancia en la resolución de problemas contextualizados aplicados a la administración.

El objetivo primordial es potenciar las habilidades matemáticas para transitar con fluidez entre las representaciones algebraica, gráfica, numérica y verbal de las funciones polinómicas. Asimismo, se busca fortalecer capacidades críticas como la comunicación, sistematización, organización y decodificación de información matemática presentada en diversos formatos digitales (como videos interactivos y documentos electrónicos). Todo ello se llevará a cabo mediante el aprovechamiento estratégico de las herramientas de gestión y colaboración que proporciona la plataforma Blackboard.

La Matriz Pedagógica del Módulo RRS, que detalla las competencias, actividades de aprendizaje, contenidos temáticos y evidencias de aprendizaje por cada unidad, se presenta en el Anexo 1.

A continuación, presentamos el diseño de cada una de las sesiones del módulo de RRSS aplicado en el proyecto.

DISEÑO DE SESIONES MODULO-RRS
(REGISTRO DE REPRESENTACIONES SEMIOTICAS)

SESIÓN 1

Tabla 8:

Concepto de Función: Relación, Dominio y Rango

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Unidad	Unidad 1: Concepto de Función y sus Aplicaciones
Sesión N°	1 de 2
Duración	120 minutos
Modalidad	Presencial
Nivel	Educación Superior — Carreras de Administración
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Comprende el concepto de función matemática identificando la relación entre variables, dominio y rango a través de múltiples registros de representación semiótica (verbal, tabular, algebraica y gráfica), aplicándolo a situaciones del contexto administrativo.

INDICADORES DE LOGRO

- Define el concepto de función con sus propias palabras usando el registro verbal.
- Construye tablas de valores a partir de una regla de correspondencia dada (registro tabular).
- Identifica dominio y rango en representaciones verbales, tabulares y algebraicas.
- Reconoce si una relación es función mediante la prueba de la línea vertical en la gráfica.
- Relaciona una situación de costos o ingresos con la estructura de una función.

MÓDULO RRS — REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Marco Teórico de la Sesión: Según Duval (1993), la comprensión matemática requiere movilizar AL MENOS DOS registros de representación semiótica y realizar conversiones entre ellos. Esta sesión activa los cuatro registros fundamentales:

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal / Lenguaje Natural	"Una empresa vende x unidades y obtiene un ingreso I "	Leer y reescribir situaciones en lenguaje propio; identificar variables.	Verbal Tabular: elaborar tabla con valores de x e I .
Tabular / Numérico	Tabla $x f(x)$ con pares ordenados	Completar tablas de valores dada una regla; identificar unicidad.	Tabular Gráfico: trazar puntos en el plano cartesiano.
Algebraico / Simbólico	$f(x) = 2x + 5$; $D_f = [0, \infty)$	Escribir la regla algebraica de una función; calcular $f(a)$.	Algebraico Verbal: interpretar en contexto administrativo.
Gráfico / Figural	Curva en el plano cartesiano con ejes x e y	Graficar pares ordenados; aplicar prueba de la línea vertical.	Gráfico Tabular: leer valores desde la gráfica.

SECUENCIA DIDÁCTICA

MOMENTO 1 - INICIO: Activación y Motivación 20 minutos

Estrategia: Situación Problema Inicial (Registro Verbal)

El docente presenta oralmente y en la pizarra el siguiente caso

CASO EMPRESARIAL: La Tienda de Martín

"Martín tiene una tienda de útiles de oficina. Cada cuaderno le cuesta S/. 3 y los vende a S/. 5. Si vende 10 cuadernos, ¿cuánto gana? ¿Y si vende 50? ¿Existe una relación entre la cantidad vendida y su ganancia?"

Actividades del docente:

- Plantea la situación y recoge respuestas orales (lluvia de ideas).
- Pregunta orientadora: ¿A cada cantidad de cuadernos le corresponde exactamente UNA ganancia?
- Introduce el término 'dependencia' entre variables sin formalizar aún.

RRS activado:

- Registro Verbal / Lenguaje Natural — conversión inicial hacia lo numérico.

Recursos:

- Pizarra o proyector | Tarjetas con el caso impreso (una por pareja)

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Construcción del Concepto - 60 minutos

Actividad 2.1 — Del caso al registro tabular (15 min)

Los estudiantes completan individualmente la siguiente tabla para el caso de Martín:

Cuadernos vendidos (x)	Costo S/. $C(x)$	Ingreso S/. $I(x)$	Ganancia S/. $G(x)$
-------------------------------	------------------	--------------------	---------------------

10			
30			
50			
100			
x			

- RRS: Conversión Verbal → Tabular
- Puesta en común: el docente completa la tabla en pizarra y resalta el patrón.

Actividad 2.2 — Del registro tabular al algebraico (15 min)

A partir de la tabla, los estudiantes formulan la regla algebraica de cada función:

- $C(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (función de costo)
- $I(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (función de ingreso)
- $G(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (función de ganancia)
- El docente formaliza la definición: Una función f de A en B es una regla que asigna a cada elemento $x \in A$ exactamente un elemento $f(x) \in B$.
- RRS: Conversión Tabular - Algebraico

Actividad 2.3: Dominio y Rango en contexto (15 min)

Para $G(x) = 2x$, los estudiantes responden en parejas:

- ¿Puede x ser negativo en este contexto? → Dominio = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
- ¿Qué valores puede tomar $G(x)$? → Rango = $\{G \in \mathbb{R} \mid G \geq 0\}$
- ¿Qué pasa si $x = 0$? Interpretar en el contexto del negocio.
- RRS: Registro Algebraico + Verbal (interpretación contextual)

Actividad 2.4 — Registro gráfico y prueba de la línea vertical (15 min)

Cada estudiante grafica $G(x)$ en papel cuadriculado o en GeoGebra

- Marcar los pares $(x, G(x))$ de la tabla en el plano cartesiano.
- Unir los puntos y trazar la recta.
- Aplicar la PRUEBA DE LA LÍNEA VERTICAL: ¿La línea vertical toca la gráfica en más de un punto?
- Comparar con una relación que NO es función:
- RRS: Conversión Tabular - Gráfico / Tratamiento dentro del registro gráfico

MOMENTO 3: PRÁCTICA GUIADA: Consolidación RRS - 25 minutos

Taller de Conversiones entre Registros (trabajo en parejas)

Se entregan 3 tarjetas de ejercicio. Cada pareja debe realizar las conversiones indicadas:

#	Situación / Función dada	Conversión solicitada	Registro destino
1	"Una empresa cobra S/. 50 por hora de consultoría. El costo depende de las horas contratadas."	Construir tabla (5 valores) y escribir la función algebraica.	Verbal → Tabular → Algebraico
2	$f(x) = -3x + 120$ con $D_f = [0, 40]$	Graficar la función e interpretar el valor de x donde $f(x) = 0$.	Algebraico → Gráfico → Verbal
3	Se entrega una tabla de pares (x, y) . Algunos valores se repiten en y .	Determinar si es función o no. Justificar con registro verbal y gráfico.	Tabular → Verbal + Gráfico

Revisión en plenaria: cada pareja expone un ejercicio (2 min por equipo).

MOMENTO 4 — CIERRE Y METACOGNICIÓN - 15 minutos

Estrategia: Ficha de Salida RRS (Exit Ticket)

Cada estudiante responde individualmente en media hoja (5 min):

- ¿Cuál es la diferencia entre una relación y una función? (registro verbal)
- Escribe un ejemplo de función del contexto administrativo. (registro verbal + algebraico)
- ¿En qué registro te resultó más fácil entender el concepto? ¿Por qué? (metacognición)

Síntesis docente (10 min):

- Mapa de conversiones RRS en pizarra: mostrar el ciclo Verbal ↔ Tabular ↔ Algebraico ↔ Gráfico.
- Destacar: 'La función no es solo una fórmula; es una relación que podemos ver de 4 formas diferentes.
- Anticipo Sesión 2: 'La próxima clase evaluaremos funciones: calcular $f(a)$, $f(a + h)$, y operaciones entre funciones.

RECURSOS Y MATERIALES

Para el docente	Presentación PPT con los 4 registros RRS, casos impresos, pizarra
Para el estudiante	Hoja cuadriculada, lápiz de color, calculadora básica
Tecnología	GeoGebra (opcional), Excel para verificar tablas
Impresiones	Tarjetas de taller (Actividad 2 y Momento 3), ficha de salida

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Formativa / De proceso
Instrumento	Lista de cotejo — Conversiones RRS + Ficha de salida
Criterio 1	Identifica correctamente el dominio y rango de una función dada
Criterio 2	Realiza al menos 2 conversiones entre registros distintos
Criterio 3	Interpreta en contexto administrativo el significado de $f(x)$
Retroalimentación	Inmediata, durante plenaria del Momento 3

Fuente: *Elaboración propia*

SESIÓN 2

Tabla 9:

Evaluación de Funciones, Operaciones y Función Inversa

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Unidad	Unidad 1: Concepto de Función y sus Aplicaciones
Sesión N°	2
Duración	120 minutos
Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)
Prerrequisito	Sesión 1: Definición, dominio, rango y registros RRS básicos

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Evalúa funciones en valores numéricos y expresiones algebraicas, realiza operaciones entre funciones (suma, resta, composición) e interpreta la función inversa, aplicando conversiones entre registros semióticos en contextos de administración de empresas.

INDICADORES DE LOGRO

- Evalúa $f(a)$, $f(a + h)$ y $f(x + 1)$ dado el registro algebraico de una función.
- Realiza las operaciones $(f + g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$ y $(f \circ g)(x)$ en contexto de costos e ingresos.
- Interpreta la función inversa como 'deshacer' la operación original en lenguaje verbal.
- Representa operaciones de funciones en los registros tabular y gráfico.
- Resuelve un problema integrador usando al menos 3 registros RRS.

MÓDULO RRS — REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal / Lenguaje Natural	"Una empresa vende x unidades y obtiene un ingreso I "	Leer y reescribir situaciones en lenguaje propio; identificar variables.	Verbal Tabular: elaborar tabla con valores de x e I .

Tabular / Numérico	Tabla de $(f+g)(x)$ construida a partir de tablas de f y g	Sumar, restar columnas de tablas para obtener operaciones.	Tabular → Gráfico: graficar $(f+g)$ superpuesta con f y g .
Gráfico	Gráficas de f , g y $f \circ g$ en el mismo plano	Identificar visualmente el efecto de la composición.	Gráfico → Verbal: describir qué hace $f \circ g$ al input.
Verbal / Contextual	"Si $C(x)$ = costo y $I(x)$ = ingreso, entonces $U(x) = I(x) - C(x)$ "	Formular la función de utilidad y describirla en lenguaje propio.	Verbal → Algebraico: escribir $U(x)$ y calcular $U(100)$.

SECUENCIA DIDÁCTICA

MOMENTO 1 - INICIO: Recuperación y Motivación - 20 minutos

Estrategia: Ruleta de Registros (Revisión Sesión 1)

El docente muestra 4 tarjetas, una por cada registro RRS, con la función $G(x) = 2x - 10$ de la sesión anterior:

- Tarjeta A — Verbal: 'La ganancia neta después de descontar S/.10 de gastos fijos.'
- Tarjeta B — Tabular: Tabla con $x = 5, 10, 20, 50$ y los respectivos $G(x)$.
- Tarjeta C — Algebraico: $G(x) = 2x - 10$
- Tarjeta D — Gráfico: Recta en el plano con pendiente 2 e intercepto -10.

Actividad: Los estudiantes emparejan las 4 tarjetas y justifican oralmente la equivalencia entre registros. (5 min individual + 5 min plenaria)

Motivación hacia la sesión 2:

- Pregunta detonadora: "Si ahora los costos suben y el ingreso cambia, ¿cómo combino las dos funciones para saber mi nueva ganancia?" → Introduce el concepto de operaciones entre funciones.

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Evaluación y Operaciones - 65 minutos

Actividad 2.1 — Evaluación de funciones (20 min)

Caso: La empresa TechAdmin tiene una función de costos $C(x) = 0.5x^2 + 4x + 200$, donde x = unidades producidas.

	Expresión a evaluar	Interpretación de contexto
1	$C(10)$	Costo al producir 10 unidades
2	$C(0)$	Costo cuando no se produce nada (costos fijos)
3	$C(x+1) - C(x)$	Costo marginal: cuanto sube el costo al producir 1 unidad mas
4	$C(2x)$	Costo si se duplica la producción

- RRS: Tratamiento algebraico → conversión a registro verbal (interpretación)
Actividad 2.2 : Operaciones entre funciones (25 min)
Se entregan las funciones del caso TechAdmin:
- $C(x) = 0.5x^2 + 4x + 200$ (costo total)
- $I(x) = 50x$ (ingreso por ventas, precio unitario S/.50)

Los estudiantes, en grupos de 3, calculan y representan en TRES registros:

Operación	Registro Algebraico	Registro Tabular ($x = 0,10,20,50$)
Utilidad: $U(x) = I(x) - C(x)$	$U(x) = \underline{\hspace{2cm}}$	Completar tabla
Costo promedio: $P(x) = C(x) / x$	$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$	Completar tabla
Composición: $I(C(x))$	$I(C(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$	Interpretar verbalmente

- RRS: Algebraico → Tabular → Gráfico (graficar $U(x)$ en papel cuadriculado)
- Identificar en la gráfica el PUNTO DE EQUILIBRIO donde $U(x) = 0$.

Actividad 2.3 — Función Inversa (20 min)

A partir de $I(x) = 50x$ (ingreso), el docente plantea:

- Si sé que el ingreso fue S/. 3500, ¿cuántas unidades se vendieron?
- Esto es calcular la función inversa: $I^{-1}(y) = y / 50$

Los estudiantes exploran:

- Construir la tabla inversa: intercambiar columnas x e $I(x)$.
- Graficar $I(x)$ e $I^{-1}(x)$ en el mismo plano; observar la simetría respecto a $y = x$.
- Escribir en registro verbal: 'La función inversa nos dice cuántas unidades producir para obtener un ingreso dado.'
- RRS: Tabular (inversa) → Gráfico (simetría) → Verbal (interpretación)

MOMENTO 3: PROBLEMA INTEGRADOR RRS:- 25 minutos

CASO: Cafetería Universitaria: EcoBreak

Una cafetería universitaria tiene las siguientes funciones:

- Costo: $C(x) = x^2 - 10x + 80$ (soles, x = docenas de sándwiches)
- Ingreso: $I(x) = 30x$ (precio: S/.30 por docena)

Se pide — usando AL MENOS 3 registros RRS:

- a) Calcular $U(x) = I(x) - C(x)$ y simplificar. [Registro Algebraico]
- b) Completar tabla de $U(x)$ para $x = 0, 5, 10, 15, 20$. [Registro Tabular]
- c) Graficar $U(x)$ e identificar el punto de equilibrio. [Registro Gráfico]

- d) Redactar en 3 líneas qué representa $U(x)$ y cuándo es rentable el negocio. [Registro Verbal]
- e) RETO: Hallar $U^{-1}(x)$ e interpretar su significado. [Función Inversa]

MOMENTO 4 — CIERRE Y METACOGNICIÓN - 15 minutos

Estrategia: Mapa de Conversiones RRS — Plenaria

El docente dibuja en pizarra el diagrama de los 4 registros y pide a los estudiantes ubicar cada actividad realizada en la sesión:

VERBAL	TABULAR	ALGEBRAICO	GRÁFICO
Interpretar $U(x)$ y punto de equilibrio	Tabla de C, I, U, P para distintos x	Calcular $U(x)$, $I^{-1}(x)$, operaciones f, g	Graficar $U(x)$, encontrar raíces visualmente

Portafolio RRS (tarea de consolidación):

- Seleccionar UNA función del contexto de su carrera (finanzas, marketing, RRHH).
- Representarla en los 4 registros: verbal, tabular, algebraico y gráfico.
- Identificar al menos 2 conversiones realizadas y explicarlas.
- Entrega: próxima clase (formato hoja A4 o digital).

Reflexión metacognitiva (2 min — verbal en plenaria):

- ¿Cuál conversión entre registros fue la más desafiante?
- ¿Por qué crees que es útil ver una función de 4 formas diferentes?

RECURSOS Y MATERIALES

Para el docente	PPT con ejercicios resueltos paso a paso en 4 registros, tarjetas de emparejamiento
Para el estudiante	Hoja cuadriculada, calculadora, hoja de casos impresa
Tecnología	GeoGebra para graficar $U(x)$, Excel para tablas operacionales
Impresiones	Caso TechAdmin, Caso EcoBreak, tabla de portafolio RRS

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Formativa sumativa (cierre de unidad)
Instrumento	Lista de cotejo RRS + Problema integrador + Portafolio RRS (tarea)
Criterio 1	Evalúa correctamente $f(a)$ y $f(x+h)$ en al menos 3 ejercicios
Criterio 2	Calcula $U(x) = I(x) - C(x)$ e identifica el punto de equilibrio
Criterio 3	Representa la solución en al menos 3 registros RRS distintos
Retroalimentación	Interpreta verbalmente el significado de la función inversa

Fuente: *Elaboración propia*

SESIÓN 3

Tabla 10:

Función Lineal: Pendiente, Punto de Equilibrio y Modelo Costo-Ingreso-Utilidad

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática 1
Unidad	Unidad 2: Funciones Lineales y Aplicaciones en Administración
Sesión N°	3
Duración	120 minutos
Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Aplica la función lineal para modelar situaciones de costo, ingreso y utilidad en empresas, determinando el punto de equilibrio a través de múltiples registros de representación semiótica.

INDICADORES DE LOGRO

- Escribe la ecuación de una recta dados dos puntos o pendiente e intercepto.
- Construye las funciones $C(x)$, $I(x)$ y $U(x)$ a partir de un enunciado verbal.
- Calcula el punto de equilibrio algebraicamente y lo ubica en la gráfica.
- Interpreta la pendiente como tasa de cambio en un contexto empresarial.
- Realiza conversiones entre los 4 registros RRS para funciones lineales.

MÓDULO RRS — REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal	El costo crece S/.8 por cada unidad producida más un costo fijo de S/.200	Identificar variables dependiente e independiente; nombrar la función.	Verbal - Algebraico: escribir $C(x) = 8x + 200$
Algebraico	$C(x) = 8x + 200$; $I(x) = 20x$	Calcular $C(50)$, $I(50)$; despejar x en	Algebraico → Tabular: completar tabla de valores.

		$C(x) = I(x)$ para hallar equilibrio.	
Tabular	Tabla x $C(x)$ $I(x)$ $U(x)$ para $x = 0, 25, 50, 75, 100$	Completar la tabla y detectar en que valor $U(x) = 0$.	Tabular → Gráfico: trazar las tres rectas en un mismo plano.
Gráfico	Tres rectas $C(x)$, $I(x)$ y $U(x)$ en el plano cartesiano	Identificar la intersección de C e I como el punto de equilibrio visual.	Gráfico → Verbal: describir el significado económico del punto de equilibrio.

SECUENCIA DIDÁCTICA – 120 minutos

MOMENTO 1 - INICIO: Activación con Video-Caso - 20 minutos

Estrategia: Video-Caso: Pregunta Detonadora

El docente proyecta un breve esquema animado (o dibujado en pizarra) de una empresa que fabrica camisetas:

– Costo fijo mensual: S/.200 | Costo variable por camiseta: S/.8 | Precio de venta: S/.20

Pregunta detonadora: Con 10 camisetas, ¿gana o pierde? ¿Cuántas necesita vender para no perder ni ganar?

Actividad rápida (Think-Pair-Share):

- Cada estudiante calcula individualmente (2 min), luego comparte con un compañero (2 min).
- Plenaria: el docente registra respuestas en la pizarra y revela la pregunta clave: el punto de equilibrio.
- RRS activado: Registro Verbal — primera lectura del problema.

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Evaluación y Operaciones - 65 minutos

Actividad 2.1 — Del enunciado a las funciones (15 min)

Los estudiantes escriben las tres funciones del caso de camisetas:

- $C(x) = 8x + 200$ (costo total)
- $I(x) = 20x$ (ingreso total)
- $U(x) = I(x) - C(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (utilidad — completar)
- RRS: Verbal → Algebraico

Actividad 2.2 — Registro tabular (15 min)

x (unidades)	C(x) (soles)	I(x) (soles)	U(x) (soles)	¿Gana o Pierde?
0				
10				

20				
25				
30				

- Detectar en la tabla el valor de x donde $U(x)$ cambia de negativo a positivo.
- RRS: Algebraico → Tabular

Actividad 2.3 — Punto de equilibrio algebraico (15 min)

Formalizar el cálculo:

$$\begin{aligned}
 C(x) &= I(x) \\
 8x + 200 &= 20x \\
 x &= \frac{200}{12} \\
 x &= 16.7 \text{ u}
 \end{aligned}$$

- Interpretar: se necesitan vender al menos 17 camisas para ser rentable.
- Calcular el ingreso en el equilibrio: $I(17) = 340$ soles
- RRS: Tratamiento algebraico — despeje de ecuación lineal

Actividad 2.4 — Registro grafico (15 min)

En papel cuadriculado o GeoGebra, cada estudiante grafica $C(x)$, $I(x)$ y $U(x)$ en el mismo plano:

- Usar diferente color para cada recta.
- Marcar con un punto el cruce de $C(x)$ e $I(x)$: ese es el PUNTO DE EQUILIBRIO.
- Sombrear la zona de perdida (izquierda) y la zona de ganancia (derecha).
- RRS: Algebraico / Tabular → Grafico

MOMENTO 3: PRACTICA GUIADA: Taller de Tres Empresas - 25 minutos

Actividad: Cada grupo recibe una empresa distinta y resuelve el modelo completo

Empresa	Datos	Calcular	Representar en
A) Panadería	$C = S/150$, $CV = S/4/\text{pan}$, Precio = $S/10$	$C(x), I(x), U(x)$, punto de equilibrio	Algebraico + Grafico + Verbal
B) Lavandería	$CF = S/300$, $CV = S/6/\text{kg}$, Precio = $S/15$	$C(x), I(x), U(x)$, punto de equilibrio	Tabular + Grafico + Verbal
C) Consultora	$CF = S/.500$, $CV = S/20/\text{hr}$, Precio = $S/.80$	$C(x), I(x), U(x)$, punto de equilibrio	Todos los registros RRS

Cada grupo expone su grafica en pizarra y explica el punto de equilibrio en registro verbal (3 min por grupo)

MOMENTO 4 — CIERRE: Interpretación económica - 15 minutos
Síntesis docente — Mapa de Registros Lineales El docente completa en pizarra el ciclo RRS mostrando como la misma función lineal se expresa en los 4 registros y que cada uno revela información diferente: – Verbal: revela el contexto y las variables del problema. – Algebraico: permite calcular valores exactos y despejar incógnitas. – Tabular: facilita comparar y detectar patrones numéricos. – Gráfico: muestra visualmente tendencias, intersecciones y zonas. Reflexión metacognitiva: – ¿En qué registro identificaste más fácilmente el punto de equilibrio? – ¿Por qué crees que los administradores usan graficas para tomar decisiones? – Anticipo Sesión 2: Analizaremos funciones de oferta y demanda, y sistemas de ecuaciones lineales.

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Formativa de proceso
Instrumento	Lista de cotejo — Modelo CIU + Grafica con punto de equilibrio
Criterio 1	Escribe correctamente $C(x)$, $I(x)$ y $U(x)$ a partir de un enunciado
Criterio 2	Calcula el punto de equilibrio algebraicamente
Criterio 3	Grafica las tres funciones e identifica visualmente el equilibrio
Retroalimentación	Interpreta verbalmente el significado económico del resultado

Fuente: *Elaboración propia*

SESIÓN 4

Tabla 11

Modelos de Oferta y Demanda Lineales — Equilibrio de Mercado y Sistemas

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Contenido	Funciones Lineales y Aplicaciones en Administración
Duración	120 minutos
Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)

Sesión N°	4
Prerrequisito	Sesión 3: funciones lineales Costo, Ingreso, Utilidad y punto de equilibrio

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Formula e interpreta modelos lineales de oferta y demanda, determina el equilibrio de mercado resolviendo sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , representando los resultados en múltiples registros semióticos.

INDICADORES DE LOGRO

- Construye las funciones de oferta y demanda a partir de datos verbales.
- Resuelve un sistema 2×2 por método gráfico y por sustitución/igualación.
- Interpreta el precio y cantidad de equilibrio en contexto de mercado.
- Identifica zonas de excedente del consumidor y productor en la gráfica.

MÓDULO RRS — REGISTROS ACTIVADOS EN ESTA SESION

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal	"La demanda cae 2 unidades por cada sol que sube el precio"	Formular la función de demanda; identificar precio de reserva.	Verbal - Algebraico: $Q_d(p) = -2p + 100$
Algebraico	$Q_d(p) = -2p + 100$ $Q_o(p) = 3p - 50$ (oferta)	Igualar oferta y demanda para hallar precio de equilibrio.	Algebraico - Tabular: tabla de precios y cantidades para cada función.
Tabular	Tabla $p \mid Q_d \mid Q_o$ para $p = 10, 20, 30, 40, 50$	Verificar numéricamente el precio donde $Q_d = Q_o$.	Tabular - Grafico: graficar oferta y demanda; señalar equilibrio.
Grafico	Curvas de oferta y demanda cruzándose en el equilibrio	Interpretar zonas de excedente del consumidor y productor.	Gráfico - Verbal: redactar informe del mercado en equilibrio.

SECUENCIA DIDÁCTICA – 120 minutos

MOMENTO 1 - INICIO: Mercado simulado- 15 minutos

Estrategia: Simulación rápida de mercado (juego de roles)
El docente asigna roles: la mitad de la clase son COMPRADORES y la otra mitad son VENEDORES de lapiceros.

- Compradores: quieren comprar más cuando el precio baja — anotan cuantos comprarían a S/.1, S/.2, S/.3, S/.4, S/.5.
- Vendedores: quieren vender más cuando el precio sube — anotan cuantos venderían a los mismos precios.
- Se tabulan los resultados en pizarra y el docente señala visualmente donde se 'cruzan' las cantidades.

Pregunta de inicio: ¿Existe un precio donde compradores y vendedores quedan satisfechos? Introduce el equilibrio de mercado.

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Evaluación y Operaciones - 65 minutos

Actividad 2.1 — Formalizar las funciones (20 min)

Caso: En el mercado de cuadernos universitarios se observa:

- Demanda: cuando el precio sube S/.1, la demanda cae 50 unidades. A S/.2 se demandan 400 unidades.
- Oferta: cuando el precio sube S/.1, la oferta sube 30 unidades. A S/.2 los vendedores ofrecen 60 unidades.

Tarea: Encontrar $Q_d(p)$ y $Q_o(p)$ usando la ecuación de la recta (punto-pendiente):

- $Q_d(p) = -50p + 500$ (completar con los estudiantes paso a paso)
- $Q_o(p) = 30p - 0$ (completar)
- RRS: Verbal → Algebraico

Actividad 2.2 — Resolución del sistema 2x2 (20 min)

Método 1: Igualación:

$$\begin{aligned} Q_d(p) &= Q_o(p) \\ -50p + 500 &= 30p \\ p^* &= 6.25, Q^* = 187.5 \end{aligned}$$

Método 2: Grafico: trazar Q_d y Q_o en el mismo plano (eje x = precio, eje y = cantidad):

- Graficar cada función con su tabla de valores ($p = 0, 2, 4, 6, 8, 10$).
- Marcar visualmente la intersección: ese es el EQUILIBRIO DE MERCADO.
- RRS: Algebraico → Grafico / Tratamiento algebraico del sistema

Actividad 2.3 — Análisis de excedentes (25 min)

Con la gráfica en mano, los estudiantes identifican y calculan:

- Excedente del consumidor (EC): área triangular sobre el precio de equilibrio bajo la curva de demanda.
- Excedente del productor (EP): área triangular bajo el precio de equilibrio sobre la curva de oferta.
- Interpretar verbalmente: '¿Quién gana más en este mercado?'
- Variar el precio artificialmente (ej. $p=4$): analizar escasez o sobreproducción en el gráfico.
- RRS: Grafico → Verbal + Algebraico (cálculo de áreas triangulares)

MOMENTO 3: PRACTICA GUIADA: Política de precios - 25 minutos

Caso: La Municipalidad fija un precio máximo (Precio techo)

El gobierno fija el precio máximo del arroz en S/.3 (precio techo = S/.3).

Funciones del mercado de arroz: $Q_d(p) = -80p + 800$; $Q_o(p) = 40p$

En grupos de 4, responder usando TRES registros RRS:

- a) Hallar el equilibrio libre de mercado (p^* y Q^*). [Algebraico]
- b) Construir la tabla para $p = 0, 2, 3, 5, 10$. [Tabular]
- c) Graficar y señalar el precio techo $p = 3$ como línea horizontal. [Grafico]
- d) Calcular la escasez: $Q_d(3) - Q_o(3)$. ¿Qué significa para los consumidores? [Verbal]
- e) RETO: Proponer un precio que maximice el excedente total. Justificar. [Verbal + Algebraico]

MOMENTO 4 — CIERRE: Interpretación económica - 15 minutos

Reflexión RRS: ¿Qué hubiera pasado si solo usáramos una representación?

- Solo con el registro verbal: sabíamos el contexto, pero no podíamos calcular el equilibrio exacto.
- Solo con el algebraico: calculáramos el equilibrio, pero no veríamos el efecto del precio techo.
- Solo con el grafico: identificaríamos tendencias, pero no medíamos excedentes con precisión.

Cierre de la Unidad 2:

- Resumen: función lineal, pendiente como tasa de cambio, equilibrio CIU, equilibrio de mercado, sistemas 2x2.
- Transición: En la Unidad 3 veremos qué pasa cuando las funciones no son rectas sino curvas ¿pueden los costos y el ingreso tener forma de parábola?

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Formativa de cierre de unidad
Instrumento	Problema integrador grupal + autoevaluación RRS
Criterio 1	Formula correctamente $Q_d(p)$ y $Q_o(p)$ a partir de datos verbales
Criterio 2	Resuelve el sistema por al menos un método algebraico
Criterio 3	Grafica las dos funciones e identifica el equilibrio visualmente
Criterio 4	Explica en registro verbal el efecto de un precio techo o piso

Fuente: *Elaboración propia*

Preguntas de referencia

Los siguientes problemas están diseñados para ser resueltos en equipos de 3 a 4 estudiantes fuera del aula. Deben aplicar los 4 registros RRS y presentar un informe completo en su Portafolio

Problema 1: Negocio de Jugos Naturales

Enunciado:

La familia Quispe desea abrir un puesto de jugos naturales en el mercado central de su ciudad. Han identificado que los costos fijos mensuales (alquiler, licencias, equipos) ascienden a S/.480. El costo variable por litro de jugo es de S/.3.50 (frutas, azúcar, hielo). Basándose en su estudio de mercado, planean vender cada litro a S/.9.00. Sin embargo, en temporada alta (verano) pueden subir el precio a S/.11.00. Además, un competidor vende a S/.7.50 con costos variables de S/.2.80 y fijos de S/.360.

- a) Construir $C(x)$, $I(x)$ y $U(x)$ para el puesto de la familia Quispe. [Registro Algebraico]
- b) Completar una tabla de valores para $x = 0, 30, 60, 80, 100, 120$ litros. [Registro Tabular]
- c) Determinar el punto de equilibrio en temporada normal y en temporada alta. [Algebraico + Grafico]
- d) Graficar $C(x)$ e $I(x)$ para ambas temporadas en el mismo plano. Sombrear la zona de ganancia. [Grafico]
- e) Comparar el punto de equilibrio con el del competidor. ¿A quién le conviene más la temporada alta? [Verbal]
- f) RETO: Si la Municipalidad impone un precio máximo de S/.8.00 por litro de jugo, analizar el impacto usando los registros RRS. ¿Debería abrir el negocio la familia Quispe? Justificar.

Problema 2: Mercado de Artesanías:

Enunciado:

En la feria artesanal anual de una región andina, se comercializan tejidos típicos. Los compradores (turistas y locales) muestran el siguiente comportamiento: por cada S/.5 que sube el precio, la demanda cae en 40 unidades. Cuando el precio es S/.20, se demandan 320 unidades. Por otro lado, los artesanos ofrecen más producto a mayor precio: por cada S/.5 que sube, la oferta aumenta 25 unidades. Cuando el precio es S/.20, ofrecen 100 unidades. La Asociación de Artesanos evalúa pedir una subvención al gobierno regional de S/.3 por unidad vendida (subsidio al productor).

- Determinar las funciones $Q_d(p)$ y $Q_o(p)$. [Registro Algebraico + Verbal]
- Construir una tabla comparativa de Q_d y Q_o para $p = 10, 15, 20, 25, 30, 35$. [Registro Tabular]
- Calcular el precio y cantidad de equilibrio de mercado. [Algebraico]
- Graficar oferta y demanda; identificar y sombrear el excedente del consumidor y del productor. [Grafico]
- Analizar el efecto del subsidio de S/.3: la nueva función de oferta seria

$$Q_o'(p) = Q_o(p + 3).$$

Calcular el nuevo equilibrio. [Algebraico + Grafico]

- Redactar una conclusión de media página: ¿Beneficia el subsidio a los artesanos y a los compradores? Usar datos numéricos para sustentar. [Registro Verbal]

Entregable: Informe escrito + presentación grafica en Excel o GeoGebra (mínimo 3 registros RRS).

SESIÓN 5

Tabla 12

Función Cuadrática: Vértice, Máximo, Mínimo y Optimización de Ingresos

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Contenido	Funciones cuadráticas y Aplicaciones en Administración
Duración	120 minutos
Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)
Sesión N°	5

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Aplica la función cuadrática para resolver problemas de maximización de ingresos en contextos empresariales, utilizando el vértice de la parábola como punto óptimo e interpretando los resultados a través de múltiples registros RRS.

INDICADORES DE LOGRO

- Identifica los parámetros a, b, c de una función cuadrática y determina la apertura de la parábola.

- Calcula el vértice (máximo o mínimo) usando la formula

$$x = -\frac{b}{2a}$$

- Determina el precio que maximiza el ingreso total de un producto.
- Grafica la parábola identificando vértice, eje de simetría y raíces.
- Convierte entre los 4 registros RRS para funciones cuadráticas.

MÓDULO RRS — REGISTROS ACTIVADOS EN ESTA SESION

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal	El ingreso aumenta hasta cierto punto y luego cae porque un precio muy alto reduce las ventas	Identificar la variable que se maximiza y el punto óptimo de forma cualitativa.	Verbal → Algebraico: formular: $I(p) = -2p^2 + 80p$
Algebraico	$I(p) = -2p^2 + 80p$ (ingreso en función del precio p)	Hallar el vértice: $p = -\frac{b}{2a} = 20$ $I(20) = 800.$	Algebraico - Tabular: calcular I(p) para $p = 0,5,10,15,20,25,30.$
Tabular	Tabla $p \mid I(p)$ mostrando el máximo en $p = 20$	Identificar el valor máximo de la tabla y comparar con el resultado algebraico.	Tabular - Grafico: trazar la parábola marcando el vértice.
Gráfico	Parábola con apertura hacia abajo; vértice en (20, 800)	Identificar visualmente el eje de simetría, el máximo y los cortes con el eje x .	Gráfico - Verbal: interpretar el precio óptimo en lenguaje de negocios.

SECUENCIA DIDÁCTICA – 120 minutos

MOMENTO 1 - INICIO: El dilema del precio - 20 minutos

Estrategia: Experimento mental con datos reales

El docente plantea el siguiente dilema con datos en la pizarra:

- Una empresa de software vende licencias. A S/.10 venden 1600 licencias. Por cada S/.1 que sube el precio, venden 40 licencias menos.

Ronda 1 de predicciones (sin calcular): ¿A qué precio creen que se maximiza el ingreso?

Votar: S/.10, S/.20, S/.30, S/.40, S/.50.

El docente anota las predicciones y dice: Vamos a descubrirlo con matemáticas. Al final de la sesión comparamos con las predicciones.

- RRS activado: Registro Verbal - comprensión cualitativa del problema antes de formalizar

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Construcción de la función cuadrática - 60 minutos

Actividad 2.1 — Formular $I(p)$ desde el enunciado (15 min)

Cantidad vendida en función del precio: $Q(p) = 1600 - 40p$

Ingreso total:

$$\begin{aligned} I(p) &= p \cdot Q(p) \\ I(p) &= p(1600 - 40p) \\ I(p) &= -40p^2 + 1600p \end{aligned}$$

- Identificar: $a = -40$ (parábola hacia abajo → existe MAXIMO), $b = 1600$, $c = 0$.
- RRS: Verbal - Algebraico (construcción de $I(p)$)

Actividad 2.2 — Vértice: el precio optimo (15 min)

Calcular el vértice paso a paso con la clase:

$$\begin{aligned} p &= -b / (2a) \\ p &= -\frac{1600}{(2 \cdot (-40))} \\ p &= -\frac{1600}{(-80)} \\ p &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(20) &= -40(20)^2 + 1600(20) = \\ I(20) &= -16000 + 32000 \\ I(20) &= \$16\,000 \end{aligned}$$

- Verificar: volver a las predicciones del inicio — ¿quién acertó?
- RRS: Tratamiento algebraico → interpretación en registro verbal

Actividad 2.3 — Registro tabular (15 min)

p (precio S/.)	Q(p) unid.	I(p) S/.	p (precio S/.)	Q(p) unid.	I(p) S/.
0			5		
5			10		
10			15		
20			25		
30			35		

- Comparar con el vértice calculado: ¿coincide el máximo de la tabla con $p^*=20$?
- RRS: Algebraico → Tabular

Actividad 2.4 — Grafico de la parábola (15 min)

En papel cuadriculado o GeoGebra:

- Trazar la parábola con los puntos de la tabla.
- Marcar el vértice (20, 16000) con un punto destacado.
- Trazar el eje de simetría $p = 20$ como línea punteada.
- Identificar las raíces: $I(p) = 0$
 $p = 0$ y $p = 40$.
- Sombrear el área bajo la curva para los precios entre 0 y 40.
- RRS: Tabular + Algebraico - Gráfico

MOMENTO 3: PRACTICA: Tres casos de maximización - 25 minutos

Taller grupal: cada equipo resuelve un caso diferente

Producto	Dato del mercado	Encontrar
Entradas de cine	A S/.15 se venden 500 entradas. Por cada S/.1 que sube el precio, se venden 20 menos.	$Q(p)$, $I(p)$, precio optimo, ingreso máximo, grafica.
Hamburguesas	A S/.8 se venden 300 hamburguesas/día. Por cada S/.2 que sube el precio, se venden 30 menos.	$Q(p)$, $I(p)$, precio optimo, ingreso máximo, grafica.
Membresia gym	A S/.50 se venden 200 membresías/mes. Por cada S/.5 de aumento, se pierden 10 clientes.	$Q(p)$, $I(p)$, precio optimo, ingreso máximo, grafica.

Cada equipo presenta su parábola en la pizarra y explica el vértice económicamente

MOMENTO 4 — CIERRE: 15 minutos

Síntesis: La parábola como herramienta de decisión

- Cuando $a < 0$: la parábola abre hacia abajo, existe un MAXIMO útil para maximizar ingreso.
- Cuando $a > 0$: la parábola abre hacia arriba, existe un MINIMO útil para minimizar costos.
- El vértice siempre es la decisión optima del administrador.

Anticipo para la siguiente sesión:

- ¿Qué pasa cuando el costo también es cuadrático? ¿Como encontramos la utilidad máxima?

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Formativa de proceso
Instrumento	Problema de maximización con lista de cotejo RRS
Criterio 1	Formula correctamente $I(p)$ como producto $p \cdot Q(p)$
Criterio 2	Calcula el vértice usando $x = -\frac{b}{2a}$
Criterio 3	Grafica la parábola con vértice, eje de simetría y raíces identificados
Criterio 4	Interpreta el resultado en contexto empresarial (registro verbal)

Fuente: *Elaboración propia*

SESIÓN 6

Tabla 13

Minimización de Costos Cuadráticos, Utilidad Maxima y Discriminante

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Contenido	Funciones cuadráticas y Aplicaciones en Administración
Duración	120 minutos
Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)
Sesión N°	5
Prerrequisito	Vertice, maximo e $I(p)$ cuadrático

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Resuelve problemas de minimización de costos y maximización de utilidades usando funciones cuadráticas, aplica el discriminante para analizar la viabilidad de proyectos e interpreta los resultados mediante múltiples registros de representación semiótica.

INDICADORES DE LOGRO

- Minimiza una función de costo cuadrática calculando el nivel de producción optimo.
- Determina la utilidad máxima cuando $U(x) = I(x) - C(x)$ es cuadrática.
- Usa el discriminante para determinar si un negocio puede ser rentable.
- Resuelve un problema integrador con los 4 registros RRS.

MÓDULO RRS — REGISTROS ACTIVADOS EN ESTA SESION

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal	El costo baja hasta cierto nivel de producción y luego sube por ineficiencias	Reconocer la forma de U como indicador de costo mínimo.	Verbal $\rightarrow$ Algebraico: $C(x) = 0.5x^2 - 10x + 80$
Algebraico	$C(x) = 0.5x^2 - 10x + 80$; vertice $x = 10$, $C(10) = 30$	Calcular el costo mínimo y resolver $C(x) = k$ para distintos objetivos.	Algebraico - Grafico: graficar y ubicar el mínimo.
Grafico	Parábola con apertura hacia arriba; mínimo en $(10, 30)$	Leer desde la gráfica el nivel de producción que minimiza el costo.	Gráfico - Tabular: leer pares $(x, C(x))$ directamente de la curva.
Tabular	Tabla $x \mid C(x) \mid U(x) = I(x) - C(x)$ para analizar rentabilidad	Comparar $C(x)$ cuadrático con $I(x)$ lineal; identificar donde $U(x)$ es máximo.	Tabular - Verbal: describir la estrategia de producción optima.

SECUENCIA DIDÁCTICA – 120 minutos

MOMENTO 1 - INICIO: El costo en forma de U - 15 minutos

Estrategia: Imagen y análisis cualitativo

El docente dibuja en pizarra una curva de costos con forma de U y pregunta:

- ¿Por qué los costos bajan al principio cuando producimos más? Economías de escala.
- ¿Por qué los costos suben nuevamente cuando producimos demasiado? Cuellos de botella, horas extras, materias primas escasas.

Introducción: Esta curva en U es exactamente una parábola con apertura hacia arriba, función cuadrática con MINIMO.

- RRS activado: Grafico cualitativo - Verbal (comprensión del fenómeno económico).

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Minimización y Utilidad máxima - 60 minutos

Actividad 2.1 — Minimización de costo (20 min)

Caso Fabri Tex: $C(x) = 2x^2 - 60x + 500$ (x = docenas producidas)

- Calcular el mínimo: $x = -\frac{-6}{2 \cdot 2}$

$$x = \frac{60}{4}$$

$$x = 15 \text{ docenas}$$

- Costo mínimo: $C(15) = 2(225) - 60(15) + 500$
 $C(15) = 450 - 900 + 500$
 $C(15) = 50 \text{ S/}$
- Interpretar: producir exactamente 15 docenas minimiza los costos a S/.50.
- Raíces de $C(x)$: calcular con formula cuadrática ($x = 10$ y $x = 25$) → interpretar.
- RRS: Verbal, Algebraico y Grafico (parábola con mínimo)

Actividad 2.2 — Utilidad máxima (25 min)

Para Fabri Tex: $I(x) = 40x$ (precio S/.40 por docena)

$$U(x) = I(x) - C(x)$$

$$U(x) = 40x - (2x^2 - 60x + 500)$$

$$U(x) = -2x^2 + 100x - 500$$

- Calcular el máximo de $U(x)$

$$x = -\frac{100}{2 \cdot (-2)}$$

$$x = 25 \text{ docenas}$$

$$U(25) = -2(625) + 100(25) - 500$$

$$U(25) = -1250 + 2500 - 500 = \text{S/}.750$$

- Calcular raíces de $U(x)$: discriminante Delta (Δ)

$$\Delta = 100^2 - 4(-2)(-500)$$

$$\Delta = 10000 - 4000 = 6000$$

$$\Delta > 0$$

- Dos raíces reales - el negocio ES rentable en cierto rango de producción.
- Raíces:

$$x = \frac{(100 \pm \sqrt{6000})}{(2 \cdot (-2))}$$

$$x \approx 5,64 \text{ y } x \approx 44,36$$

- Interpretar: producir entre 6 y 45 docenas genera utilidad positiva.
- RRS: Algebraico (discriminante) - Grafico (parábola $U(x)$) - Verbal (zona de rentabilidad)

Actividad 2.3 — El discriminante como indicador de viabilidad (20 min)

Discriminante	Condición	Interpretación económica	Ejemplo
$D > 0$	Dos raíces reales distintas	El negocio es rentable en un rango de producción: $[x_1; x_2]$.	$U(x) = -2x^2 + 100x - 500$

$D = 0$	Una raíz real doble	El negocio solo es rentable en exactamente un nivel de producción.	Punto de tangencia entre C e I .
$D < 0$	Sin raíces reales	El negocio NUNCA es rentable: el ingreso siempre es menor que el costo.	Proyecto inviable - no lanzar.

MOMENTO 3: PROBLEMA INTEGRADOR: Empresa panificadora - 25 minutos

Caso: Pan Andino S.A.C.

Pan Andino produce panes artesanales. Sus funciones son:

$$C(x) = x^2 - 20x + 200 \text{ e } I(x) = 60x$$

(x = cientos de panes).

Resolver de forma individual, luego comparar en grupo:

- a) Calcular $U(x) = I(x) - C(x)$ y simplificar. [Algebraico]
- b) Determinar el nivel óptimo de producción y la utilidad máxima. [Algebraico]
- c) Calcular el discriminante de $U(x) = 0$. ¿Es viable el negocio? [Algebraico]
- d) Construir tabla de $x \mid C(x) \mid I(x) \mid U(x)$ para $x = 0, 10, 20, 30, 40, 50$. [Tabular]
- e) Graficar $U(x)$, $C(x)$ e $I(x)$ en el mismo plano. Identificar zona de ganancia. [Grafico]
- f) Escribir una recomendación gerencial de 3 líneas. [Verbal]
- Socialización: dos estudiantes presentan su gráfica y explican la recomendación.

MOMENTO 4 — CIERRE Y PORTAFOLIO: 15 minutos

Consolidación: Cuadro comparativo U2 vs U3

Aspecto	Función Lineal (U2)	Función Cuadrática (U3)
Forma	$f(x) = m + b$	$f(x) = ax^2 + b + c$
Grafica	Recta	Parábola (U o $\cap$)
Optimo	No existe (crece/decrece indefinidamente)	Vértice: $x = -\frac{b}{2a}$
Aplicación	Punto de equilibrio CIU	Precio optimo, costo mínimo, utilidad máxima

Anticipo a la siguiente Unidad

- ¿Qué pasa cuando los costos tienen forma de S o de W? Necesitamos polinomios de grado 3 o 4.

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Anticipo Unidad 4:
Instrumento	Formativa sumativa: cierre de Unidad 3
Criterio 1	Problema integrador Pan Andino + portafolio de parábolas
Criterio 2	Calcula correctamente $U(x) = I(x) - C(x)$ cuadrático
Criterio 3	Aplica el discriminante para determinar la viabilidad del negocio
Criterio 4	Grafica e interpreta la zona de rentabilidad

Fuente: *Elaboración propia*

Preguntas de referencia

Los siguientes problemas están diseñados para ser resueltos en equipos de 3 a 4 estudiantes fuera del aula. Deben aplicar los 4 registros RRS y presentar un informe completo en su Portafolio

Problema 1: Tienda de ropa online – precio óptimo

Enunciado:

StyleClick es una tienda de ropa online que vende polos personalizados. Mediante una encuesta a 200 clientes potenciales determinaron que: a S/.25 compran 180 polos por semana, pero por cada S/.3 que aumenta el precio, compran 12 polos menos. El costo de producción por polo es de S/.8 y los costos fijos semanales (plataforma, diseño, logística) son S/.400.

Se solicita al equipo:

- Formular $Q(p)$ = cantidad vendida en función del precio p . [Verbal → Algebraico]
- Escribir $I(p)$ = ingreso total e identificar que tipo de función es. [Algebraico]
- Escribir $C(p)$ = costo total e $U(p)$ = utilidad. [Algebraico]
- Calcular el precio que maximiza el INGRESO y el precio que maximiza la UTILIDAD. ¿Son iguales? Explicar. [Algebraico + Verbal]
- Construir una tabla comparativa para $p = 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$. [Tabular]
- Graficar $I(p)$ y $U(p)$ en el mismo plano. Indicar ambos vértices. [Grafico]
- RETO: Un competidor vende a S/.28 fijo. ¿En qué rango de precios StyleClick supera al competidor en utilidad? Usar discriminante y grafica para justificar.

Entregable: Informe escrito y presentación grafica en Excel o GeoGebra (mínimo 3 registros RRS).

Problema 1: Planta de producción – Costo mínimo y viabilidad

Enunciado:

AgroProcess S.A. produce conservas de frutas. Su función de costo de producción mensual es $C(x) = 3x^2 - 90x + 800$ (en soles, x = cientos de latas producidas, x entre 0 y 30). El precio de venta es S/.12 por lata, por lo que el ingreso es $I(x) = 1200x$. La empresa evalúa si es viable invertir en una nueva máquina que reduce el costo variable en un 30%, cambiando el coeficiente del término cuadrático de 3 a 2.

Se solicita al equipo:

- Calcular el nivel de producción que minimiza $C(x)$ y el costo mínimo. [Algebraico y Grafico]
- Determinar $U(x) = I(x) - C(x)$ y calcular la producción que maximiza la utilidad. [Algebraico]
- Aplicar el discriminante a $U(x) = 0$: ¿el negocio es viable? ¿En que rango de x ? [Algebraico]
- Repetir los pasos a, b y c con la nueva máquina (coeficiente = 2). [Algebraico]
- Construir una tabla comparativa 'sin maquina vs con maquina' para $x = 5, 10, 15, 20, 25$. [Tabular]
- Graficar las dos parábolas de $U(x)$ en el mismo plano. ¿Vale la pena la inversión? [Grafico]
- Redactar una recomendación gerencial de media página dirigida al Directorio de AgroProcess S.A., sustentada en los cálculos realizados. [Registro Verbal — texto formal]

Entregable: Informe escrito y presentación grafica en Excel o GeoGebra (mínimo 3 registros RRS).

SESIÓN 7

Tabla 14

Función Polinómica: Costo total cúbico y comportamiento gráfico

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Contenido	Funciones polinómicas y Aplicaciones en Administración
Duración	120 minutos

Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)
Sesión N°	7

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Interpreta y evalúa funciones polinómicas de grado 3 para modelar el comportamiento del costo total de producción en empresas, identificando los puntos críticos y las zonas económicas relevantes a través de múltiples registros de representación semiótica.

INDICADORES DE LOGRO

- Identifica el grado, coeficientes y termino independiente de un polinomio.
- Evalúa $C(q)$ para valores específicos usando sustitución directa.
- Describe el comportamiento general de una curva cubica (zonas decreciente y creciente).
- Relaciona los puntos críticos del costo cubico con decisiones de producción.
- Realiza conversiones RRS entre los 4 registros para funciones cubicas.

MÓDULO RRS — REGISTROS ACTIVADOS EN ESTA SESION

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal	"Los costos bajan por economías de escala, se estabilizan y vuelven a subir bruscamente por congestión"	Identificar el número de cambios de tendencia como indicador del grado del polinomio.	Verbal y Grafico cualitativo: esbozar la forma de la curva.
Algebraico	$C(q) = 0.1q^3 - 3q^2 + 40q + 200$	Evaluar $C(5), C(10), C(20)$; identificar los coeficientes y su significado.	Algebraico y Tabular: tabla de q y $C(q)$ para varios valores.
Tabular	$T \quad q \mid C(q)$ para $q = 0,5,10,15,20,25,30$	Detectar numéricamente donde $C(q)$ alcanza su valor mínimo local.	Tabular y Grafico: trazar la curva cubica y marcar puntos críticos.
Grafico	Curva cubica con punto de inflexión y mínimo local	Identificar visualmente el nivel de producción optimo (costo mínimo).	Gráfico y Verbal: describir las tres zonas económicas de la curva.

SECUENCIA DIDÁCTICA – 120 minutos

MOMENTO 1 - INICIO: Curvas de Costo en Economía - 20 minutos

Estrategia: Curvas Famosas de la Economía — Reconocimiento Visual

El docente muestra en pizarra 4 curvas sin ecuaciones y pregunta: ¿Cuál podría ser la curva de costo total de una fábrica real?

- Curva A: línea recta creciente (lineal)
- Curva B: parábola con mínimo (cuadrática)
- Curva C: curva en forma de S alargada — sube lento, luego rápido (cubica)
- Curva D: curva irregular con dos jorobas

Debate guiado (5 min): los economistas han documentado que los costos reales de producción siguen la Curva C (cubica). ¿Por qué?

- Al inicio: economías de escala → costos suben lento.
- En el medio: producción eficiente → zona de costos estables.
- Al final: deseconomías de escala → costos suben muy rápido.
- RRS activado: Grafico cualitativo → Verbal (interpretación económica)

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Minimización y Utilidad máxima - 60 minutos

Actividad 2.1 — Presentación y evaluación del polinomio (15 min)

Caso Metal Perú: $C(q) = 0.1q^3 - 3q^2 + 40q + 200$ (q = toneladas, C en miles de soles)

- Identificar: grado = 3, coeficiente líder = $0.1 > 0$ (función crece a la derecha), termino independiente = 200 (costo fijo).
- Evaluar: $C(0) = 200$, $C(10) = 310$, $C(20) = 600$, $C(30) = 1370$
- Interpretar $C(0)$: los costos fijos son S/.200 mil incluso sin producir nada.
- RRS: Verbal → Algebraico → Evaluación numérica

Actividad 2.2 — Registro tabular completo (15 min)

q	$C(q)$	Zona	q	$C(q)$	Zona
0	200	C. Fijo	2		
5			7		
10	310		12		
15			17		
20	600		22		
25			27		
30	1370	Altos			

- Completar la tabla y detectar el rango donde $C(q)$ crece más lentamente (zona eficiente).
- RRS: Algebraico → Tabular

Actividad 2.3 — Graficación de la cubica (15 min)

Cada estudiante o pareja grafica $C(q)$ en GeoGebra o papel cuadriculado:

- Trazar los puntos de la tabla y unirlos con una curva suave.
- Identificar visualmente el PUNTO DE INFLEXION: donde la curva cambia de convexa a cóncava.
- Marcar la zona optima de producción (costo más bajo por unidad).
- Comparar con la recta que representa el costo promedio.
- RRS: Tabular y Grafico

Actividad 2.4 — Las tres zonas económicas (15 min)

Zona	Descripción en el grafico	Interpretación económica	Para Metal Perú
I	Curva creciente, pero con pendiente decreciente (convexa)	Economías de escala: cada unidad extra cuesta menos.	$q = 0 \text{ a } \sim 10$
II	Curva creciente con pendiente creciente (cóncava)	Producción eficiente: zona de menor costo promedio.	$q = 10 \text{ a } \sim 20$
III	Curva muy empinada: costo aumenta aceleradamente	Deseconomías: horas extra, cuellos de botella, inputs escasos.	$q > 20$

- RRS: Grafico → Tabular → Verbal (descripción de las zonas)

MOMENTO 3: PROBLEMA INTEGRADOR: Empresa panificadora - 25 minutos

Dos empresas del sector textil con diferentes estructuras de costo

	Empresa A — Teji Andes	Empresa B — Moda Flex
Función	$C_A(q) = 0.2q^3 - 6q^2 + 60q + 100$	$C_B(q) = 0.1q^3 - 2q^2 + 20q + 300$
Tarea	Tabla $q = 0,5,10,15,20$ Grafica Zona eficiente Verbalmente describir	Tabla $q = 0,5,10,15,20$ Grafica Zona eficiente Verbalmente describir

- Pregunta final: Si ambas empresas tienen un ingreso $I(q) = 50q$, ¿cuál obtiene mayor utilidad a $q = 15$? Justificar con cálculos.

Exposición breve: un representante de cada empresa presenta su grafica (3 min c/u).
MOMENTO 4 — CIERRE Y PORTAFOLIO: 15 minutos
Conexión con Economía: la Curva de Costo Marginal Si $C(q) = 0.1q^3 - 3q^2 + 40q + 200$, el costo de producir una unidad adicional se aproxima por la derivada (sin calcular formalmente): - Costo marginal aprox. = $C(q + 1) - C(q)$: calcular para $q = 5, q = 15, q = 25$. - Observar que el CM primero baja y luego sube → esto es la curva de costo marginal en U. - Conexión con Unidad 2: el punto óptimo es donde CM = Precio de venta (se verá en Calculo). Anticipo Sesión 2: - La próxima clase usaremos Excel para ajustar un polinomio a datos reales de ventas y proyectarlos.

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Formativa de proceso
Instrumento	Taller comparativo Teji Andes vs Moda Flex + lista de cotejo
Criterio 1	Evalúa correctamente el polinomio cubico en al menos 5 valores
Criterio 2	Grafica la curva cubica con la forma correcta (no segmentos rectos)
Criterio 3	Identifica y nombra las tres zonas económicas en la grafica
Criterio 4	Explica verbalmente la zona optima de producción

Fuente: *Elaboración propia*

SESIÓN 8

Tabla 15

Ajuste Polinómico de Tendencias, Factorización y Análisis de Raíces en Administración

Datos Generales de la sesión	
Asignatura	Matemática I
Contenido	Funciones polinómicas y Aplicaciones en Administración
Duración	120 minutos
Modalidad	Semipresencial
Enfoque pedagógico	RRS — Registro de Representaciones Semióticas (Raymond Duval)

Sesión N°	8
Prerrequisito	Costo cúbico, tres zonas económicas, evaluación de polinomios

COMPETENCIA DE LA SESIÓN

Aplica la factorización y el análisis de raíces de polinomios para interpretar puntos críticos en modelos empresariales, y usa herramientas tecnológicas (Excel/GeoGebra) para construir modelos de tendencia polinómicos a partir de datos históricos de ventas, proyectando resultados con sustento matemático.

INDICADORES DE LOGRO

- Factoriza polinomios usando el Teorema del Factor y Horner.
- Interpreta las raíces reales de un polinomio en el contexto del problema.
- Construye un modelo de tendencia polinómico de grado 3 usando Excel.
- Proyecta ventas futuras con el modelo ajustado y evalúa su confiabilidad.
- Presenta los resultados integrando los 4 registros RRS.

MÓDULO RRS — REGISTROS ACTIVADOS EN ESTA SESION

Registro	Representación	Actividad del Estudiante	Conversión / Tratamiento
Verbal	Las ventas crecen en los primeros años, se desaceleran, y se recuperan con la nueva campaña.	Relacionar la descripción narrativa con la forma de la curva polinómica.	Verbal y Grafico: esbozar la tendencia antes de calcular.
Tabular	Tabla de ventas históricas anuales (datos reales o simulados)	Introducir los datos en Excel y aplicar ajuste polinómico de grado 3.	Tabular y Algebraico: Excel reporta la ecuación del polinomio.
Algebraico	$V(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (obtenido del ajuste)	Evaluar $V(t)$ para proyectar ventas futuras; identificar raíces.	Algebraico y Grafico: graficar la tendencia proyectada.
Grafico	Curva de tendencia polinómica superpuesta sobre datos reales	Evaluar visualmente la bondad del ajuste; identificar valores atípicos.	Gráfico y Verbal: redactar pronóstico de ventas para la gerencia.

SECUENCIA DIDÁCTICA – 120 minutos

MOMENTO 1 - INICIO: Datos reales de una empresa - 15 minutos

Estrategia: Análisis de datos históricos — provocar la necesidad del modelo

El docente presenta en pizarra la siguiente tabla de ventas anuales de una empresa de tecnología educativa:

Ano	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Ventas (miles S/.)	120	185	260	190	240	330	420

Pregunta: '¿Con una función lineal o cuadrática podemos modelar bien esta tendencia?' → Observar que los datos no siguen ni una recta ni una parábola perfecta.

Introducción: necesitamos un POLINOMIO DE MAYOR GRADO para capturar la forma real de los datos.

MOMENTO 2 — DESARROLLO: Factorización y ajuste polinómico - 65 minutos

Actividad 2.1: Factorización con el Teorema del Factor (20 min)

Polinomio: $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

Paso 1: Posibles raíces racionales: factores de 6 = {+ - 1, + - 2, + - 3, + - 6}

- Probar $P(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$ entonces $(x - 1)$ es factor.
- División sintética (Horner) con $x = 1$: cociente = $x^2 - 5x + 6$
- Factorizar el cociente: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$
- $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) \rightarrow$ raíces: $x = 1, 2, 3$

Aplicación al contexto: Si $P(t)$ representa la utilidad de una empresa en el periodo t , las raíces son los años en que la empresa NO tuvo ni ganancias ni pérdidas (utilidad = 0).

- RRS: Algebraico (factorización) → Grafico (trazar $P(x)$ y marcar las raíces en el eje x) - Verbal (interpretar)

Actividad 2.2: Ajuste Polinómico en Excel (30 min)

Usando los datos de ventas del Momento 1, cada estudiante trabaja en Excel:

Paso	Acción en Excel	Registro RRS generado
1	Ingresar en columna A los años (1 al 7) y en columna B las ventas.	Registro Tabular - datos organizados.
2	Seleccionar A y B - Insertar - Grafico de dispersión.	Registro Grafico - nube de puntos.
3	Clic derecho en la serie - Agregar línea de tendencia - Polinómica grado 3.	Registro Grafico - curva ajustada.
4	Activar Mostrar ecuación en el gráfico y Mostrar R^2 .	Registro Algebraico - ecuación del modelo.
5	Copiar la ecuación y evaluarla para proyectar $t = 8$ (año 2024) y $t = 9$ (año 2025).	Registro Algebraico - Tabular - proyección.

6	Redactar una conclusión de 4 líneas con la proyección de ventas.	Registro Verbal: informe ejecutivo.
---	--	-------------------------------------

Actividad 2.3 — Discusión sobre la confiabilidad del modelo (15 min)

Reflexión crítica guiada:

- ¿Un R^2 mayor siempre es mejor? Discutir el sobreajuste con grado muy alto.
- ¿La proyección para $t = 10$ sería confiable? ¿Por qué los polinomios pueden comportarse mal fuera del rango de datos?
- ¿Qué eventos externos podrían invalidar la proyección? (ejemplo: pandemia, cambio de mercado).
- RRS: Grafico → Verbal (evaluación crítica del modelo)

MOMENTO 3: PROYECTO INTEGRADOR FINAL - 25 minutos

Síntesis de toda la Unidad 4 — Informe Ejecutivo

Cada grupo recibe un set de datos de su 'empresa asignada' (sectores: retail, agroindustria, finanzas, turismo). Deben producir un informe ejecutivo de 1 página que incluya:

#	Sección del informe	Registro RRS	Herramienta
I	Introducción y contexto de la empresa	Verbal	Texto
II	Tabla de datos históricos de ventas/costos	Tabular	Excel
III	Grafica con curva de ajuste polinómico y R^2	Grafico	Excel / GeoGebra
IV	Ecuación del modelo polinómico y evaluación de raíces	Algebraico	Manual + Excel
V	Proyección para los próximos 2 años	Algebraico + Tabular	Excel
VI	Conclusión: recomendación estratégica a la gerencia	Verbal	Texto formal

- El informe se presenta en la siguiente clase como PRODUCTO INTEGRADOR FINAL del curso.

MOMENTO 4 — CIERRE INTEGRADOR DE LA UNIDAD: 15 minutos

Recorrido por las 4 semanas — Mapa Conceptual del Curso

Unidad	Función	Aplicación principal en Administración
U1	Función — Definición, dominio, rango	Modelar relaciones entre variables de negocio
U2	Función Lineal — pendiente, equilibrio	Punto de equilibrio CIU, mercado oferta-demanda
U3	Función Cuadrática — vértice	Precio optimo, utilidad máxima, costo mínimo

U4	Función Polinómica — curva cubica	Costo total, tendencia de ventas, proyecciones
----	-----------------------------------	--

Las matemáticas no son solo números y formulas. Son 4 lenguajes diferentes — verbal, tabular, algebraico y grafico, que todo administrador exitoso sabe usar para leer la realidad de su empresa y tomar mejores decisiones.

EVALUACIÓN FORMATIVA

Tipo	Sumativa — cierre del curso
Instrumento	Informe Ejecutivo Integrador (proyecto grupal)
Criterio 1	Construye el modelo polinómico con ajuste en Excel (R^2 reportado)
Criterio 2	Factoriza un polinomio e interpreta las raíces en contexto
Criterio 3	Presenta la proyección en mínimo 3 registros RRS
Criterio 4	Redacta conclusión gerencial coherente con los datos y cálculos
Criterio 5	El informe integra los conocimientos de las 4 unidades del curso

Fuente: *Elaboración propia*

Preguntas de referencia

Los siguientes problemas están diseñados para ser resueltos en equipos de 3 a 4 estudiantes fuera del aula. Deben aplicar los 4 registros RRS y presentar un informe completo en su Portafolio

Problema 1: Empresa maderera, Costo cúbico y producción óptima

Enunciado:

Madera Sur S.A.C. es una empresa que produce tablones de madera. Después de analizar sus registros contables durante 24 meses, su departamento de costos estimó la siguiente función de costo total mensual: $C(q) = 0.5q^3 - 15q^2 + 180q + 800$, donde q es el número de millares de tablones producidos (q entre 0 y 20) y C está en soles. El precio de venta es S/.120 por millar de tablones.

Se solicita al equipo:

- Construir una tabla de $q \mid C(q) \mid I(q) \mid U(q)$ para $q = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20$. [Tabular]
- Graficar $C(q)$, $I(q)$ y $U(q)$ en el mismo plano con colores distintos. Identificar el punto donde $U(q)$ es máximo (visualmente). [Grafico]
- Identificar las tres zonas económicas de $C(q)$ y describir cada una en registro verbal con mínimo 2 líneas. [Verbal]

- d) Calcular el costo promedio $\bar{C}(q) = C(q)/q$ para $q = 5, 10, 15$. Interpretar: ¿en que nivel es más eficiente producir? [Algebraico + Tabular]
- e) Verificar si existe algún valor de q donde $U(q) = 0$ (puntos de equilibrio). Usar la tabla y la gráfica para estimarlos. [Grafico + Tabular]
- f) RETO INTEGRACION: Si el precio de venta sube a S/.150 por millar, ¿cómo cambia la zona de rentabilidad? Recalcular $I(q)$ y $U(q)$, graficar y comparar con el caso original. Redactar recomendación al gerente.

Entregable: Informe escrito y presentación grafica en Excel o GeoGebra (mínimo 3 registros RRS).

Problema 2: Proyección de ventas con ajuste polinómico en Excel

Enunciado:

La cadena de tiendas “Dulce Mundo” tiene los siguientes registros de ventas mensuales del último año (en miles de soles): Ene=85, Feb=92, Mar=110, Abr=130, May=145, Jun=128, Jul=115, Ago=140, Sep.=165, Oct=175, Nov=210, Dic=260. El gerente de ventas sospecha que la tendencia no es lineal y quiere un modelo matemático que le ayude a planificar el presupuesto del próximo semestre.

Se solicita al equipo:

- a) Ingresar los datos en Excel (mes 1 al 12 vs. ventas). Construir la tabla y un gráfico de dispersión. [Tabular + Grafico]
- b) Probar ajustes de grado 1, 2 y 3. Registrar en una tabla el valor de R^2 para cada uno. ¿Cuál explica mejor los datos? [Tabular + Algebraico]
- c) Anotar la ecuación del mejor modelo (grado 3) y escribirla de forma estándar $P(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$. [Algebraico]
- d) Evaluar $P(t)$ para $t = 13, 14, 15, 16, 17, 18$ (enero a junio del siguiente año). Presentar la proyección en una tabla y una gráfica. [Tabular + Grafico]
- e) Discutir las limitaciones del modelo: ¿por qué el polinomio podría sobreestimar o subestimar para $t > 18$? Listar al menos 3 factores externos que podrían afectar las ventas. [Verbal]
- f) Elaborar un informe ejecutivo de 1 página dirigido al Gerente General de “Dulce Mundo” con los hallazgos clave, la proyección semestral y una recomendación de inventario para los meses de mayor demanda proyectada. [Verbal — texto formal]

Entregable: Informe escrito + presentación grafica en Excel o GeoGebra (mínimo 3 registros RRS).

Estrategias:

Grabación de videos sobre resolución de problemas aplicados a la administración:

Los cuales apuntan fundamentalmente al desarrollo de los pensamientos: aritmético, algebraico y geométrico. De acuerdo con Jofrey (2010, citado por Pantoja, R., Guerrero, M., Azpeitia, R. Valdivia, S., p. 7) al introducir el video digital en el aula, el docente puede aprovechar el potencial de expresión y comunicación, para permitir al estudiante visualizar varias representaciones de la misma situación-problema. Por otra parte, la propuesta busca que el estudiante diseñe su propio video, de acuerdo con Pantoja ello permitiría comprender y desarrollar capacidades intelectuales en este proceso, así como evidenciar su nivel de aprendizaje.

Elaboración de una plantilla de problemas

Los estudiantes desarrollarán un conjunto de ejercicios y situaciones problema asociados a administración y economía, en forma colaborativa y que deberán socializar y debatir en línea usando la plataforma Blackboard a través de los foros temáticos, pruebas en línea, *MTI* (Material de trabajo independiente) el cual tiene como propósito el autoaprendizaje en forma individual y/o grupal, de los resultados sobre los conceptos aprendidos. Según Tobón (2013, p.29) la implementación del proyecto formativo logra una mayor pertinencia en la formación del estudiante, pues perciben que lo que aprenden tiene sentido y utilidad, lo cual les motiva a seguir aprendiendo y a profundizar en otros temas de manera autónoma.

Al evaluar este trabajo formativo de matemática el docente analiza dos aspectos fundamentales la debida preparación del estudiante sobre los problemas resueltos (justificación de técnicas, procedimientos y algoritmos utilizados) así como los saberes teórico-conceptuales relacionados con su desempeño profesional u ocupacional, en los cuales la matemática emerge como una herramienta útil para la resolución de problemas y la toma de decisiones. En la semana 06 antes de finalizar el módulo, los estudiantes tanto en la modalidad semivirtual y virtual realizan una exposición de los TFM, el cual se realizará en dos momentos.

La primera etapa será la presentación e introducción a cargo de un representante del equipo, a continuación, otro estudiante explicará y resolverá un problema de los que le ha tocado (tiempo máximo 5 minutos)

La segunda etapa será una ronda de preguntas formuladas por los docentes-jurados a los integrantes de equipo que no han expuesto. (5 minutos). Todo ello mediado por la plataforma Blackboard.

La realización de sesiones virtuales diarias o videoconferencias

Estas videoconferencias se dan lo largo de todo el semestre, en la cual un tutor/profesor virtual orienta, monitorea y absuelve consultas y gestiona las participaciones de los estudiantes. El registro verbal es importante por ello en Blackboard., la sesión virtual o videoconferencia es fundamental, los estudiantes que participan en ella tienen un mejor rendimiento que aquellos que solo se limitan a ver las videograbaciones. Según Pantoja et al (2016) ello se debe a que la información en formato video proporciona una manera fácil y eficiente de obtener representaciones del fenómeno estudiado.

En estas sesiones el docente/tutor virtual explica los conceptos teóricos, luego desarrolla ejercicios y problemas de aplicación, asimismo, hace uso de herramientas y recursos tales como emulador de calculadora científica, Geogebra para lograr que los estudiantes transiten entre registros: tabla a gráfica, gráfica a analítico (Geogebra), así como analítico a verbal, pues deben argumentar sus razonamientos, decisiones, así como interpretaciones al resolver problemas.

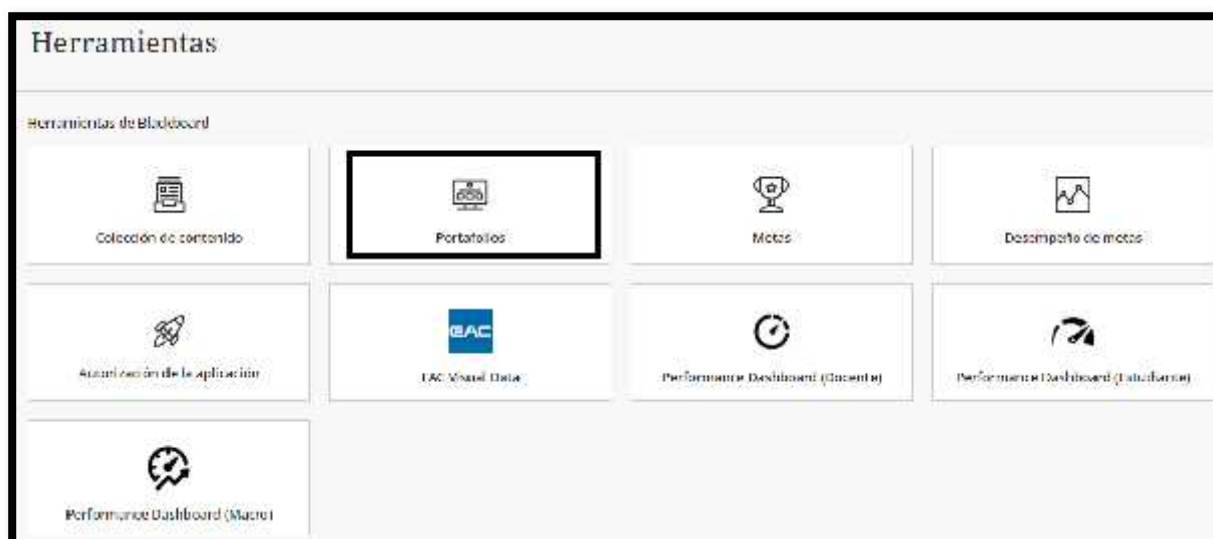
Asesoría personalizada, así como grupal vía foros:

La asesoría personalizada mediante los foros temáticos y foros de consulta, en las cuales el docente orienta y monitorea el desempeño de estudiantes en la resolución de problemas. De acuerdo con López (2015), los foros constituyen una herramienta que promueve tanto el aprendizaje colectivo como el pensamiento crítico, en estos espacios los estudiantes aclaran sus dudas e inquietudes acerca de su desempeño al resolver problemas y/o profundizan los conceptos estudiados en el silabo.

Elaboración de un e-portafolio

El e-portafolio permite a los estudiantes reflexionar sobre su aprendizaje y mostrar evidencias de lo desarrollado en el módulo. Tanto el video, las discusiones, así como el desarrollo de sus ejercicios y problemas son mostrados en este e-portafolio y luego evaluado por el docente. De acuerdo con Martínez & Sánchez (2013, p. 1025) el portafolio permite al docente medir el avance del trabajo que realizan los grupos, enriqueciendo la evaluación formativa y sumativa de los mismos. Por otra parte, las investigadoras señalan que la aplicación de estrategias y actividades variadas en un ambiente de solidaridad como son: el trabajo colaborativo, uso del portafolio todo ello mediado por la plataforma virtual, se logra un mayor alcance.

Gráfica 12: Herramientas de Blackboard - Portafolio



Fuente: Captura de pantalla: Plataforma Blackboard:

Escenarios e instrumentos que favorecen la las funciones polinómicas y sus aplicaciones en un entorno virtual.

Pensamos que estos espacios virtuales pueden configurar escenarios en donde la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes puede ser favorecida, dado que permite la interacción docente tutor/estudiante permiten medir los desempeños de nuestros estudiantes que manifiestan diversos estilos de aprendizaje y facilitan su interacción y participación, en tal sentido será necesario validar esta intervención con otros grupos.

4.2 Resultados cuantitativos

– Descripción general de los datos

El tamaño de muestra estuvo conformado por dos grupos independientes:

- Grupo control (GC): 33 estudiantes, quienes desarrollaron el curso con la metodología regular.
- Grupo experimental (GE): 35 estudiantes, quienes participaron en la propuesta didáctica basada en la TRRS implementada en el entorno virtual Blackboard.

A ambos grupos se les aplicó un pretest y un postest sobre funciones polinómicas aplicadas a la Administración, con puntajes en escala numérica.

Análisis de resultados

Tabla 16*Análisis descriptivo de los resultados del Grupo Control*

Momento	Media	Desviación estándar
Pretest	8.64	2.13
Posttest	12.09	3.34

Fuente: *Elaboración propia*

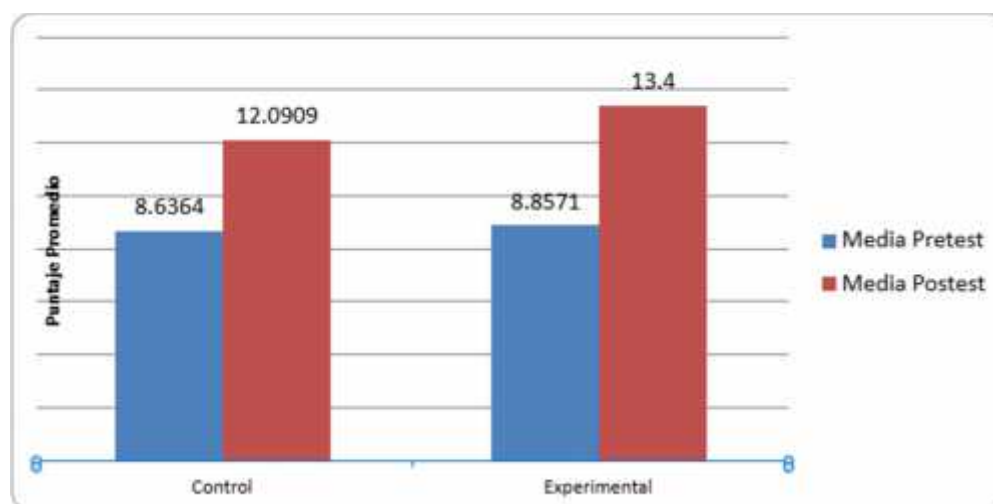
Los resultados muestran un incremento promedio de 3.45 puntos, lo que evidencia una mejora general atribuida al desarrollo normal del curso.

Tabla 17*Análisis descriptivo de los resultados del Grupo Experimental*

Momento	Media	Desviación estándar
Pretest	8.86	2.12
Posttest	13.40	2.56

Fuente: *Elaboración propia*

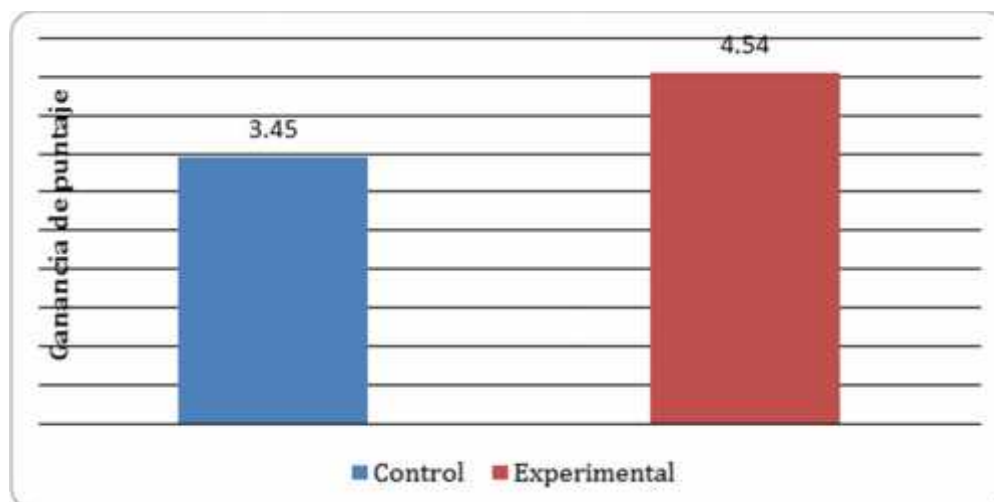
En este grupo se observa un incremento promedio de 4.54 puntos, mayor al del grupo control, lo que sugiere un efecto adicional de la intervención didáctica.

Figura 10: Comparación de las medias de los Grupos Control y experimental

Fuente: elaboración propia

Figura 11

Ganancia promedio Pretest y Posttest por grupos Control y Experimental



Fuente: *elaboración propia*

Aplicación de la prueba t de Student para muestras independientes

Justificación de la prueba

La prueba t de Student para muestras independientes se emplea cuando se desea comparar las medias de dos grupos diferentes, cuyos participantes no están relacionados entre sí, con el propósito de determinar si existe una diferencia estadísticamente significativa entre ambos grupos (Hernández Sampieri et al., 2014).

En la presente investigación, esta prueba se aplica para comparar los resultados del posttest del grupo experimental y del grupo control, con el fin de evaluar el impacto de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) implementada en el entorno virtual Blackboard.

Planteamiento de la hipótesis:

Hipótesis Nula: (H_0)

No existe diferencia significativa entre las medias del posttest del grupo experimental y del grupo control.

$$H_0: \mu_G = \mu_G$$

Hipótesis Alternativa: (H_1)

No existe diferencia significativa entre las medias del posttest del grupo experimental y del grupo control. $H_1: \mu_G \neq \mu_G$

Se trabaja con un nivel de significancia: $\alpha = 0.05$

Estadísticos descriptivos del posttest

Tabla 18

Estadístico descriptivo del posttest

Grupo	n	Media	Desviación estándar
Grupo control	33	12.09	3.34
Grupo experimental	35	13.40	2.56

Fuente: *Elaboración propia*

Verificación de homogeneidad de varianzas

Antes de aplicar la fórmula de la t de Student clásica, se debe verificar si las varianzas pueden considerarse iguales.

Prueba de Levene (resultado ya calculado)

$$p = 0.370 > 0.05$$

Se asume igualdad de varianzas, por lo que se puede usar la versión estándar de la t de Student para muestras independientes.

Cálculo de la varianza combinada (varianza agrupada)

La varianza combinada se calcula con la fórmula:

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Donde:

$n_1 = 35$ (experimental)

$n_2 = 33$ (control)

$s_1 = 2.56$

$s_2 = 3.34$

Desviación estándar combinada

$$s_p = \sqrt{8.784} = 2.96$$

Cálculo del error estándar de la diferencia de medias

$$S = s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$S = 2.96 \sqrt{\frac{1}{35} + \frac{1}{33}}$$

$$S = 2.96 \sqrt{0.0286 + 0.0303}$$

$$S = 2.96 \sqrt{0.0589}$$

$$S = 2.96 \sqrt{0.0589} = 0.72$$

Cálculo del estadístico t

La fórmula general es

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S}$$

Sustituyendo valores:

$$t = \frac{13.40 - 12.09}{0.72}$$

$$t = \frac{1.31}{0.72} = 1.82$$

Determinación de los grados de libertad

$$g = n_1 + n_2 - 2 = 35 + 33 - 2 = 66$$

Comparación con el valor crítico / p-valor

- $t_c = 1.82$
- $g = 66$
- $p = 0.073$

Como:

$$p = 0.073 > 0.05$$

Decisión estadística: No se rechaza la hipótesis nula.

Magnitud del efecto (Cohen's d)

Aunque no haya significancia estricta, es obligatorio analizar el impacto práctico.

$$d = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{s_p}$$
$$d = \frac{13.40 - 12.09}{2.96} = 0.44$$

Interpretación:

- 0.20 – es pequeño
- 0.50 – es moderado

$d = 0.44$ entonces el efecto es pequeño a moderado, a favor del grupo experimental.

Aplicación de la prueba de Levene para la igualdad de varianzas

Finalidad de la prueba de Levene

La prueba de Levene se utiliza para verificar si dos o más grupos presentan varianzas estadísticamente iguales, lo cual es un supuesto previo necesario para decidir qué versión de la prueba t de Student para muestras independientes debe emplearse:

- Varianzas iguales – t de Student.
- Varianzas desiguales – T de Welch

Esta prueba es ampliamente recomendada en investigaciones educativas por su robustez frente a desviaciones de la normalidad (Brown & Forsythe, 1974; Field, 2018).

Datos utilizados (Postest)

Se analizaron exclusivamente los puntajes del postest, ya que el objetivo es comparar el impacto final de la intervención entre dos grupos diferentes.

Planteamiento de la hipótesis de la prueba de Levene

Hipótesis Nula (H_0)

Las varianzas del posttest del grupo experimental y del grupo control son iguales.

$$H_0: \sigma_G^2 = \sigma_C^2$$

Hipótesis Alternativa (H_1)

Las varianzas del posttest del grupo experimental y del grupo control son diferentes.

$$H_1: \sigma_G^2 \neq \sigma_C^2$$

Nivel de significancia: $\alpha = 0.05$

La diferencia visual en desviaciones estándar hace necesaria la comprobación formal de igualdad de varianzas.

Fundamento de la prueba de Levene:

La prueba de Levene evalúa si las desviaciones absolutas de cada observación respecto a la media de su grupo son similares entre los grupos.

De forma simplificada:

- Se calcula la media de cada grupo.
- Se obtiene la desviación absoluta de cada dato respecto a su media grupal.
- Se aplica un ANOVA sobre dichas desviaciones absolutas.
- Si el resultado es significativo ($p < 0.05$), se concluye que las varianzas son diferentes.

(Eso explica por qué Levene es más robusta ante desviaciones de normalidad).

Resultado de la prueba de Levene (datos reales)

Aplicando la prueba de Levene a los puntajes del posttest, se obtuvo:

Tabla 19

Estadístico de la prueba de Levene

Estadístico de Levene	gl ₁	gl ₂	p-valor
0.816	1	66	0.370

Fuente: Elaboración propia

Decisión estadística:

Como:

$$p = 0.370 > 0.05$$

No se rechaza la hipótesis nula

Conclusión de la prueba de Levene:

Se concluye que no existe evidencia estadísticamente significativa para afirmar que las varianzas sean diferentes entre el grupo experimental y el grupo control en el posttest. En consecuencia:

- Se asume igualdad de varianzas
- Es correcto aplicar la prueba t de Student para muestras independientes con varianzas iguales

Este resultado justifica formalmente usar t de Student clásica para muestra independientes. Esto fortalece la validez estadística del análisis comparativo entre grupos y garantiza el cumplimiento de los supuestos del modelo.

Aplicación del tamaño del efecto: d de Cohen

Propósito del tamaño de efecto

Mientras que la prueba t de Student permite determinar si una diferencia es estadísticamente significativa, el tamaño del efecto (d de Cohen) permite estimar la magnitud real del impacto de la intervención, es decir, cuán importante o relevante es la diferencia observada en términos prácticos (Cohen, 1988; Lakens, 2017).

En investigaciones educativas, el reporte del tamaño del efecto es altamente recomendado y valorado, incluso cuando el nivel de significancia no alcanza el umbral $\alpha = 0.05$.

Elección de la fórmula de Cohen

Dado que:

- Los grupos son independientes,
- Se asumió igualdad de varianzas (prueba de Levene: $p = 0.370$),

se emplea la fórmula clásica de d de Cohen para muestras independientes con varianzas iguales.

Fórmula general:

$$d = \frac{X_1 - X_2}{s_p}$$

donde:

- $\overline{X}_1$ = media del grupo experimental
- $\overline{X}_2$ = media del grupo control
- s_p = desviación estándar combinada (pooled standard deviation)

Cálculo de la desviación estándar combinada (s_p)

Fórmula:

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Donde:

$n_1 = 35$ (experimental)

$n_2 = 33$ (control)

$s_1 = 2.56$

$s_2 = 3.34$

Sustituyendo valores:

$$s_p = \sqrt{\frac{34(2.56^2) + 32(3.34^2)}{35 + 33 - 2}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{34(6.55) + 32(11.16)}{66}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{222.7 + 357.1}{66}}$$

$$s_p = \sqrt{8.78} = 2.96$$

Cálculo de estadístico d de Cohen

- Diferencia de medias

$$\overline{X}_U - \overline{X}_C = 13.40 - 12.09 = 1.31$$

- Aplicación de la Fórmula:

$$d = \frac{1.31}{2.96} 0.44$$

Interpretación del tamaño del efecto

Tabla 21

Distribución según los criterios propuestos por Cohen (1988)

Valor de d	Interpretación
0.20	Efecto pequeño
0.50	Efecto moderado
0.80 o más	Efecto grande

Fuente: Elaboración propia

Resultado Obtenido: $d = 0.44$

Este valor corresponde a un efecto pequeño a moderado, lo que indica que la propuesta didáctica basada en la TRRS y aplicada en Blackboard produjo una mejora real y relevante en el aprendizaje del grupo experimental respecto al grupo control.

Interpretación pedagógica del resultado:

- Aunque la diferencia entre grupos no alcanzó significancia estadística estricta ($p = 0.073$),
- El tamaño del efecto positivo muestra que el impacto educativo existe,
- Esto es consistente con la literatura en educación matemática, donde los beneficios de innovaciones didácticas suelen reflejarse primero en la magnitud del efecto antes que en valores p (Lakens, 2017).

Conclusión metodológica:

El d de Cohen complementa correctamente la prueba t , permitiendo afirmar que:

- La intervención sí tuvo impacto,
- El efecto es educativamente significativo,

- El resultado es defendible ante un jurado y coherente con estudios similares en educación superior.

Aplicación de la prueba de Wilcoxon (rangos con signos)

Comparación Pretest – Postest en cada grupo

Propósito de la prueba

La prueba de Wilcoxon para muestras relacionadas es una alternativa no paramétrica a la t de Student pareada. Se utiliza cuando:

- Los datos son pareados (pretest y postest del mismo estudiante),
- No se puede asegurar estrictamente la normalidad de las diferencias,
- Se desea evaluar si existe un cambio significativo entre dos mediciones.

En esta investigación, la prueba de Wilcoxon permite confirmar la mejora en el aprendizaje dentro de cada grupo sin asumir normalidad, lo cual fortalece la robustez de los resultados (Conover, 1999; Field, 2018).

Hipótesis de la prueba de Wilcoxon

Hipótesis Nula: (H_0)

La mediana de las diferencias entre el postest y el pretest es igual a cero

$$H_0: \tilde{D} = 0$$

Hipótesis Alternativa: (H_1)

La mediana de las diferencias entre el postest y el pretest es distinta de cero

$$H_1: \tilde{D} \neq 0$$

Nivel de significancia: $\alpha = 0.05$

Aplicación en el Grupo Control (n=33)

Estadístico de Wilcoxon

Tabla 21*Resultados de la prueba Wilcoxon al grupo Control*

Estadístico	Valor
W	0.00
p-valor	0.00000016

Fuente: *Elaboración propia*

Al aplicar la prueba a los puntajes del grupo control, se obtuvo:

Interpretación: después de analizar los resultados de la prueba de Wilcoxon

Como: $p < 0.05$

Se rechaza la Hipótesis Nula

Conclusión para el grupo control:

Existe una diferencia estadísticamente significativa entre el pretest y el posttest del grupo control. Esto indica que los estudiantes mejoraron su desempeño en el aprendizaje de la función polinomial como resultado del desarrollo regular del curso.

Aplicación en el Grupo Control (n=33)**Estadístico de Wilcoxon**

Al aplicar la prueba al grupo experimental, se obtuvo:

Tabla 22*Resultados de la prueba Wilcoxon al grupo Experimental*

Estadístico	Valor
W	0.00
p-valor	0.00000000001

Fuente: *Elaboración propia*

Interpretación

Como: $p < 0.05$

Se rechaza la Hipótesis Nula

Conclusión para el grupo experimental:

Existe una diferencia estadísticamente significativa muy alta entre el pretest y el posttest del grupo experimental, evidenciando una mejora significativa del aprendizaje tras la implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica y desarrollada en el entorno virtual Blackboard.

Tabla 23

Comparación interpretativa entre grupos

Grupo	Resultado de Wilcoxon	Interpretación
Control	$p < 0.001$	Mejora significativa
Experimental	$p < 0.000000001$	Mejora muy significativa

Elaboración propia

Aunque ambos grupos mejoran, el grupo experimental presenta un nivel de significancia más alto, coherente con:

- Mayor ganancia promedio,
- Mayor tamaño del efecto (d de Cohen),
- Impacto adicional de la intervención didáctica.

4.3 Discusión de Resultados:

Antes de desarrollar la discusión teórica, es necesario integrar de manera ordenada los resultados estadísticos obtenidos, considerando las conclusiones específicas de cada prueba aplicada. Esta síntesis permite interpretar los hallazgos de forma coherente y fundamentada.

a) Prueba t de Student para muestras relacionadas (Pretest–Posttest)

En el grupo control, la prueba t evidenció una mejora estadísticamente significativa entre el pretest y el posttest.

En el grupo experimental, la mejora fue también estadísticamente significativa, con un valor t mayor y una ganancia promedio superior.

Conclusión estadística:

Ambos grupos mejoraron su desempeño; sin embargo, el grupo experimental presentó una mejora más pronunciada, lo que sugiere un efecto adicional atribuible a la intervención didáctica.

b) Prueba de Wilcoxon (confirmación no paramétrica)

La prueba de Wilcoxon confirmó diferencias significativas entre pretest y posttest en ambos grupos, aun sin asumir normalidad.

Los valores de significancia fueron más extremos en el grupo experimental.

Conclusión estadística:

Los resultados obtenidos mediante pruebas paramétricas son robustos, y la mejora observada en el grupo experimental no depende del cumplimiento del supuesto de normalidad.

c) Prueba de Levene (homogeneidad de varianzas)

La prueba de Levene indicó igualdad de varianzas entre los grupos en el posttest.

Conclusión estadística:

Es metodológicamente válido comparar ambos grupos mediante la prueba t de Student para muestras independientes con varianzas iguales.

d) Prueba t de Student para muestras independientes (Posttest)

El grupo experimental obtuvo una media superior en el posttest.

La diferencia no alcanzó el nivel convencional de significancia estadística ($p > 0.05$).

Conclusión estadística:

No se puede afirmar una diferencia estadísticamente significativa estricta entre grupos; sin embargo, la tendencia favorece al grupo experimental.

e) Tamaño del efecto (d de Cohen)

El tamaño del efecto fue $d = 0.44$, correspondiente a un efecto pequeño a moderado.

Conclusión estadística:

La intervención generó un impacto educativo real, relevante desde el punto de vista práctico y pedagógico, aun cuando la diferencia intergrupar no alcanzó significancia estadística tradicional.

Discusión teórica de los resultados

La integración de los resultados obtenidos permite afirmar que la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, particularmente en los estudiantes del grupo experimental.

De acuerdo con Duval (2020), la comprensión matemática no depende únicamente del dominio de procedimientos algebraicos, sino del reconocimiento y coordinación de múltiples registros de representación, tales como el simbólico, el gráfico, el tabular y el verbal. En este sentido, las actividades diseñadas e implementadas en el entorno virtual Blackboard promovieron explícitamente dicha coordinación, lo que explica la mayor ganancia promedio observada en el grupo experimental.

Asimismo, el hecho de que ambos grupos muestren mejoras significativas puede interpretarse como resultado del proceso natural de enseñanza aprendizaje; no obstante, la mayor magnitud del cambio y el tamaño del efecto positivo en el grupo experimental evidencian un valor agregado de la intervención didáctica, consistente con lo reportado en investigaciones educativas donde las innovaciones pedagógicas suelen reflejarse primero en el impacto práctico antes que en valores de significancia estrictos (Lakens, 2017).

Desde una perspectiva metodológica, el uso conjunto de pruebas paramétricas y no paramétricas fortalece la confiabilidad de los resultados, mostrando que los hallazgos no dependen de supuestos estadísticos específicos, lo cual es especialmente relevante en estudios educativos con muestras reales (Field, 2018).

Finalmente, el uso del entorno virtual Blackboard permitió estructurar actividades de aprendizaje multirregistro, foros de argumentación y tareas aplicadas, lo cual coincide con la literatura que destaca el potencial de los LMS para mejorar el aprendizaje cuando se integran con enfoques pedagógicos sólidos y bien fundamentados (Engelbrecht & Borba, 2024).

- En conjunto, los resultados permiten sostener que:
- Ambos grupos mejoraron su desempeño en funciones polinómicas.
- El grupo experimental presentó mayores incrementos y mejor tamaño del efecto.
- La propuesta didáctica basada en la TRRS tuvo un impacto educativo real y pedagógicamente significativo.
- La ausencia de significancia intergrupala estricta no invalida el efecto de la intervención, sino que debe interpretarse a la luz del tamaño del efecto y del contexto educativo.

Esta evidencia respalda la pertinencia de estrategias de enseñanza que integren múltiples registros de representación en entornos virtuales para el aprendizaje de la matemática aplicada a la Administración.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La presente investigación tuvo como propósito determinar en qué medida la aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS), implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración. En coherencia con los objetivos planteados, se presentan a continuación las conclusiones correspondientes al objetivo general y a los dos objetivos específicos del estudio.

5.1 Conclusión General

La aplicación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS), implementada en el entorno virtual Blackboard, mejoró significativamente el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en los estudiantes del curso Matemática para Administradores de una universidad privada de Lima. El grupo experimental presentó mayores incrementos en el rendimiento académico entre el pretest y el posttest respecto al grupo control, con un tamaño del efecto pequeño a moderado (d de Cohen = 0.44), lo que confirma que la intervención pedagógica aportó un valor educativo adicional y estadísticamente sustentable al proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones polinómicas en contextos universitarios de formación administrativa.

5.2 Conclusión Específica 1

Se diseñó una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Duval, implementada en el entorno virtual Blackboard, estructurada en ocho sesiones de aprendizaje de 120 minutos cada una, organizadas en torno a cuatro registros de representación semiótica: algebraico, tabular, gráfico y verbal. La propuesta incorporó

situaciones reales del contexto administrativo — análisis de costos, ingresos, utilidades y proyecciones de ventas — y fue diseñada con actividades que promueven la conversión y coordinación entre registros como mecanismo central del aprendizaje matemático. Su validación de contenido mediante juicio de expertos y su coherencia con los principios de la TRRS confirman que el diseño constituye una estrategia pedagógica pertinente y fundamentada para favorecer el aprendizaje de la función polinomial en estudiantes de Administración.

La propuesta didáctica basada en la TRRS, implementada en el entorno virtual Blackboard, se organiza en cuatro fases secuenciales aplicables a **cualquier contenido matemático universitario**:

FASE 1: Diagnóstico y activación (antes de la sesión)

En esta fase el docente identifica los saberes previos de los estudiantes respecto al contenido a trabajar y determina el nivel de manejo de cada registro de representación. Se aplica una actividad diagnóstica breve que permite reconocer en cuál registro los estudiantes tienen mayor dominio y en cuáles presentan dificultades. Esta información orienta el diseño de las actividades de conversión de la sesión. En Blackboard se publica el material previo: video introductorio, lectura de contexto y situación problema inicial.

FASE 2: Construcción del concepto desde el registro verbal (inicio de sesión)

La sesión inicia siempre desde el registro verbal: se presenta una situación problema real del contexto profesional del estudiante. El estudiante lee, comprende e identifica las variables involucradas en lenguaje natural antes de formalizar matemáticamente. Este punto de entrada garantiza que el aprendizaje matemático esté anclado en un significado real desde el comienzo, evitando la abstracción prematura que caracteriza la enseñanza tradicional.

FASE 3: Desarrollo y conversión entre registros (núcleo de la sesión)

Es la fase central de la propuesta. El docente guía al estudiante a través de una secuencia de conversiones entre los cuatro registros de Duval: verbal - tabular - algebraico - gráfico. Cada conversión es explícita, el estudiante sabe en qué registro está trabajando y a cuál debe convertir. Las herramientas tecnológicas de Blackboard activan cada registro: el foro activa el verbal, la hoja Excel activa el tabular, la fórmula matemática activa el algebraico, y GeoGebra activa el gráfico. Esta fase concluye con una actividad de coordinación donde el estudiante trabaja simultáneamente con dos o más registros. Esta coordinación simultánea de registros constituye el núcleo pedagógico diferenciador del Módulo RRS respecto a la enseñanza tradicional de la matemática universitaria.

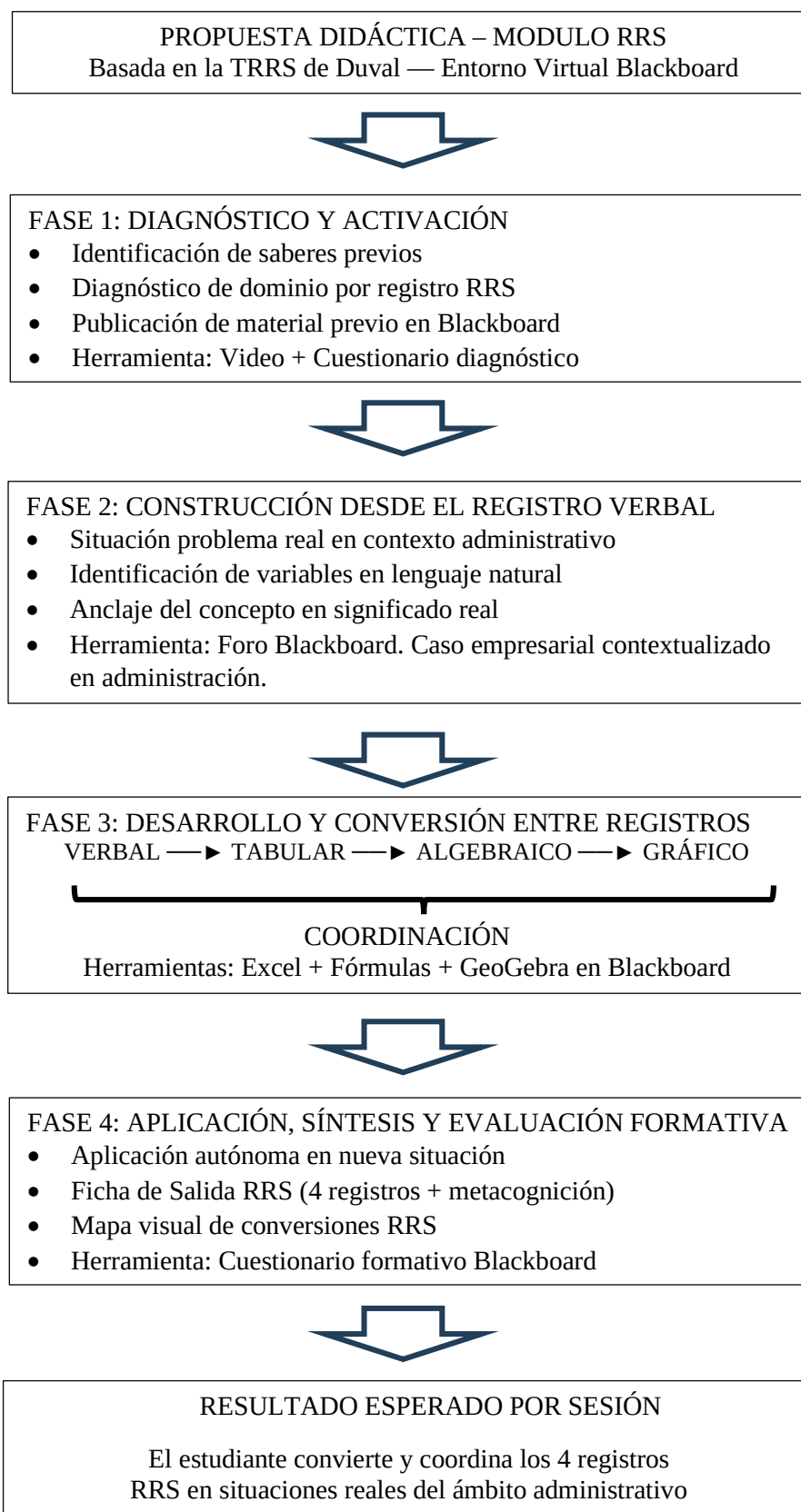
FASE 4: Aplicación, síntesis y evaluación formativa (cierre de sesión)

El estudiante aplica el conocimiento construido a una situación nueva del mismo contexto profesional, demostrando su capacidad de coordinar los registros de manera autónoma. Se completa la Ficha de Salida RRS, instrumento de evaluación formativa que incluye una pregunta por cada registro y una pregunta metacognitiva. El docente cierra con el mapa visual de conversiones RRS en pizarra o en Blackboard, que sintetiza las conversiones trabajadas en la sesión.

Las fases de la propuesta didáctica la podemos representar en el siguiente esquema gráfico secuencial basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica TRRS e implementada en el entorno virtual Blackboard aplicable a cualquier contenido matemático.

Figura 13

Esquema gráfico secuencial de la Propuesta Didáctica – Módulo RRS



Fuente: *Elaboración propia basada en Duval (2020)*

La propuesta didáctica consideró 8 sesiones, en la tabla a continuación podemos resumir los contenidos de las sesiones, las actividades propuestas y su aplicación en el campo de la administración.

Tabla 24

Implementación del Módulo RRS en Funciones Polinómicas — 8 Sesiones

Sesión	Título	Contenido Central	Actividades por registro	Aplicación administrativa
S1	Concepto de Función: Relación, Dominio y Rango	Definición, dominio, rango, función como relación	V: Lee caso de relación precio-demanda. T: Construye tabla de valores. A: Escribe la regla $f(x)$. G: Grafica en GeoGebra	Relaciones entre variables de negocio.
S2	Evaluación, Operaciones y Función Inversa	$f(a)$, $f + g$, composición, función inversa	V: Interpreta costo marginal. A: Evalúa $f(a)$ y opera $f + g$. T: Tabla comparativa. G: Grafica f y f^{-1}	Costo marginal y función compuesta
S3	Función Lineal y Punto de Equilibrio	Pendiente, intercepto, punto de equilibrio	V: Caso costo-ingreso. A: Formula $C(x)$ e $I(x)$. T: Tabla de valores. G: Grafica y ubica equilibrio	Punto de equilibrio económico
S4	Función Afín, Modelos de Oferta y Demanda	Función afín, sistemas 2×2 . Mercado	V: Lee caso de mercado. T: Tabla oferta-demanda. A: Sistema de ecuaciones. G: Equilibrio gráfico	Equilibrio de mercado oferta y demanda.
S5	Función Cuadrática y Optimización	Parábola, vértice, máximo y mínimo	V: Caso precio óptimo. T: Tabla $U(x)$. G: Parábola en GeoGebra. A: Fórmula del vértice	Maximización de utilidades.
S6	Modelización Matemática	Ajuste de modelos, toma de decisiones	V: Caso empresarial complejo. A: Selecciona modelo. T: Tabla de datos reales. G: Curva ajustada	Toma de decisiones con modelos
S7	Función Cúbica y Costo Total de Producción	Polinomios grado 3, raíces, factorización	A: $C(q) = a^3 + b^2 + c + d$. T: Tabla costos. G: Curva cúbica. V: Interpreta zonas económicas	Costo total cúbico y producción óptima.
S8	Ajuste Polinómico y Proyección de Ventas	Polinomios grado 3 y 4, tendencia, Excel y GeoGebra	T: Datos históricos en Excel. A: Polinomio ajustado. G: Curva de tendencia. V: Informe ejecutivo	Proyección de ventas con datos reales

$V = \text{Verbal} \cdot T = \text{Tabular} \cdot A = \text{Algebraico} \cdot G = \text{Gráfico}$

Fuente: *Elaboración propia*

5.3 Conclusión Específica 2

La implementación de la propuesta didáctica basada en la TRRS en el entorno virtual Blackboard produjo mejoras cuantitativamente favorables en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, evidenciadas en los resultados del pretest y postest. La prueba t de Student para muestras relacionadas mostró diferencias estadísticamente significativas en el grupo experimental entre ambas mediciones. La prueba no paramétrica de Wilcoxon confirmó estos resultados con mayor robustez, y la prueba de Levene validó la homogeneidad de varianzas para la comparación intergrupala. Si bien la comparación de medias del postest entre ambos grupos no alcanzó el nivel de significancia convencional ($p < 0.05$), el análisis del tamaño del efecto ($d = 0.44$) evidencia un impacto educativo real y consistente, atribuible a la intervención didáctica diseñada e implementada.

Recomendaciones:

A partir de las conclusiones formuladas, se proponen las siguientes recomendaciones orientadas a la mejora de la práctica educativa, la gestión institucional y el desarrollo de futuras investigaciones.

1. Se recomienda a los docentes de matemática en educación superior, especialmente en carreras del área de Administración, incorporar estrategias didácticas basadas en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, promoviendo la articulación sistemática de los registros verbal, algebraico, tabular y gráfico en la enseñanza de la función polinomial. Esta integración favorece una comprensión conceptual más profunda y facilita la vinculación del conocimiento matemático con situaciones reales del ámbito profesional.
2. Se sugiere potenciar el uso de entornos virtuales de aprendizaje como Blackboard, no solo como repositorios de contenido, sino como espacios pedagógicos en los que se diseñen

actividades estructuradas que integren múltiples registros de representación y promuevan la interacción activa del estudiante con el conocimiento matemático.

3. Se recomienda a las instituciones de educación superior incorporar enfoques didácticos basados en la comprensión conceptual dentro de los programas de matemática, articulando contenidos abstractos con aplicaciones propias de la carrera, con el fin de mejorar la pertinencia del aprendizaje y fortalecer la formación profesional del estudiante.
4. Se sugiere a futuras investigaciones ampliar el tamaño de la muestra y replicar el estudio en diferentes contextos educativos y disciplinas, con el propósito de validar y generalizar la eficacia de la propuesta didáctica basada en la TRRS en el aprendizaje de conceptos matemáticos.
5. Asimismo, se recomienda profundizar en el análisis del impacto de la coordinación de registros de representación en otros objetos matemáticos y explorar la integración de variables cognitivas y metacognitivas que permitan enriquecer la comprensión del aprendizaje matemático en educación superior.

Conclusión final

En conclusión, este estudio demuestra que el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración puede ser significativamente fortalecido mediante enfoques didácticos basados en la coordinación de registros de representación y el uso pedagógico de entornos virtuales, constituyéndose en una vía relevante para la mejora de la enseñanza de la matemática en educación superior.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abel, N. H. (1824). Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré. De l'imprimerie de Gröndahl. <https://archive.org/details/oeuvrescomplte01abeluoft>
- AERA, APA, & NCME. (2014). *Standards for Educational and Psychological Testing*. <https://www.apa.org/science/programs/testing/standards>
- Amaya Baena, J. (2019). Los sistemas de representación semiótica en la enseñanza de funciones polinómicas de segundo grado en la Institución Educativa Javiera Londoño. [Tesis de maestría, Univ. Nacional de Colombia] <https://goo.su/omxef4t>
- Al-Khwarizmi, M. I. M. (1831). *The Algebra of Mohammed ben Musa* (F. Rosen, Ed. & Trad.). Oriental Translation Fund. (Obra original publicada c. 825). <https://archive.org/details/algebraofmohamme00khuwuoft>
- Alkramiti, A. M., & Alsharidah, M. A. (2022). Evaluating the design of mathematics courses available on the Blackboard platform. *Eurasia Journal of Mathematics*. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1342375>
- Anton, H. (1991). Cálculo y geometría analítica, vol. 1. Editorial Limusa. México.
- Ausubel, D. (1978). SIGNIFICADO y Aprendizaje Significativo. Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas. <https://goo.su/M7xx7>
- Awawdeh Shahbari, J., & Tabach, M. (2020). Features of modeling processes that elicit mathematical models represented at different semiotic registers. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 115–135. <https://www.jstor.org/stable/45380359>
- Besalú, M. ; Villalonga, J. (2021). Iniciación a las matemáticas para ingeniería. Universitat Oberta de Catalunya. Tercera Edición. Producción: FUOC.

- Brown, M. B., & Forsythe, A. B. (1974). Robust tests for the equality of variances. *Journal of the American Statistical Association*, 69(346), 364–367.
<https://www.jstor.org/stable/2285659>
- Boyer, C. B. (1968). A history of mathematics. John Wiley & Sons.
<https://archive.org/details/historyofmathema00boye>
- Budnick, Frank S. (2007). Matemáticas Aplicadas para administración, economía y ciencias sociales. Editorial Mac Graw Hill. Cuarta Edición.
- Cajori, F. (1928). *A history of mathematical notations* (Vol. 1). Open Court Publishing.
<https://archive.org/details/historyofmathema01cajo>
- Cardano, G. (1968). *The great art, or, The rules of algebra* (T. R. Witmer, Trad.). MIT Press. (Obra original publicada en 1545). <https://archive.org/details/arsmagnasorrowof0000card>
- Clarenc, C.; Castro, S.; López de Lenz, C.; Moreno, M.; Tosco, N. (2013). Analizamos 19, plataformas de e-Learning: Investigación colaborativa sobre LMS. <https://goo.su/rEOPN>
- Cotrino Clavo, M. I., Estrada Yglesias, C. L., & Minaya Alvarado, J. C. (2023). Impacto de la satisfacción con el uso de la plataforma Blackboard en el compromiso académico en Matemáticas nivel 1 [Tesis de maestría, Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas]. <http://hdl.handle.net/10757/673041>
- Creswell, J. W. (2013). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (3rd ed.). SAGE.
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2018). Designing and conducting mixed methods research (3rd ed.). SAGE. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/designing-and-conducting-mixed-methods-research/book241842>
- Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16(3), 297–334.

- Descartes, R. (1954). *The geometry of René Descartes* (D. E. Smith & M. L. Latham, Trans.). Dover Publications. (Obra original publicada en 1637).
<https://archive.org/details/geometryofrenede00desc>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Colombia; Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática.
- Galois, É. (1962). *Écrits et mémoires mathématiques d'Évariste Galois* (R. Bourgne & J. P. Azra, Eds.). Gauthier-Villars. <https://archive.org/details/ecritsetmemoires0000galo>
- García, A., García, S. (2011) *Historia de la Matemática*. <https://goo.su/4eNWGTf>
- Gauss, C. F. (1799). *Demonstratio nova theorematum omnium functionum algebraicarum racionales integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse*. C. G. Fleckeisen. https://archive.org/details/bub_gb_7m_vAAAAMAAJ
- Haeussler, E., Paul, R. (2003). *Matemática para administración y economía*. Grupo Editorial Iberoamérica. Segunda edición.
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill.
- Huapaya, E. (2012). *Modelación usando Función Cuadrática: Experimentos de Enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria*. Pontificia Universidad Católica del Perú.
<https://goo.su/CrTGX>
- Huapaya Gómez, E., & Sandoval Peña, J. C. (2017). *La resolución de problemas en entornos virtuales: Propuesta didáctica en estudiantes de Matemática I, II* [CPEL Universidad San Ignacio de Loyola] <https://goo.su/sgUix>
- Katz, V. J. (2009). *A history of mathematics: An introduction* (3.ª ed.). Pearson Addison-Wesley. https://books.google.com.pe/books?id=f_m_AQAACAAJ
- Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. Oxford University Press. https://archive.org/details/mathematicalthou00klin_0

- Larson, R., Hostetler, R. & Edwards, B. (2006). Cálculo con geometría analítica, vol. 1. Editorial Mc. Graw-Hill. Octava edición. México.
- Lombardo, G. C., Benítez, V. M., Domínguez, L. J., Skrypczuk, R. M., & Pagnoni, L. R. (2020). Registros semióticos de representación en el tratamiento del crecimiento y concavidad de una función. *Revista de Ciencia y Tecnología*, 34(1). https://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1851-75872020000200010
- Loise, S (2024) **Año escolar 2024: ¿Cuál es la situación de la educación en el Perú tras la pandemia?** *Radio programas del Perú*. Recuperado en 5 de mayo del 2024 de <https://goo.su/wVm2eW>
- López, J. (2015) Como utilizar foros de discusión en procesos educativos. Recuperado 05 de agosto de 2016 de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/foros-discusion>
- Lozano, R (2018). Enseñanza de las funciones desde enfoques de representaciones y enfoque comunicacional (con uso de tic) en cursos iniciales de matemáticas universitarias. Santiago de Cali. Colombia. Recuperado el 16 de julio del 2024. <https://goo.su/vOyoM>
- Martínez, D.; Sánchez, S. (2013). Matemáticas en grupo diferenciado artes y humanidades nivel medio. En A. Ramírez., Y. Morales (Ed.), *Memorias I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe* (pp.1024). República Dominicana. Recuperado 05 de agosto 2016 de <https://goo.su/BOn3oUB>
- Meza Castillo, E., & Espinoza Polo, F. A. (2023). Uso de Blackboard y aprendizaje efectivo en una institución de educación superior. *Yachaq*, 6(2), 45-58 <https://revista.uct.edu.pe/index.php/YACHAQ/article/download/470/522>
- MINEDU (2024). Perú en Pisa 2022. Informe Nacional de resultados. Ministerio de Educación del Perú 2024. Recuperado el 16 de Julio 2024 de www.gob.pe/minudu
- Milevicich, L.; Lois, A. (2011). El aprendizaje de los conceptos matemáticos en entornos virtuales. Universidad Tecnológica Nacional. Recuperado de <https://goo.su/rVHeJEK>

- Mochon, S. (1994). Quiero entender el cálculo: un enfoque diferente basado en conceptos y aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Moreno-Arotzena, O., Pombar-Hospitaler, I., & Barragués, J. I. (2020). University student understanding of the gradient of a function of two variables: An approach from the perspective of the theory of semiotic representation registers. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09994-9>
- Moya Lázaro, N. R. (2023). Análisis del uso de Registros de Representación Semiótica en el cálculo de límites de funciones en el nivel universitario [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Disponible en: <https://repositorio.pucp.edu.pe/items/aa9fd74e-1c8e-4750-ad65-868bd3017a75>
- Ortega, J. Proyecto de aula para la enseñanza a través de la virtualidad de las funciones polinomiales de primero, segundo y tercer grado apoyado en el software GeoGebra. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de <https://goo.su/rtCZJM>
- Pantoja, R.; Guerrero, M.; Azpeitia, R.; Valdivia, S. (2016). La Modelación Matemática en situaciones problema de la vida cotidiana. Seminario Repensar las Matemáticas. Recuperado el 16 de marzo de 2016 de <https://goo.su/NuTvtc7>
- Pineda, W. ; Sepúlveda, O. ; Romera, G. (2022). Registros de Representación Semiótica para la comprensión de la elipse interactuando con Geogebra. Revista boletín REDIPE 11(3), 258-269. Recuperado de <https://goo.su/vKlpOLW>
- Peñafiel M. (2021) ¿Cuál es la relación entre Educación y sociedad? Revista el Recreo. Recuperado 8 de marzo del 2025 <https://goo.su/Ce09sai>
- Poszgai, E. (2014). Diseño de tareas que contribuyan a un aprendizaje significativo del concepto derivada en estudiantes de Ciencias Administrativas. Tesis de Maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima. Recuperado de <https://goo.su/loHL>

Proleón Patricio, D. G. (2019). Un abordaje del multiplicador de Lagrange por medio de la teoría de los registros de representación semiótica en estudiantes de economía [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú].

<https://tesis.pucp.edu.pe/items/f1a962ea-f17a-41cd-968f-81e2e6583d45/full>

Sandoval, J. (2015). Retos y desafíos en un ambiente Blended para el aprendizaje de las matemáticas de los primeros ciclos de estudiantes adultos. (Tesis para optar el grado de Doctor en Educación). Universidad Nacional Federico Villarreal, En prensa.

Suarez, C. (2007). Estructura didáctica virtual para Moodle. DIM: Didáctica, innovación y multimedia. Recuperado el 15 de enero de 2016. de [en línea], 2009, Núm. 13. Recuperado el 08 de enero de 2016 de <http://www.raco.cat/index.php/DIM/article/view/138930>

Stewart, J. (2008). Calculo de una variable. Trascendentes tempranas. Sexta edición. Cengage Learning Editores, S.A.

Stewart, I. (2015). Galois theory (4.^a ed.). CRC Press.

<https://books.google.com.pe/books?id=PAncBQAAQBAJ>

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa: Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Universidad de Antioquia.

Tobón, S. (2013). Los Proyectos Formativos: Transversalidad y desarrollo de competencias para la sociedad del conocimiento. CIFE. México. D.F. <https://goo.su/K9wP>

Valverde Calderón, A. (2018). Los Registros de Representación Semiótica en el aprendizaje del Cálculo Diferencial [Tesis de maestría, UNE].

<https://repositorio.une.edu.pe/items/be8b9166-94b8-4ff1-a6b7-0f31e3b3f93c>

Vrancken, S.; Engler, A. (2012). Estudio de la derivada desde la variación y el cambio. Análisis histórico-epistemológico. Revista Iberoamericana de educación matemática. 33-Marzo 2013. 53-70. <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/33/ARCHIVO9.pdf>

Mendoza J. (2011) De la ecuación a la función: las primeras huellas del análisis. Revista Ejes. <https://core.ac.uk/download/pdf/154338833.pdf>

Vega, N., Flores, R., Flores, I., Hurtado, B., & Rodriguez, J. (2019). Teorías del Aprendizaje. XIKUA Boletín Científico de la Escuela Superior de Tlahuelilpan.

Zill, D.; Wright, W. (2011). Calculo de una variable. Trascendentes tempranas. Cuarta Edición. MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

ANEXOS

ANEXO 1: Matriz Pedagógica del Módulo RRS — Matemática I para Carreras de Administración

MATRIZ PEDAGÓGICA DEL MÓDULO RRSS:

MATRIZ PEDAGÓGICA

Matemática I — Carreras de Administración

Tabla 25

Matriz pedagógica: Funciones y sus Aplicaciones a las Carreras de Administración

Concepto de función y sus aplicaciones		
Competencia	Comprende el concepto de función matemática y sus representaciones, identificando relaciones entre variables en contextos empresariales para modelar situaciones de costo, ingreso y utilidad.	
Actividades de Aprendizaje	Contenido Temático	Evidencias de Aprendizaje
• Lectura y análisis de casos empresariales con relaciones funcionales. • Elaboración de tablas de valores y gráficas en Excel. • Discusión grupal: variables dependientes e independientes en administración. • Resolución de ejercicios de dominio, rango y evaluación de funciones. • Investigación sobre funciones en modelos de negocio reales.	1.1 Definición de función 1.2 Dominio y rango 1.3 Representaciones: tabular, algebraica y gráfica 1.4 Operaciones con funciones (suma, resta, composición) 1.5 Función inversa 1.6 Aplicaciones: modelos de costo, ingreso y utilidad	• Taller escrito: dominio, rango y evaluación de funciones. • Informe de caso: funciones en una empresa real. • Gráficas en Excel con interpretación administrativa. • Prueba corta conceptual sobre tipos y operaciones de funciones.
Funciones lineales y sus aplicaciones en la administración		
Competencia	Aplica funciones lineales para modelar y resolver problemas de costos, ingresos, punto de equilibrio y análisis de oferta-demanda propios de las carreras de administración.	
Actividades de Aprendizaje	Contenido Temático	Evidencias de Aprendizaje
• Modelamiento de costos fijos y variables con funciones lineales.	2.1 Función lineal $f(x) = m + b$	• Proyecto: punto de equilibrio de un negocio ficticio.

• Graficación manual y con software de rectas en distintas formas. • Análisis del punto de equilibrio en empresa simulada. • Trabajo colaborativo: modelo costo-volumen-utilidad. • Resolución de sistemas de ecuaciones en contexto empresarial. • Estudio de casos: oferta y demanda lineal.	2.2 Pendiente: tasa de cambio e interpretación económica 2.3 Formas de la ecuación de la recta 2.4 Funciones de costo, ingreso y utilidad lineal 2.5 Punto de equilibrio. 2.6 Modelos de oferta y demanda lineales 2.7 Sistemas de ecuaciones 2×2: método gráfico y algebraico	• Evaluación escrita con problemas de modelamiento lineal. • Presentación oral del análisis costo-ingreso-utilidad. • Reporte gráfico de oferta y demanda con interpretación del equilibrio de mercado.
Funciones lineales y sus aplicaciones en la administración		
Competencia	Utiliza funciones cuadráticas para resolver problemas de optimización (maximización de ingresos y utilidades, minimización de costos) en situaciones administrativas y económicas.	
Actividades de Aprendizaje	Contenido Temático	Evidencias de Aprendizaje
• Análisis de funciones cuadráticas de ingreso para maximizar precio. • Graficación de parábolas e identificación del vértice como punto óptimo. • Resolución de ecuaciones cuadráticas con la fórmula general. • Casos prácticos: maximización de utilidades y minimización de costos. • Modelamiento y graficación con hoja de cálculo.	3.1 Definición: $f(x) = ax^2 + b + c$ 3.2 Forma estándar y forma vértice 3.3 Vértice, eje de simetría y raíces 3.4 Análisis de la parábola: apertura, máximo y mínimo 3.5 Fórmula cuadrática y discriminante 3.6 Maximización de ingresos y utilidades 3.7 Minimización de costos cuadráticos	• Ejercicio de optimización: precio que maximiza el ingreso total. • Examen parcial: maximización y minimización. • Informe de laboratorio con modelamiento cuadrático en Excel. • Caso empresarial: análisis de utilidad máxima con parámetros dados.

• Debate: ventajas de modelos cuadráticos vs. lineales en administración.	3.8 Análisis de demanda no lineal	
Funciones polinómicas y sus aplicaciones en la administración		
Competencia	Interpreta y aplica funciones polinómicas para modelar comportamientos de costos de producción complejos y tendencias de ventas, integrando herramientas tecnológicas en el análisis administrativo.	
• Identificación de polinomios en modelos económicos complejos. • Análisis de series históricas de ventas con ajuste polinómico. • Factorización aplicada a raíces de funciones de costo. • Graficación con Excel y GeoGebra de polinomios de grado 3 y 4. • Estudio de caso: función de costo total cúbico. • Elaboración de modelo polinómico de tendencia para una empresa.	4.1 Definición y clasificación de polinomios 4.2 Operaciones con polinomios 4.3 Factorización de polinomios 4.4 Teorema del factor y del residuo 4.5 Raíces reales de polinomios 4.6 Graficación: comportamiento, inflexión y extremos 4.7 Costo total cúbico: $C(q) = a^3 + b^2 + c + d$ 4.8 Modelos de tendencia polinómica en ventas	• Proyecto integrador: costos de producción con función cúbica. • Informe de tendencia: ajuste polinómico de datos reales de ventas. • Evaluación escrita: factorización y análisis polinómico. • Exposición grupal con interpretación empresarial del modelo.

Fuente: *Elaboración propia*

ANEXO 2: Guía de entrevista semiestructurada — Componente cualitativo exploratorio

ENTREVISTA A ESTUDIANTES ACERCA DE SU APRENDIZAJE Y COMPRENSION DE LAS FUNCIONES POLINÓMICAS

Propósito: El objetivo de esta entrevista es evaluar el módulo de aprendizaje y la comprensión las funciones polinómicas y su aplicación a las carreras de administración”

Hola, Gracias por participar en esta entrevista sobre el Módulo RRS de aprendizaje de las funciones polinómicas.

Q1. ¿Cómo perciben los estudiantes el proceso de aprendizaje de funciones matemáticas a través del Módulo RRS?

Q2. ¿Qué valor atribuyen los estudiantes a la estrategia de múltiples registros de representación semiótica (verbal, tabular, algebraico y gráfico) en la comprensión de los contenidos?

Q3. ¿Qué aspectos del Módulo RRS consideran los estudiantes como fortalezas y cuáles como oportunidades de mejora?

Q4. ¿En qué medida perciben los estudiantes que los aprendizajes del módulo son transferibles a situaciones reales de su carrera de administración?

Q5. ¿Cómo describen los estudiantes los cambios en su actitud y motivación hacia la matemática tras participar en el módulo?

Gracias por compartir tus ideas y experiencias sobre el concepto de las funciones polinómicas. Tu aporte es muy valioso.

¿Tienes alguna pregunta adicional o algo más que te gustaría agregar?

Componente Cualitativo

1. La fase cualitativa buscó comprender las percepciones y experiencias de los estudiantes sobre la propuesta didáctica basada en la TRRS, implementada mediante el Módulo RRS en Blackboard. Permitió complementar los resultados cuantitativos con una interpretación más contextualizada del impacto en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración.

2. Se adoptó un diseño cualitativo descriptivo-interpretativo basado en entrevistas semiestructuradas para analizar los discursos estudiantiles.

Este enfoque permitió explorar percepciones, actitudes y significados construidos en torno a la experiencia educativa.

La distribución de los participantes fue la siguiente:

- 4 estudiantes de alto rendimiento académico, según los resultados del postest.
- 4 estudiantes de rendimiento medio.

- 4 estudiantes de bajo rendimiento académico.

Esta estrategia permitió analizar cómo el Módulo RRS fue percibido por estudiantes con distintos niveles de logro, fortaleciendo la validez interpretativa de los hallazgos cualitativos.

3. Este tamaño muestral de doce participantes es coherente con los criterios de suficiencia y saturación teórica propios de la investigación cualitativa (Strauss y Corbin, 2002), en la que el objetivo no es la representatividad estadística sino la riqueza informativa. Creswell (2013) señala que para estudios fenomenológicos se recomienda trabajar con un mínimo de 5 y un máximo de 25 participantes.
4. El instrumento aplicado fue una guía de entrevista compuesta por cinco preguntas abiertas, elaboradas en correspondencia con los objetivos de la investigación y los principios de la Teoría de Registros de Representación Semiótica. Las preguntas fueron las siguientes:

Q1. ¿Cómo perciben los estudiantes el proceso de aprendizaje de funciones matemáticas a través del Módulo RRS?

Q2. ¿Qué valor atribuyen los estudiantes a la estrategia de múltiples registros de representación semiótica (verbal, tabular, algebraico y gráfico) en la comprensión de los contenidos?

Q3. ¿Qué aspectos del Módulo RRS consideran los estudiantes como fortalezas y cuáles como oportunidades de mejora?

Q4. ¿En qué medida perciben los estudiantes que los aprendizajes del módulo son transferibles a situaciones reales de su carrera de Administración?

Q5. ¿Cómo describen los estudiantes los cambios en su actitud y motivación hacia la matemática tras participar en el módulo?

Estas preguntas permitieron indagar tanto en dimensiones cognitivas (comprensión conceptual, representación, transferencia) como afectivas (motivación, actitud y confianza hacia la matemática), aspectos relevantes para interpretar el impacto pedagógico del módulo.

5. Se aplicó análisis de contenido con codificación temática, partiendo de categorías definidas por la entrevista y el marco teórico, junto con categorías emergentes. Se examinaron percepciones del aprendizaje con el Módulo RRS, valoración de los registros semióticos, fortalezas y debilidades del diseño, transferencia a contextos administrativos y cambios actitudinales.
6. La integración de estos hallazgos con los datos cuantitativos permitió una interpretación más sólida del impacto de la propuesta didáctica.

Anexo 3: Matriz de consistencia

Tabla 26
MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN POLINOMIAL Y SUS APLICACIONES A LA ADMINISTRACIÓN EN ENTORNOS VIRTUALES EN LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA PARA ADMINISTRADORES					
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	METODOLOGÍA
PROBLEMA GENERAL ¿En qué medida la aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes del curso de Matemática para Administradores en una Universidad privada de Lima? PROBLEMAS ESPECÍFICOS PE1 ¿Cómo debe diseñarse una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica e implementada en el entorno virtual Blackboard para favorecer el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración? PE2 ¿En qué medida la implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el entorno virtual Blackboard produce mejoras significativas en el aprendizaje	OBJETIVO GENERAL Determinar en qué medida la aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes del curso de Matemática para Administradores en una Universidad privada de Lima. OBJETIVOS ESPECÍFICOS OE1 Diseñar una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica e implementada en el entorno virtual Blackboard para favorecer el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración.	HIPÓTESIS GENERAL La aplicación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, mejora significativamente el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración en estudiantes del curso de Matemática para Administradores en una Universidad privada de Lima, evidenciado por el incremento en el desempeño académico entre el pretest y el postest. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS HE1 El diseño de una propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, implementada en el entorno virtual Blackboard, permite estructurar actividades de aprendizaje que favorecen la comprensión y aplicación de la función polinomial en contextos administrativos. HE2	Variable Independiente Propuesta didáctica soportada por entornos virtuales (estrategia de enseñanza aprendizaje)	Organización y estructura de la propuesta didáctica	Enfoque: Cualitativo Alcance: Explicativo Diseño: Estudio de caso Tipo de estudio: cualitativo exploratorio Población: 40 estudiantes de Matemática para Ingenieros 1-2024-0 Muestra: 10 estudiantes del curso Matemática para Ingenieros 1 Instrumentos: Cuestionario de escala valorativa Entrevista
			Variable dependiente Nivel de comprensión de las funciones polinómicas	Variedad y relevancia de los recursos educativos (videos, simulaciones, ejercicios interactivos, etc.).	
				Retroalimentación proporcionada por el entorno virtual.	
				Capacidad de adaptación de la propuesta didáctica a diferentes ritmos y estilos de aprendizaje. Organización	
				Identificación y comprensión de los conceptos básicos relacionados con funciones polinómicas	
				Aplicación de los conceptos de funciones polinómicas en la resolución de problemas matemáticos	

de la función polinomial aplicada a la Administración, según los resultados cuantitativos obtenidos en el pretest y postest?	OE2 Evaluar el impacto de la implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el entorno virtual Blackboard sobre el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, mediante los resultados cuantitativos obtenidos en el pretest y postest.	La implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica en el entorno virtual Blackboard produce mejoras significativas en el aprendizaje de la función polinomial aplicada a la Administración, reflejadas en diferencias cuantitativamente favorables entre los resultados del pretest y el postest del grupo experimental respecto al grupo control.		Interpreta y analiza gráficas de funciones polinómicas,	
				Aplicación de los conceptos de funciones polinómicas en situaciones de contexto real	

Tabla 27
MATRIZ OPERACIONAL DE LAS VARIABLES

Título: APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN POLINOMIAL Y SUS APLICACIONES A LA ADMINISTRACIÓN EN ENTORNOS VIRTUALES EN LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA PARA ADMINISTRADORES						
TIPO	NOMBRE DE LA VARIABLE	Definición conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	INDICADORES	ITEMS
VARIABLE INDEPENDIENTE	Propuesta didáctica soportada por entornos virtuales (estrategia de enseñanza aprendizaje)	Conjunto de actividades, recursos, métodos y técnicas diseñados específicamente para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje utilizando herramientas y plataformas digitales.	Conjunto estructurado de actividades de enseñanza y aprendizaje diseñadas para ser implementadas a través de plataformas y herramientas virtuales.	Organización y estructura de la propuesta didáctica	Secuencia lógica de los contenidos	
					Observación cualitativa	
					Claridad en las instrucciones para utilizar los recursos	
				Variedad y relevancia de los recursos educativos (videos, simulaciones, ejercicios interactivos, etc.).	Diversidad de tipos de recursos educativos utilizados	
					Uso efectivo de recursos didácticos	
					Interactividad y participación que ofrecen los recursos educativos	
				Retroalimentación proporcionada por el entorno virtual.	Claridad de la retroalimentación	
					Detalle de la retroalimentación	
					Personalización de la retroalimentación	
				Capacidad de adaptación de la propuesta didáctica a diferentes ritmos y estilos de aprendizaje.	Flexibilidad en el diseño de actividades para acomodar diferentes ritmos de aprendizaje	

					Adaptación de los materiales didácticos para satisfacer las necesidades específicas de los estudiantes.	
VARIABLE DEPENDIENTE	Nivel de comprensión de las funciones polinómicas	Es el grado en el que un individuo comprende y puede aplicar conceptos relacionados con las funciones polinómicas, como sus propiedades, gráficas, operaciones y aplicaciones.	El nivel de comprensión de las funciones polinómicas se puede medir mediante la aplicación de pruebas estandarizadas diseñadas para evaluar el conocimiento y la habilidad del individuo en resolver problemas relacionados con funciones polinómicas. Estas pruebas pueden incluir preguntas que aborden aspectos como la identificación de términos, el cálculo de raíces, la determinación de comportamiento gráfico, la interpretación de coeficientes y exponentes, entre otros. Además, se pueden considerar indicadores cualitativos, como la capacidad para	Identificación y comprensión de los conceptos básicos relacionados con funciones polinómicas.	Identifica los elementos de la función polinómica.	
					Reconoce el grado de una función polinómica.	
					Realiza Operaciones básicas con polinomios.	
				Aplicación de los conceptos de funciones polinómicas en la resolución de problemas matemáticos	Aplica conceptos básicos de álgebra en la manipulación y simplificación de expresiones polinómicas.	
					Resuelve problemas simples que involucren el uso de funciones polinómicas.	
					Aplica técnicas de factorización y simplificación en funciones polinómicas.	
				Interpreta y analiza gráficas de funciones polinómicas,	Grafica funciones polinómicas y analizar su comportamiento.	
					Describe las características generales de una gráfica de función polinómica, como su forma, dirección, y simetría	

			explicar conceptos o aplicarlos en situaciones prácticas.		Determina el dominio y el rango de una función polinómica a partir de su gráfica.	
					Identifica y analiza las intersecciones de una función polinómica con los ejes x e y, así como con otras funciones.	
				Aplicación de los conceptos de funciones polinómicas en situaciones de contexto real	Identifica situaciones del mundo real que puedan ser modeladas utilizando funciones polinómicas.	
					Interpretar los coeficientes y términos de una función polinómica en aplicaciones de contexto real.	
					Realiza predicciones y toma decisiones basadas en modelos polinómicos desarrollados para problemas de administración.	
					Comunica de manera clara y efectiva los resultados obtenidos a partir de la aplicación de funciones polinómicas en la resolución de problemas	

Anexo 4: Instrumentos de evaluación

CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES ACERCA DE SU APRENDIZAJE Y COMPRESION LAS FUNCIONES POLINÓMICAS

1. De las siguientes figuras, encuentre la regla de correspondencia de la función f cuya gráfica es una parábola.

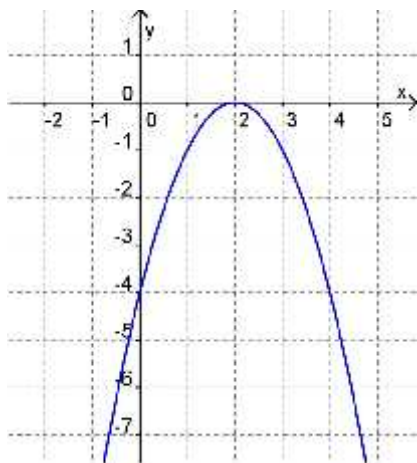


Figura 4.1

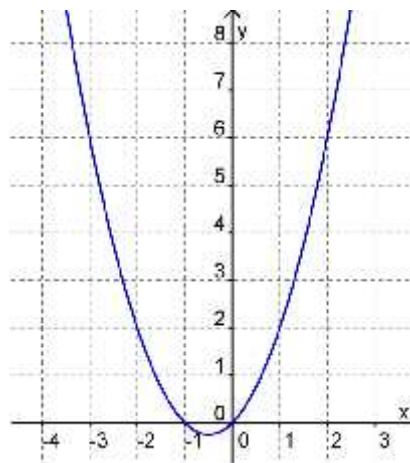


Figura 4.2

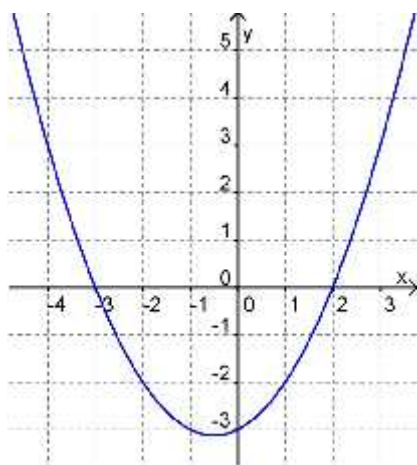


Figura 4.3

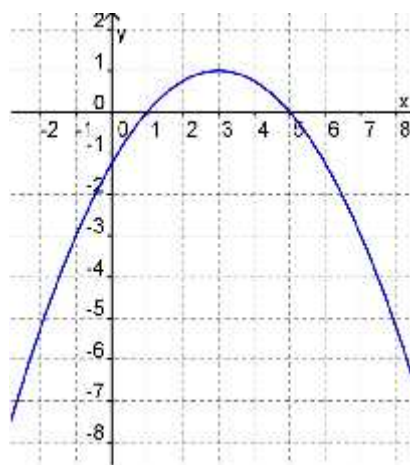


Figura 4.4

2. Dado

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 2 & \text{si } -3 < x < 3 \\ 5 & \text{si } x = 3 \\ x^2 - 6x + 13 & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

- a) Grafique $f(x)$.
 - b) Determine su dominio y rango.
 - c) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
 - d) Calcule $\frac{f(-2) - 5f(3)}{f(4)}$
3. La ecuación de demanda para el fabricante de un producto es $p = 1200 - 3q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando q unidades son demandadas (por semana).
 - a) Encontrar el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante.
 - b) Determinar ese ingreso.
 4. Cuando una tienda puso un precio de \$ 20 a cierta chalina, se vendieron, en promedio 100 semanales. Se observó que por cada disminución de \$ 1 en el precio se vendía 10 chalinas más por semana. ¿Qué precio deben tener las chalinas para obtener el ingreso semanal máximo?
 5. El Ingreso de una empresa puede ser estimada a través del tiempo de acuerdo a la función

$$I = -24t^2 + 288t - 64$$
 - a) donde I es el ingreso en miles de dólares y t es el tiempo en años.
 - b) ¿Cuál será el ingreso en el segundo año de funcionamiento de la empresa?
 - c) ¿En qué año se alcanzará el máximo ingreso y cuánto será?
 6. Un fabricante vende 3 000 lámparas al mes, a \$6 cada una. Se desea aumentar el precio y se estima que por cada incremento de \$1 en el precio de venta, se venden 1000 lámparas menos. Si el costo de cada lámpara es de \$4, ¿a qué precio deberá vender las lámparas para generar el máximo de utilidad?
 7. Un profesor de matemática invita a sus alumnos una torta del tamaño de la pizarra en el día de su cumpleaños. Cada alumno puede partir el trozo que quiera con dos limitaciones: ha de ser rectangular y el perímetro debe medir 20 cm. ¿Cuáles serían las dimensiones del trozo de torta más grande que podría cortar algún alumno?

8. La entrada de un almacén tiene forma de arco parabólico y mide 9 pies de alto en el centro y 6 pies de ancho en la base. Si necesitamos meter una caja de 8 pies de alto. ¿Cuál es el ancho máximo que puede tener la caja?
9. El gerente de producción de una empresa ha determinado que debido a la capacidad de la planta se podrían producir y vender como máximo 160 unidades de un producto diariamente. Si asume que todos los factores que no sean el número de empleados y la producción final resultante, permanecen constantes dentro del recorrido de esta producción total, la función de producción se puede expresar mediante la ecuación: $2x^2 + 4x - y = 0$ en donde x representa el número de empleados e y las unidades producidas. El gerente afirma que necesitará siete hombres para producir las 126 unidades.
- a) ¿Está el gerente en lo cierto en su afirmación respecto al número de hombres que necesita?
- b) ¿Qué tipo de curva representa la ecuación?
- c) Grafica la ecuación.
- d) ¿Qué sucedería con la producción si disminuimos el número de empleados?
- e) ¿Cuántos empleados necesitaría para lograr alcanzar la producción máxima?