

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
ESCUELA DE POSGRADO
Programa de Doctorado en Matemática**



**El crecimiento poblacional peruano según la ecuación logística
con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la
inmigración venezolana 2016-2019**

Tesis para optar el grado de Doctor en Matemática

Autor:

Mg. Añazco Valdivia, Juan Iván
Código ORCID: 0009-0008-3187-1729

Asesor:

Dr. Morales Marchena, Herón Juan
Código ORCID: 0000-0002-5394-0958
DNI N° 32837715

Co-asesor

Dr. Mendoza Arenas, Ruben Dario
DNI N° 10797959
Código ORCID: 0000-0002-7861-7946

**Línea de Investigación
Ecuaciones diferenciales y análisis numérico**

**Nuevo Chimbote - PERÚ
2026**



CERTIFICACIÓN DEL ASESOR

Yo, Dr. Morales Marchena, Herón Juan, mediante la presente certifico mi asesoramiento de la tesis titulada: "El crecimiento poblacional peruano según la ecuación logística con los parámetros nacimiento mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019" que tiene como autor al Mg. Juan Iván Añazco Valdivia, alumno del Doctorado en matemática ha sido elaborado de acuerdo al Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Santa.

Nuevo Chimbote, diciembre del 2026

Dr. Morales Marchena, Herón Juan

Asesor

DNI N° 31672306

Código ORCID: 0000-0003-1405-7588

CERTIFICACIÓN DEL CO-ASESOR

Yo, Dr. Mendoza Arenas, Ruben Dario, mediante la presente certifico mi asesoramiento de la tesis titulada: "**El crecimiento poblacional peruano según la ecuación logística con los parámetros nacimiento mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019**" que tiene como autor al Mg. Juan Iván Añazco Valdivia, alumno del Doctorado en matemática ha sido elaborado de acuerdo al Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Santa.

Nuevo Chimbote, diciembre del 2026



Dr. Mendoza Arenas, Ruben Dario

Co-asesor

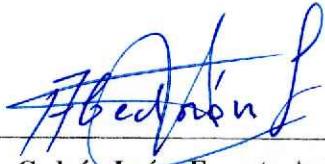
DNI N° 10797959

Código ORCID: 0000-0002-7861-7946

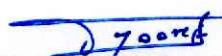
AVAL DEL JURADO EVALUADOR

Tesis titulada: “**El crecimiento poblacional peruano según la ecuación logística con los parámetros nacimiento mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019**” que tiene como autor al **Mg. Juan Iván Añazco Valdivia.**

Revisado y Aprobado por el Jurado Evaluador:



Dr. Cedrón León, Ernesto Antonio
Presidente
DNI N° 32966495
Código ORCID: 0000-0002-3198-831X



Dr. Moore Flores, Teodoro
Secretario
DNI N° 32763522
Código ORCID 0000-0002-1755-3459



Dr. Morales Marchena, Herón Juan
Vocal

DNI N° 31672306
Código ORCID: 0000-0003-1405-7588



ACTA DE EVALUACIÓN DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

A los quince días del mes de diciembre del año 2025, siendo las 12:00 horas, en el aula P-02 de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa, se reunieron los miembros del Jurado Evaluador, designados mediante Resolución Directoral N° 759-2025-EPG-UNS de fecha 20.08.2025, conformado por los docentes: Dr. Ernesto Antonio Cedrón León (Presidente), Dr. Teodoro Moore Flores (Secretario) y Dr. Herón Juan Morales Marchena (Vocal); con la finalidad de evaluar la tesis intitulada: "**EL CRECIMIENTO POBLACIONAL PERUANO SEGÚN LA ECUACIÓN LOGÍSTICA CON LOS PARÁMETROS NACIMIENTO Y MORTALIDAD DURANTE LA INMIGRACIÓN VENEZOLANA 2016-2019**"; presentado por el tesista **Juan Iván Añazco Valdivia**, egresado del programa de Doctorado en Matemática.

Sustentación autorizada mediante Resolución Directoral N° 982-2025-EPG-UNS de fecha 11 de diciembre de 2025.

El presidente del jurado autorizó el inicio del acto académico; producido y concluido el acto de sustentación de tesis, los miembros del jurado procedieron a la evaluación respectiva, haciendo una serie de preguntas y recomendaciones a la tesista, quien dio respuestas a las interrogantes y observaciones.

El jurado después de deliberar sobre aspectos relacionados con el trabajo, contenido y sustentación del mismo y con las sugerencias pertinentes, declara la sustentación como APROBADO, asignándole la calificación de DIECIOSCHO.

Siendo las 13:20 horas del mismo día se da por finalizado el acto académico, firmando la presente acta en señal de conformidad.

Dr. Ernesto Antonio Cedrón León
Presidente

Dr. Teodoro Moore Flores
Secretario

Dr. Herón Juan Morales Marchena
Vocal/Asesor



Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Ruben Dario MENDOZA ARENAS

Título del ejercicio: POSGRADO EJERCICIO 02

Título de la entrega: TESIS_DOCTORADO_MATEMÁTICA_UNS_IVAN_AÑAZCO_22-01-...

Nombre del archivo: TESIS_DOCTORADO_MATEMÁTICA_UNS_IVAN_AÑAZCO_22-01-...

Tamaño del archivo: 1.71M

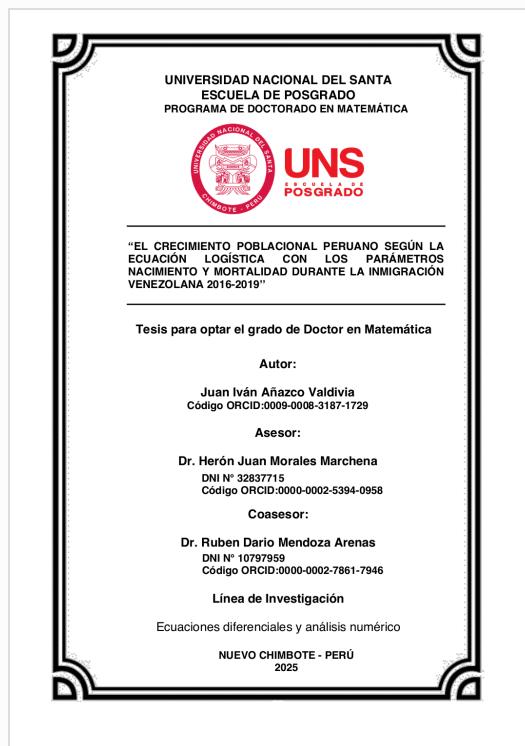
Total páginas: 76

Total de palabras: 14,788

Total de caracteres: 79,683

Fecha de entrega: 22-ene-2026 11:19p.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 2801651785



INFORME DE ORIGINALIDAD

22%
INDICE DE SIMILITUD

22%
FUENTES DE INTERNET

2%
PUBLICACIONES

11%
TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	repository.unp.edu.pe Fuente de Internet	4%
2	repository.uns.edu.pe Fuente de Internet	2%
3	libros.umariana.edu.co Fuente de Internet	2%
4	www1.inei.gob.pe Fuente de Internet	1%
5	archive.org Fuente de Internet	1%
6	www.scielo.org.pe Fuente de Internet	1%
7	docplayer.es Fuente de Internet	1%
8	www.coursehero.com Fuente de Internet	1%
9	fcf.unse.edu.ar Fuente de Internet	1%
10	Submitted to Universidad Nacional del Santa Trabajo del estudiante	1%
11	revistas.uptc.edu.co Fuente de Internet	<1%
12	www.inei.gob.pe Fuente de Internet	<1%
13	Submitted to Universitat Politècnica de València Trabajo del estudiante	<1%
14	Submitted to Universidad Cesar Vallejo Trabajo del estudiante	<1%

Dedicatoria

A Dios por ser el supremo creador de toda existencia en esta vida y en especial a la Matemática que tiene aplicaciones a la vida real y a mis padres por apoyarme en todo momento.

Agradecimientos

De manera especial a mi asesor Dr. Herón Juan Morales Marchena, por impulsarme a realizar esta Tesis en EDO y sus aplicaciones.
También agradecer a mi amigo y Coasesor el Dr. Ruben Dario Mendoza Arenas, por ser parte de esta Tesis en la asesoría final y elaboración del artículo.

INDICE GENERAL

CERTTIFICACIÓN DEL ASESOR	ii
AVAL DEL JURADO	iii
RESUMEN	vi
ABSTRACT	vii
INTRODUCCIÓN	
I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	8
1.1. Planteamiento y fundamentación del problema de investigación	9
1.2. Antecedentes de la investigación	15
1.3. Formulación del problema de investigación	18
1.4. Delimitaciones del estudio	19
1.5. Justificación e importancia de la investigación	19
1.6. Objetivos de la investigación: General y específicos	20
II. MARCO TEÓRICO	22
2.1. Fundamentos teóricos de la investigación	23
2.2. Marco conceptual	38
III. MARCO METODOLÓGICO	40
3.1. Hipótesis central de la investigación	41
3.2. Variables e indicadores de la investigación	42
3.3. Método de la investigación	42
3.4. Diseño o esquema de la investigación	42
3.5. Enfoque	43
3.6. Análisis documental	43
IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	44
V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	56
VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59
VII. ANEXOS	65

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como problema general: ¿Es posible modelar el crecimiento poblacional peruano con la ecuación logística, con los parámetros nacimientos y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019? y el objetivo general fue: Modelar el crecimiento poblacional peruano con la ecuación logística con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019.

Se emplea un diseño cuantitativo, longitudinal y no experimental, basado en análisis documental de las series oficiales del INEI sobre población total, nacimientos, defunciones y flujo migratorio.

A partir de la ecuación logística clásica se deduce un nuevo modelo de ecuación diferencial ordinaria que añade términos para el proceso nacimiento-muerte y para la inmigración, y cuyos parámetros se estiman a partir de las densidades poblacionales observadas. El modelo se resuelve numéricamente en Matlab y se contrasta su ajuste con el modelo exponencial de Malthus.

Los resultados muestran que el modelo propuesto reproduce con buena aproximación el crecimiento poblacional del Perú en el periodo estudiado y evidencia el impacto conjunto de la inmigración venezolana y de los cambios en natalidad y mortalidad sobre la dinámica demográfica.

Palabras claves: Crecimiento poblacional, inmigración, natalidad y mortalidad.

ABSTRACT

The present research work had as a general problema: Is it possible to model the Peruvian population growth with the logistic equation, with the birth and mortality parameters during Venezuelan immigration 2016-2019? and the general objective was: Model Peruvian population growth with the logistic parameters during Venezuelan immigration 2016-2019.

A quantitative, longitudinal and non-experimental design is used, based on documentary analysis of the official INEI series on total population, births, deaths and migratory flow.

Starting from the classical logistic equation, a new ordinary differential equation model is derived that adds terms for the birth-death process and for immigration, and whose parameters are estimated from observed population densities. The model is solved numerically in Matlab and its fit is compared with the Malthusian exponential model.

The results show that the proposed model accurately reproduces the population growth of Peru during the period studied and demonstrates the combined impact of Venezuelan immigration and changes in birth and death rates on demographic dynamics.

Keywords: Population growth, immigration, birth and mortality.

INTRODUCCIÓN

Esta inmigración venezolana se debe a que, en el segundo semestre del año 2014, el precio del petróleo cayó drásticamente, además de ello hubo una escasez de alimentos y medicinas a partir del año 2015. Otro acontecimiento que sufrió Venezuela en el año 2014 fue los problemas que tuvo con el país asiático de China, debido a la caída del precio del petróleo Pdvsa se atrasó con los pagos agudizando de este modo el endeudamiento externo.

Así se produce la inmigración venezolana, siendo el Perú el segundo país con mayor migrantes venezolanos, llegando a una cifra de 1,286.000 personas, es por ello que deseando conocer el crecimiento de la población peruana, se realiza la presente investigación que tiene como título: el crecimiento poblacional peruano según la ecuación logística con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana en el período 2016-2019.

En la presente investigación se requiere obtener el crecimiento de la población peruana, proponiendo un nuevo modelo modificando la ecuación logística, para resolver este nuevo modelo de ecuación diferencial ordinaria usaremos el programa de Matlab. Además, utilizaremos la información provista del INEI para resolver dicho modelo usando la población.

I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento y fundamentación del problema de investigación

En el periodo 2016-2019, el Perú se convirtió en uno de los principales destinos de la migración venezolana, fenómeno que modificó sustancialmente la dinámica demográfica del país. Según la **Organización Internacional para las Migraciones (OIM, 2020)** y el **Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Refugiados (ACNUR, 2021)**, más de 860 000 ciudadanos venezolanos ingresaron y se asentaron en el territorio nacional durante dicho lapso. Este influjo poblacional representó un cambio abrupto en las proyecciones demográficas previamente calculadas, generando tensiones en servicios básicos como salud, educación, vivienda y empleo (INEI, 2020).

Los modelos clásicos de crecimiento poblacional, como el propuesto por **Thomas Malthus (1798)**, que sostiene que “*la población crece en progresión geométrica mientras los alimentos lo hacen en progresión aritmética*”, resultan insuficientes para describir la complejidad del caso peruano reciente, puesto que asumen un crecimiento ilimitado sin considerar los factores de capacidad de carga ni fenómenos externos como la inmigración. Por su parte, la **ecuación logística de Verhulst (1845)** introduce un marco más realista al incorporar la noción de límite ambiental, lo que permite una descripción más adecuada de la población bajo restricciones.

Sin embargo, como advierte **Bertalanffy (1968)**, los modelos deben adaptarse a cada contexto específico para capturar los fenómenos biológicos y sociales que inciden en el crecimiento. En el caso peruano, el ingreso masivo de migrantes constituye un factor exógeno que altera la dinámica natural entre natalidad y mortalidad, introduciendo una variable de choque que debe ser matemáticamente considerada.

Por ello, resulta pertinente plantear la siguiente interrogante de investigación:

¿Cómo se modificó el crecimiento poblacional peruano durante la inmigración venezolana entre 2016 y 2019, considerando

conjuntamente los parámetros de natalidad, mortalidad y migración, a través de un modelo basado en la ecuación logística?

Este planteamiento no solo responde a una inquietud teórica dentro del campo de las ecuaciones diferenciales aplicadas a fenómenos demográficos (Murray, 2002), sino que además aporta evidencia útil para la gestión de políticas públicas, dado que el análisis matemático de la población es una herramienta clave en la planificación social y económica (Keyfitz & Caswell, 2005).

Gráfico N°01: Evolución de la población peruana

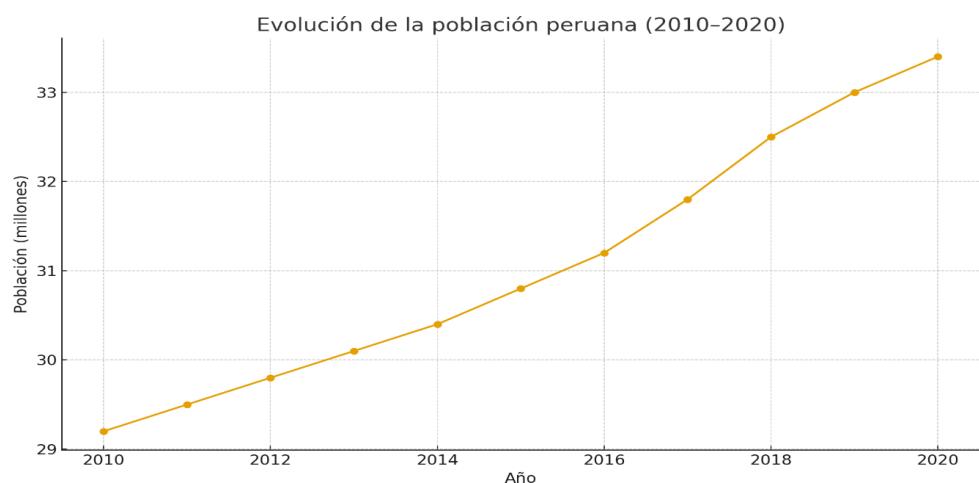


Gráfico N°02: Ingreso de migrantes venezolanos al Perú (2016-2019)

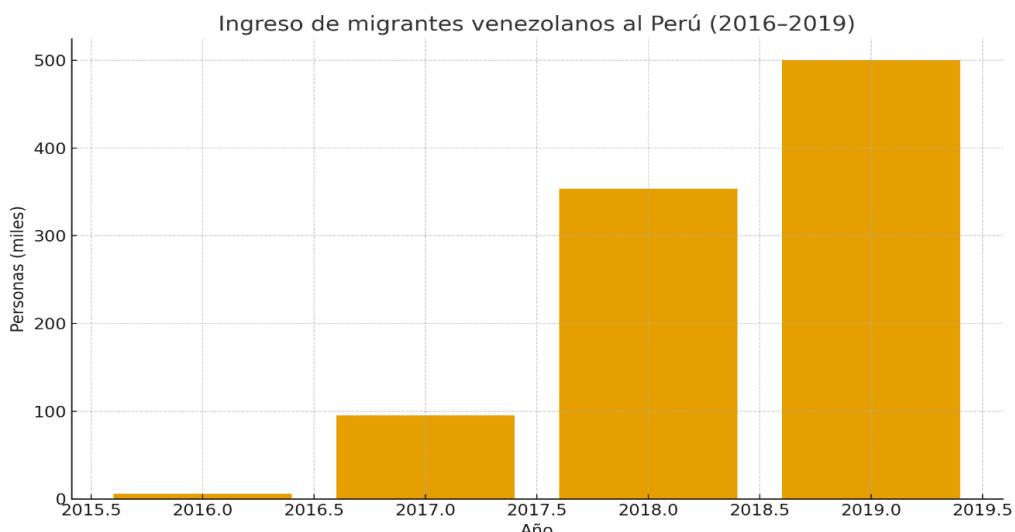


Figura N°03: Comparación entre el modelo exponencial y el modelo logístico

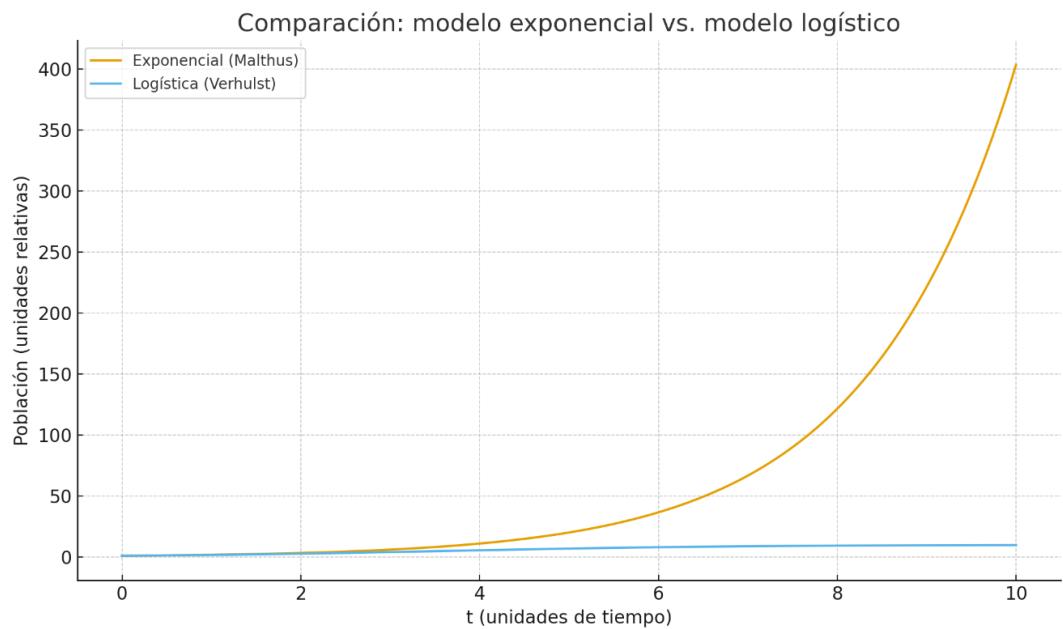
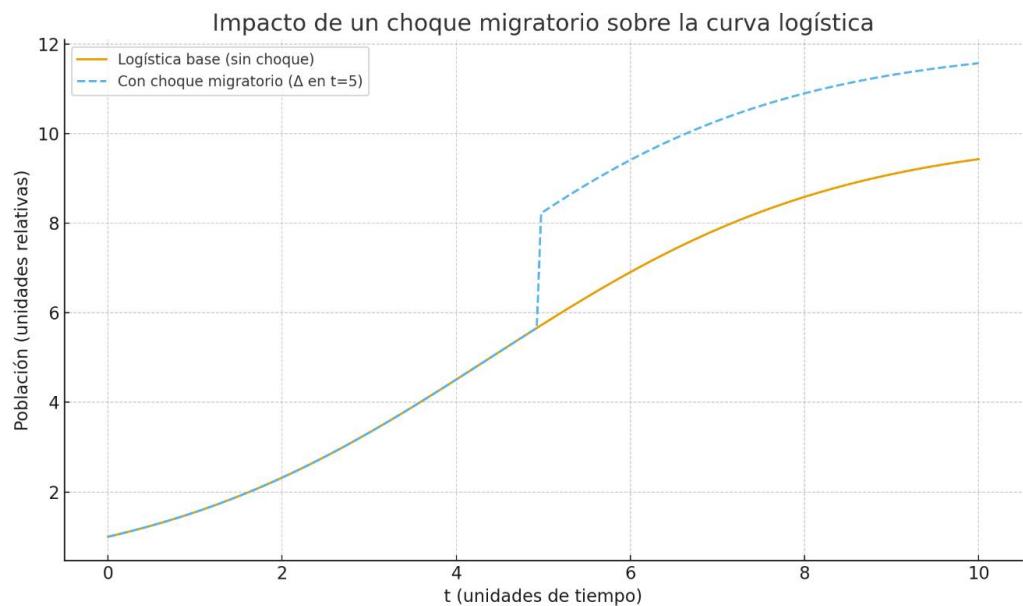


Figura N°04: Impacto de un choque migratorio sobre la curva logística



A continuación, mencionaremos los diferentes modelos de ecuaciones diferenciales, como por ejemplo el crecimiento demográfico, ley de enfriamiento/calentamiento de Newton, y otros más que redactaremos de la siguiente manera:

El modelo de crecimiento demográfico humano, presentado por el economista Thomas Malthus en el año 1798; trata de lo siguiente, que la tasa de crecimiento de la población de un país crece en forma proporcional a la población total, en términos matemáticos significa:

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad (1)$$

La ecuación (1) también es utilizada para modelar poblaciones de bacterias, células, proceso de nacimiento-muerte y de animales pequeños durante ciertos intervalos de tiempo.

Otro modelo que trata de la radioactividad de una sustancia:

El físico Rutherford gana el premio nobel de química en 1908, mostrando con la ayuda de sus colaboradores que los átomos de elementos radiactivos son inestables, y que, en un periodo de tiempo dado, una fracción fija de los átomos se desintegra espontáneamente para formar un nuevo elemento. El modelo matemático que utilizó para describir este fenómeno es

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

donde la constante λ es positiva, que es conocida como constante de decaimiento o decrecimiento de la sustancia.

Otro tipo de modelo que se presenta es el siguiente:

El químico Willard Libby en el año 1950, presentó un método que determinaba las edades aproximadas de los fósiles, utilizando el carbono radiactivo. Este método sirvió para fechar los muebles de madera en las tumbas egipcias y las envolturas de lino de los rollos del mar muerto.

El modelo matemático que utilizó para el caso del C-14 es

$$\frac{dA}{dt} = -\lambda A$$

Un modelo que trata del calentamiento/enfriamiento de la temperatura es el siguiente:

Isaac Newton 1641-1727, utilizó un horno a carbón de una pequeña cocina, realizando el siguiente experimento. Calentó al rojo un bloque de hierro, al retirarlo del fuego lo colocó en lugar muy frío y observó cómo se enfriaba el bloque de hierro. Sus resultados originaron la ley de enfriamiento de newton, cuyo modelo matemático que utilizó para describirlo es

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

donde $T(t)$ representa la temperatura del objeto en el momento t , T_m es la temperatura constante del medio ambiente.

Otro modelo que trata de la eliminación de las drogas es el siguiente:

Las ecuaciones diferenciales ordinarias también han modelado la eliminación de drogas, la cantidad $A(t)$ de cierta droga en el torrente sanguíneo, que es medida en el exceso sobre el nivel natural de la droga, va disminuyendo a una razón proporcional a la cantidad en exceso, cuyo modelo matemático es descrito por la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dA}{dt} = -\lambda A$$

Al parámetro λ se le denomina constante de eliminación de la droga y $T = \frac{1}{\lambda}$ se le denomina tiempo de eliminación.

El modelo matemático propuesto por Malthus para el caso de una población, tiene carencias importantes porque en el modelo no toma en cuenta los recursos del ambiente que reducen el crecimiento exponencial de la población, este modelo supone que la tasa relativa de crecimiento $\frac{dP}{dt}$ es constante, lo que debe de ocurrir es que dicha tasa de crecimiento debe depender de la población y de las condiciones ambientales. El modelo propuesto por el matemático y biólogo belga P.F. Verhulst en 1840, toma en cuenta las observaciones anteriormente mencionadas.

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) \quad (2)$$

La ecuación (2) se le llama ecuación logística, donde $a > 0, b > 0$.

La dinámica de crecimiento restringido de un individuo propuesta por el biólogo austriaco L. von Bertalanffy 1901 a 1972 es un modelo que trata del crecimiento individual que se aplica a peces de distintas especies, la ecuación diferencial que describe el modelo matemático es

$$\frac{dL}{dt} = k(A - L)$$

Siendo $k > 0$, la constante de proporcionalidad propia de cada especie.

Otro modelo conocido como el efecto Allee, es una modificación del modelo logístico que trata de poblaciones muy pequeñas que pueden tener dificultades para defenderse de los depredadores, encontrar pareja o localizar comida, todo ello puede conducir a la población a valores críticos de extinción, cuyo modelo matemático de este fenómeno es el siguiente

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(\frac{P}{k_0} - 1 \right) \left(1 - \frac{P}{k} \right)$$

Donde k es la capacidad de alojamiento del medio, y k_0 es una constante que representa el valor mínimo de la población por debajo del cual se extingue.

Para incorporar la capacidad de carga del medio, el matemático y biólogo belga Verhulst; estudió una ecuación no lineal dada como:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP)$$

Que se llamó ecuación logística, donde $a > 0$ y $b > 0$; (Brauer & Castillo-Chávez, 2012; Murray, 2002).

En el contexto peruano 2016-2019, el crecimiento poblacional no sólo depende de la limitación de recursos, sino también de los procesos demográficos básico: natalidad (B), mortalidad (M) e inmigración venezolana. Por ello se plantea un modelo logístico extendido:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P$$

De todos los modelos mencionados anteriormente, el último mencionado se propone para determinar el efecto del crecimiento poblacional de nuestro país, debido a la inmigración venezolana en el Perú.

1.2. Antecedentes de la investigación

1.2.1. Antecedentes internacionales

El trabajo de Ordóñez, citado por Cruz y Rosas (2015), construyó una función matemática para describir la dinámica de la tasa de crecimiento demográfico de México entre 1980 y 2005, alcanzando altos coeficientes de correlación al ajustar la población observada. Este antecedente se vincula con el “**crecimiento poblacional**”, pues muestra que es posible representar la evolución de la población mediante modelos continuos bien calibrados. Sin embargo, el estudio se centra en la tasa global de crecimiento y no incorpora explícitamente parámetros diferenciados de **natalidad, mortalidad e inmigración**, lo que deja un espacio para el modelo logístico extendido que aquí se propone.

Al evaluar sobre la función matemática obtuvo las siguientes conclusiones:

Las tasas de crecimiento demográfico para México estimadas por el Conapo, de 0.025 para 1980, de 0.022 para 1985, de 0.019 para 1990, de 0.016 para 1995, de 0.013 para 2000 y de 0.009 para 2005. La población inicial calculada por Conapo para 1980 fue de 67.4 millones. El coeficiente de correlación del modelo fue de 0.997 y el de determinación de 0.994, lo que muestra un excelente ajuste.

Las proyecciones de población son válidas en períodos cortos debido a la inercia demográfica, y que estimaciones a largo o muy largo plazos deben considerarse especulaciones que sólo nos sirven para analizar los diversos escenarios que podrían presentarse.

El modelo desarrollado proporciona resultados adecuados en el ámbito municipal tratándose de áreas pequeñas y, sobre todo, es más fácil establecer hipótesis sobre las cifras futuras en el crecimiento demográfico.

Medina y Suárez (citado en Cruz & Rosas, 2015) adaptan el modelo logístico a la población mexicana 1900-1990 y estiman sus parámetros mediante mínimos cuadrados, obteniendo un coeficiente de correlación

superior al 99 % entre población observada y modelada. Su aporte confirma la pertinencia de la **ecuación logística** para describir poblaciones humanas en el largo plazo. No obstante, al igual que otros estudios de corte clásico, el modelo considera una población cerrada, sin separar los efectos de la natalidad, la mortalidad y los flujos migratorios, por lo que no permite analizar de forma diferenciada el impacto de una inmigración masiva como la venezolana sobre la población peruana.

Para el desarrollo de este trabajo utilizamos el método de variables separables de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, así como una hoja de cálculo para obtener los valores de los parámetros del modelo logístico recurriendo el método de mínimos cuadrados. Obteniendo como valor de $k = \frac{a}{b} = 200.210526$ el cual representa la población límite, es decir la población máxima esperada a largo plazo. Y los valores de los parámetros fueron $a = 0.03804$ y $b = 0.00019$ que corresponden a los datos poblacionales registrados en los años 1950, 1970 y 1990 para estos valores se obtuvo un coeficiente de correlación de 0.99278, es decir, más de 99.2% de los datos observados son explicados por el modelo.

Malthus (citado por Cruz y Rosas, 2015) afirma que la población, si no encuentra obstáculos, aumenta en progresión geométrica, mientras que los alimentos lo hacen en progresión aritmética. Aunque las tesis de Malthus estuvieron alejadas de la realidad, tuvieron una gran influencia en la política. El pronosticaba que a partir de cierto límite de la población habría escasez de alimentos y en consecuencia una gran hambruna. Dicha hambruna jamás se produjo debido al desarrollo tecnológico, por lo que los supuestos de su modelo resultaron simplistas. Una de las críticas más fuertes al modelo de Malthus radica en suponer que los recursos del medio son inagotables. Con un sentido más realista, puede decirse que efectivamente los recursos están limitados y que las poblaciones de ninguna manera pueden crecer indefinidamente al ritmo malthusiano.

Veres (citado por Cruz y Rosas, 2015) menciona que: realizó un estudio sobre el nuevo procedimiento para el ajuste de la curva logística: aplicación a la población española. Donde se presenta un procedimiento de ajuste de

la curva logística, basado en el conocimiento previo del punto de inflexión. Dicho procedimiento proporciona como estimación las asíntotas superior e inferior de la curva. Para realizar la investigación se basan en un estudio previo de las tasas de crecimiento intercensales experimentadas por la población española a lo largo de la historia de sus censos de población desde 1857 hasta 1981. Al evaluar se pudo concluir que la logística proporciona buenas previsiones sobre la cuantía futura de las poblaciones humanas, siendo indudable su importancia histórica en el campo de la demografía.

La principal ventaja del procedimiento de ajuste realizado en este estudio, a parte de su rapidez y operatividad, reside en su adaptabilidad a las posibles modificaciones que se producen con la introducción de nuevos datos censales. En efecto, cada nuevo resultado censal puede confirmar o no el ajuste realizado para la obtención del punto de inflexión, dando lugar a una posible modificación de la logística para adaptarla mejor a la nueva situación.

El análisis previo del ciclo en el que se encuentra la población es fundamental para proceder a ligeras modificaciones de la logística.

El procedimiento de ajuste desarrollado evita la estimación a priori de las asíntotas, sustituyéndola por el punto de inflexión, siendo la naturaleza de los datos disponibles la que determine la conveniencia o no del empleo del ajuste que se ha considerado.

Ibarra, Sanguedolce y Nabarro (2005) mencionan que uno de los primeros intentos de modelar el crecimiento demográfico humano lo hizo Thomas Malthus, economista inglés en 1798. En esencia, la idea del modelo malthusiano es la hipótesis de que la tasa de crecimiento de la población de un país crece en forma proporcional a la población total, $P(t)$ de ese país en cualquier momento t . En otras palabras, mientras más personas haya en el momento t , habrá más en el futuro. En términos matemáticos, esta hipótesis se puede expresar:

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad (1)$$

donde k es una constante de proporcionalidad. A pesar de que este sencillo modelo no tiene en cuenta muchos factores (por ejemplo, la

inmigración y emigración) que pueden influir en las poblaciones humanas, haciéndolas crecer o disminuir, predijo con mucha exactitud la población de EEUU desde 1790 hasta 1860. La ecuación diferencial (1) aún se utiliza con mucha frecuencia para modelar poblaciones de bacterias y de animales pequeños durante ciertos intervalos.

Parra, Gordillo y Pinzón (2019) mencionan que:

Uno de los modelos discretos usados en el contexto biológico es el modelo poblacional de Malthus o modelo Malthusiano, el cual establece que una población aumenta su tamaño en una tasa proporcional al número de individuos presentes en cada instante de tiempo; bajo este supuesto las tasas de natalidad y mortalidad siempre permanecerán constantes con lo cual la población siempre aumentará su tamaño, sin embargo este modelo no puede ser indefinidamente válido, ya que llegará un momento en que los recursos alcancen su límite, acortando la tasa de crecimiento, pero puede ser apropiado en el corto plazo. En el caso de las poblaciones humanas, el crecimiento exponencial se puede sostener por períodos largos si los recursos aumentan a medida que crece la población, mediante el desarrollo tecnológico así lo muestran Quiñonez y Lecompte (2017). Desde una mirada discreta la construcción del modelo exponencial de Malthus, parte del supuesto de que la población se caracteriza por tener períodos de reproducción estacional no solapados, con lo cual se establece que la población en un instante ($t + 1$) depende directamente de la población existente en el instante t , lo que permite establecer una sucesión, como se muestra en la ecuación (1).

$$N_{t+1} = f(N_t); \quad N_0 > 0 \quad (1)$$

En la ecuación (1), N_t indica el número de individuos presentes en el instante ($t + 1$) y N_0 el tamaño inicial de la población.

1.3. Formulación del problema de investigación

En el presente trabajo de investigación se propone dar respuesta a la siguiente interrogante:

¿Es posible modelar el crecimiento poblacional peruano con la ecuación logística, con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019?

¿Qué formulación matemática de ecuación diferencial de tipo logístico permite representar simultáneamente los efectos de la natalidad, mortalidad y la inmigración venezolana en la dinámica de la población peruana 2016-2019?

¿Cuáles son los valores de los parámetros de natalidad, mortalidad e inmigración del modelo logístico extendido, estimados a partir de las series oficiales del INEI para el período 2015-2019?

¿Qué valor de población peruana para el año 2019 se obtiene al resolver numéricamente el modelo logístico extendido propuesto?

¿En qué medida el modelo logístico extendido ajusta mejor que el modelo malthusiano clásico a las observaciones de población peruana del período 2016-2019?

1.4. Delimitaciones del estudio

De todos los métodos existentes en la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias, no existe un método específico que resuelva la ecuación diferencial $\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P$. Por esta razón nos limitaremos a realizar nuestro estudio del crecimiento poblacional peruano debido a la inmigración venezolana, resolviendo la ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P$$

por los métodos numéricos usando el programa Matlab.

1.5. Justificación e importancia de la investigación

Justificación teórica

La importancia de esta investigación, es proponer un nuevo modelo de ecuación diferencial que aproxime el crecimiento de la población peruana, según la ecuación logística con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019. Este modelo a partir de las modificaciones de la ecuación logística es:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P$$

El sumando $P(a - bP)$ es propuesto debido a la ecuación logística, el sumando ce^{-kP} es propuesto debido a una inmigración de una población; y por último el sumando $(B - M)P$ es propuesto por los nacimientos y muertes que puede haber en una población.

Es un nuevo modelo de ecuación diferencial ordinaria realizando una modificación adicional a la ecuación logística; que es agregarle un nuevo sumando, este sumando proviene del modelo de ecuación diferencial proceso de nacimiento-muerte.

La propuesta de este modelo es para tener una mejor aproximación del crecimiento poblacional peruano, y así poder observar los diferentes efectos que se puede producir ante un crecimiento de población en el Perú.

Justificación práctica

El presente trabajo se propone un nuevo modelo de ecuación diferencial, con una condición inicial; que nos permita aproximar el problema del crecimiento poblacional peruano según la ecuación logística, con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019. Este nuevo modelo que es un problema de valor inicial es el siguiente:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P & \dots \dots (1) \\ P(0) = 30\,422\,831 \end{cases}$$

Al determinar una aproximación de la población según el modelo (1), si se tuviera un aumento poblacional en el Perú; las consecuencias en muchos aspectos de la vida de las personas serían negativas, tales como, por ejemplo: la escasez de recursos, colapso del mercado laboral, aumenta la pobreza, aumenta la inseguridad ciudadana, aumenta la deuda del país, se produce un deterioro ambiental, existe desigualdad; etc.

I.6. Objetivos de la investigación

Objetivo general

Modelar el crecimiento poblacional peruano con la ecuación logística con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019.

Objetivos específicos

Formular y justificar un modelo de ecuación diferencial de tipo logístico que incluya términos para la natalidad, mortalidad e inmigración venezolana.

Estimar los parámetros, a, b, C, B y M del modelo propuesto utilizando el polinomio de interpolación de Lagrange, con los datos oficiales del Instituto Nacional de Estadística e Informática sobre la población total, nacimientos, defunciones e inmigración en el período 2016 - 2019.

Resolver numéricamente el modelo logístico extendido usando el programa Matlab, para obtener aproximaciones al tamaño de la población peruana para el año 2019.

Comparar las predicciones del modelo propuesto con las del modelo malthusiano clásico y analizar sus implicancias demográficas en el año 2019.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Fundamentos teóricos de la investigación

Crecimiento poblacional

Hernández (1996) define:

El crecimiento de una población se refiere, simplemente, al aumento, disminución o estabilidad en el número de sus integrantes, que ocurre en un período de tiempo determinado.

Un indicador comúnmente utilizado para medir el porcentaje de velocidad de este fenómeno es la tasa de crecimiento anual. (p.18)

El crecimiento de la población depende mucho de la estabilidad en el número de integrantes que lo conforma la población, durante un período de tiempo determinado. La tasa de crecimiento poblacional es un indicador que nos permite medir.

Palladino (2010) define:

Los cambios poblacionales en el tiempo pueden deberse, exclusivamente a uno de estos tres factores: fecundidad, mortalidad y migraciones. A éstos se les denomina componentes demográficos.

Ellos son los que actúan como variables inmediatas que determinan los cambios demográficos; aunque, son la resultante de fenómenos más estructurales. (p.3)

Debido a los componentes demográficos, es que este proyecto de investigación quiere saber cómo han sido los cambios demográficos, utilizando los parámetros nacimientos y mortalidad durante la inmigración venezolana.

Manrique, Martínez y Ospina (2007) sobre el crecimiento poblacional manifiestan:

El crecimiento de la población es determinante de cambios sustanciales en diferentes esferas del desarrollo social; es posible formular como efectos de este crecimiento estructuras de Estado evolucionadas desde la transformación demográfica; la explosión demográfica hace que el crecimiento de la pobreza aumente, de tal forma que los indicadores de empobrecimiento, como indicadores sociales, la línea de pobreza, indigencia, Gini y Necesidades

Básicas Insatisfechas (NBI) sean los principales indicadores a transformar. Al tiempo que aumente la población y se dispone de menos terreno explotable, existirá mayor consumo de recursos naturales no renovables, deterioro ambiental y destrucción de la biodiversidad, generando un nivel de explotación de recursos no sostenible, el deterioro del ambiente, la degradación del suelo, uso de agroquímicos y la no apropiación de tecnologías por falta de mercados transnacionales y políticas claras de innovación tecnológica, obligarán a los países empobrecidos a recurrir a importaciones que aumentarán el déficit fiscal y el endeudamiento externo, generando mayor crisis económica y deterioro de las condiciones de seguridad alimentaria, llevando a mal nutrición y hambre, problemas de salud tales como resurgimiento de enfermedades infecciosas, aumento de enfermedades cardiovasculares, incremento de factores de riesgo: obesidad, sedentarismo, hipertensión, que repercuten en incrementos en los indicadores de morbilidad y mortalidad, así como pocas posibilidades de generación de conocimiento y déficit de los sistemas educativos, limitaciones en las capacidades de aprendizaje y abstracción, derivados de las alteraciones del estado nutricional. (p.156)

El estudio del crecimiento poblacional nos permite identificar cómo va el desarrollo social, al aumentar demasiado la población el país puede llegar a tener índices de pobreza, debido a las limitaciones de los recursos naturales.

Ortiz (2016) sobre el crecimiento poblacional manifiesta:

Hacer una buena predicción a corto, medio o largo plazo a partir de un conjunto de datos puede ser muy útil. A lo largo de la historia, el hombre ha intentado hacer predicciones: meteorológicas, demográficas, económicas, políticas. A continuación, os mostraremos algunos hechos relevantes en la historia de la demografía.

Hasta aproximadamente el siglo XVI, las razones religiosas, políticas y militares marcaron el crecimiento de la población. En el código legal más antiguo descubierto en Babilonia durante el reinado de Hammurabi (2130-2088 a.C.) se manifestó la necesidad de mantener y aumentar la población. Sin embargo, autores de la Grecia Clásica como Platón (427-347 a.C.) o Aristóteles (384-322 a.C.) expresaron el deseo de controlar la natalidad. Platón en su obra “República” lo reflejó tanto cualitativa como cuantitativamente. Dadas las políticas que llevaban a cabo los romanos, de dominación de las tierras por la fuerza, no se preocuparon por el crecimiento excesivo de la población ya que un número grande de personas era beneficioso para esto. (pp. 2-3)

A lo largo de la historia el hombre ha querido predecir el crecimiento poblacional, en el siglo XVI hubo tres razones que marcaron el crecimiento poblacional, estas fueron las religiosas, políticas y militares. En Babilonia durante la época del rey Hammurabi, se tuvo la necesidad de aumentar y mantener la población, en cambio en Grecia tanto Platón como Aristóteles quisieron controlar la natalidad.

Manrique, Martínez y Ospina (2007) sobre el crecimiento poblacional manifiesta:

La población humana de planeta, alrededor de 6.500 millones de habitantes en los inicios del siglo XXI, no ha sido constante, ha cambiado a través de la historia, crece a diferentes ritmos con variaciones en diferentes espacios geográficos. El número de seres humanos, expresado en millones, ha evolucionado de la siguiente manera en los últimos doce mil años, desde el año 10.000 antes de nuestra era hasta finales del siglo XX. El crecimiento poblacional es motivo de preocupación mundial ya que la población humana se ha duplicado desde el año 1950 (p 152).

Siempre al pasar el tiempo el crecimiento poblacional ha ido cambiando a través de la historia, su crecimiento variante se debe a los diversos espacios geográficos que tiene el mundo, esto es un motivo a nivel mundial tener una preocupación por cómo va creciendo la población debido a que en el año 1950 se duplicó; por esta

razón es que se está realizando sus respectivos estudios sobre el crecimiento demográfico de la población.

INEI (2020) sobre el crecimiento poblacional menciona:

En el mundo estaría poblado actualmente por 7 mil 794 millones de habitantes, en el 2050 serán 9 mil 735 millones. Sin embargo, el crecimiento y distribución de la población de los países en el mundo presenta un comportamiento diferenciado.

Asia, continente donde se sitúan los dos países más poblados del mundo, la República Popular China con 1 mil 439 millones de habitantes y la India con más de 1 mil 380 millones de habitantes. En el continente asiático, residen 6 de cada 10 personas de la población mundial.

En el año 2020, en la región de América, el Perú es el 7mo país más poblado, con 32 millones 626 mil habitantes. El primero en la región es Estados Unidos con más de 331 millones, seguido por el gigante de América del Sur, Brasil con 213 millones y México con 129 millones de habitantes.

A nivel mundial, el país más extenso del planeta es Rusia, seguido de Canadá, Estados Unidos y China. El Perú ocupa el puesto 19 entre los países con mayor superficie.

La concentración de población entre los 19 países que son India, China, Indonesia, México, Irán, Congo, Estados Unidos, Perú, Brasil, Sudán, Argelia, Argentina, Arabia Saudita, Rusia, Kazajistán, Libia Canadá, Australia y Mongolia, ubican a la India en el primer lugar, con 420 habitantes por km², el segundo lugar lo ocupa China y el tercero Indonesia. Perú con 25 habitantes por km², ocupa el octavo lugar. (pp. 3-4)

La densidad poblacional nos permite saber cuántos habitantes en promedio de un país, hay por km² esto nos permite saber cuantos habitantes puede haber sabiendo la superficie que posee el Perú. Uno de los países que posee mayor superficie es Rusia en comparación con Canadá, Estados Unidos y China. En

cambio, si observamos la densidad poblacional, ubica en primer lugar a la India, seguido de China y Indonesia; en el caso de densidad poblacional el Perú ocupa el octavo puesto.

Gómez y Collazos (2015) sobre el crecimiento poblacional dice:

La mayoría de estudios y discusiones sobre los efectos y causas del crecimiento demográfico a nivel económico y social se centran en el impacto que tienen en el PIB y el PIB per cápita, sin embargo: “el efecto del crecimiento demográfico sobre la calidad del desarrollo; medido por indicadores sociales, tales como el número de personas que reciben una alimentación adecuada, que aprenden a leer, que participan en forma equitativa en el aumento del ingreso y están productivamente empleadas, es más importante que su efecto sobre el crecimiento del ingreso” (...).

En los últimos 30 años, Bogotá ha venido experimentando un crecimiento de la población significativo, resultado de situaciones como la disminución en las tasas de mortalidad, los desplazamientos forzados y la entrada de migrantes en busca de nuevas y mejores oportunidades de desarrollo personal y profesional , de las que carecen en sus ciudades de origen, que para una ciudad como Bogotá, constituye una mayor demanda de bienes y servicios que a mediano plazo, amenazan el bienestar de la ciudadanía en términos económicos, ambientales y sociales.

El aumento poblacional que ha experimentado la ciudad, ha traído consigo el desarrollo de externalidad negativas en muchos aspectos de la vida de los individuos, tales como: escasez de recursos, colapso del mercado laboral, pobreza, desigualdad, inseguridad, deterioro ambiental, etcétera (p. 6).

En un país al realizar estudios y discusiones, no solamente se debe concentrar en los efectos y causa del crecimiento poblacional debido al impacto del PBI y el PBI per cápita, sino también en la calidad de desarrollo medido en indicadores sociales. Si observamos la ciudad de Bogotá su crecimiento poblacional se debe a la disminución de la tasa de mortalidad y la entrada de migrantes, produciendo

un impacto negativo en la vida de los individuos debido a que se escasea los recursos, disminuye los puestos de trabajo, existe pobreza, hay inseguridad, deterioro ambiental, desigualdad, etcétera. Estos son los puntos negativos que pueden ocurrir cuando hay mucha inmigración, produciendo un crecimiento poblacional.

Gómez y Velázquez (2014) sobre el crecimiento demográfico manifiestan:

Es que, por un lado, un alto crecimiento demográfico de una zona puede producir problemas que afectan a la calidad de vida, particularmente en lo que respecta a la disponibilidad de vivienda, servicios, riesgos ambientales, etcétera. A su vez, una zona en la que los habitantes no observan mejoras sustanciales de calidad de vida, puede llevar a que algunos busquen mudarse, por lo cual el bajo crecimiento no sería un reflejo de una óptima calidad de vida. Por ello se estimó necesario analizar más íntimamente y sobre la base de los datos disponibles, esta relación (p. 189).

El crecimiento poblacional puede producir problemas en los individuos por la calidad de vida que tienen; esto es si observan que no hay mejoras en la zona que viven pueden tomar como destino otro país en la que puedan mejorar su calidad de vida.

“Cuatro parámetros afectan el tamaño de las poblaciones: Natalidad (N), Mortalidad (M), Emigración (E) e Inmigración (I) (...). El cambio temporal en el tamaño de las poblaciones depende de los cuatro parámetros (...)” (dinámica de poblaciones, s.f., párr. 1-2).

El crecimiento de las poblaciones se mide mediante la natalidad, mortalidad, emigración e inmigración, estos cambios en los parámetros pueden producir aumento o disminución de la población. Esto se debe a la escasez de recursos, poseer empleos precarios, tardanza en incorporar al mercado laboral; y otros aspectos más que perjudican a la población.

“La tasa de crecimiento demográfico (TCD) es un indicador importante para conocer la evolución de la población, permite medir el aumento (crecimiento) o

disminución (decrecimiento) de la población de un territorio para un período determinado (...)" (tasa de crecimiento demográfico, s.f., párr. 2).

La tasa de crecimiento demográfico es un simple indicador, este nos permite medir el aumento o disminución de la población, pero este indicador depende del número que individuos que presenta la población, y no del tiempo que va pasando.

Los modelos de crecimiento poblacional se han desarrollado históricamente desde la formulación exponencial de Malthus hasta las variantes logísticas y sus extensiones. El modelo malthusiano describe un crecimiento proporcional al tamaño de la población y es útil en horizontes temporales cortos o en contextos donde los recursos parecen ilimitados (Ibarra, Sanguedolce & Nabarro, 2005).

No obstante, la evidencia empírica muestra que las poblaciones humanas tienden a desacelerar su crecimiento al aproximarse a límites ambientales o socioeconómicos, lo que justifica el uso de la ecuación logística (Parra, Gordillo & Pinzón, 2019).

Estudios recientes han incorporado al modelo logístico componentes adicionales, como términos de migración o procesos de nacimiento-muerte, con el fin de representar poblaciones abiertas y capturar mejor el efecto de la movilidad humana y de los cambios en la fecundidad y mortalidad (Cruz & Rosas, 2015).

En el contexto latinoamericano, sin embargo, son escasos los trabajos que integran de manera explícita la **inmigración venezolana** a los modelos de crecimiento poblacional de países receptores. Esta brecha justifica el desarrollo de un modelo logístico extendido para el caso peruano, donde la inmigración masiva reciente constituye un factor clave para comprender la dinámica observada entre 2016 y 2019.

Dimensiones del crecimiento poblacional

La variable crecimiento poblacional posee varios autores que tratan del tema, sin embargo, mi trabajo está orientado al crecimiento poblacional peruano, que debido a la tasa de crecimiento poblacional indica los cambios que experimenta la población, este cambio se debe a tres parámetros, o fenómenos demográficos fundamentales, las cuales son: nacimiento, mortalidad e inmigración.

El parámetro nacimiento:

Sobre el parámetro nacimiento en el Perú el INEI (2020) dice:

Según las proyecciones oficiales del Perú la tasa global para el año 2020 se estima en 2,2 hijos/as por mujer. El nivel de reemplazo generacional será alcanzado en el año 2023, es decir, el punto en el que cada mujer procreará, en promedio, una hija o hijo a lo largo de su vida reproductiva.

En el período de análisis, la tasa bruta de natalidad presenta una disminución, alcanzando en el año 2020 un nivel de 17,4 nacimientos por cada mil habitantes (p.8).

La tasa global de 2.2 hijos o hijas por mujer para el año 2020, se estima que para el año 2023 será de una hija o hijo por mujer; esto se debe a la planificación familiar, la inestabilidad política en un país, la escasez de los recursos, la disminución del mercado laboral, etcétera. Estos son los aspectos negativos que pueden hacer que la tasa disminuya.

Sobre el parámetro nacimiento en el Perú el INEI (2015) dice: “en el año 2015, se han registrado 652 mil 75 nacimientos a nivel nacional. Esta información incluye a los nacimientos que ocurrieron y se inscribieron en el año (oportunos); aquellos inscritos vía extemporánea, así como trámite judicial” (p.21).

Al registrarse los nacimientos en el Perú para el año 2015, es una información que nos permite saber cómo está el parámetro nacimiento, y los efectos que pueden producir en el crecimiento poblacional para el año 2015.

Sobre el parámetro nacimiento en el Perú el INEI (2016) dice: “a nivel nacional, se han inscrito 626 mil 259 nacimientos en el año 2016. Incluye nacimientos ocurridos e inscritos en el mismo año y aquellos que fueron inscritos fuera del plazo de ley, además los que se realizaron mediante orden judicial” (p. 21).

Al registrarse los nacimientos en el Perú para el año 2016, si lo comparamos con los nacidos en el año 2015, se observa que la cantidad de nacidos en el año 2016 es menor que la cantidad en el año 2015. Esta disminución puede afectar a la tasa de crecimiento poblacional, y es necesario realizar un estudio para saber que sucede con la población.

Sobre el parámetro nacimiento en el Perú el INEI (2017) dice: “en el año 2017, el total de nacimientos inscritos alcanzó 610 mil 316, incluye aquellos inscritos vía ordinaria, extraordinaria y orden judicial” (p.15).

Al registrarse los nacimientos en el Perú para el año 2017, si lo comparamos con los nacidos en el año 2016, se observa que la cantidad de nacidos en el año 2017 es menor que la cantidad en el año 2016. Así se observa que los nacimientos en el Perú del 2015 al 2017 está disminuyendo, esto nos permite realizar un estudio en el Perú para saber qué factores están afectando a la disminución del parámetro nacimiento.

Sobre el parámetro nacimiento en el Perú el INEI (2019) dice:

En el año 2019, el total de nacimientos inscritos alcanzó 589 mil 799, de estos, 581 mil 22 corresponden a Perú y 8 mil 777 a peruanas y peruanos inscritos en los consulados de otros países (extranjero).

Del total de nacimientos inscritos en el Perú, el 93.3% (542 mil 9) corresponde a aquellos que fueron registrados mediante sistema en línea, el restante, 6.7% (39 mil 13) fueron inscritos directamente en las actas de nacimiento de forma manual.

En el Perú, los nacimientos inscritos reflejan una tendencia a disminuir, de 652 mil 75 en el año 2015 disminuye a 581 mil 22 en el año 2019 (p.23).

Al registrarse los nacimientos en el Perú para el año 2019, se observa una clara disminución de nacidos en comparación con los años 2017, 2016 y 2015. Se observa una despreocupación por las autoridades del estado al no realizar estudios de los efectos que producen esta baja en el parámetro nacimiento.

INEI (2001) sobre el parámetro nacimiento en el Perú manifiesta:

Como en el caso de la fecundidad nacional, la presente revisión acepta como válidos para ambas áreas los valores de la tasa global de fecundidad seleccionados en 1995 para el período 1970-1985 y a partir de allí asume estimaciones que traducen un descenso menos acelerado que el supuesto en esa fecha, particularmente en el área

urbana que ya ha alcanzado un nivel de fecundidad bastante bajo por un descenso más pronunciado desde 1970. En efecto, el promedio de hijos por mujer se redujo a casi la mitad en 30 años al pasar de 5.09 en el quinquenio 1970-1975 a 2.60 en el quinquenio 1995-2000; mientras que la fecundidad en el área rural sólo lo hizo en 31%, de 7.55 hijos por mujer a 5.2 entre los mismos quinquenios (...). No obstante que en los tres últimos quinquenios del siglo pasado el descenso de la fecundidad rural fue ligeramente más acelerado que el de la urbana, su nivel comenzando el siglo XXI es todavía elevada y cercano al que tenía el país hace dos décadas, al finalizar los años setenta.

Las mismas variaciones de la fecundidad por edad observadas para el país se aprecia por áreas con una declinación en todos los grupos de edad (excepto entre las adolescentes urbanas) particularmente entre las mujeres adultas. La contribución a la fecundidad total según edad de las mujeres es diferente por áreas. En el área urbana, las menores de 30 años aportan con el 66% del total de nacimientos; en cambio en el área rural ese porcentaje es de 56% y el aporte de las mujeres mayores de 35 años a la fecundidad total de esa área es todavía importante (p. 20).

La tasa de fecundidad a nivel nacional tanto en la urbana como la rural, ha ido disminuyendo desde el año 1970 hasta el año 2000. Estas disminuciones de la tasa de fecundidad por estos años, se pueden considerar como punto de partida del porque la INEI entre los años 2015 y 2019 los nacimientos disminuyen, y pueden proporcionar una explicación del porque disminuyen los nacimientos.

El parámetro mortalidad

Sobre el parámetro mortalidad en el Perú el INEI (2015) dice: “en el país, en el año 2015, se inscribieron 134 mil 858 defunciones; se puede decir; que diariamente se registran 369 y cada hora 15 muertes” (p.25).

Al registrarse la mortalidad en el Perú, esta información es importante para conocer los efectos que nos puede proporcionar el parámetro mortalidad en el crecimiento poblacional para el año 2015.

Sobre el parámetro mortalidad en el Perú el INEI (2016) dice: “en el país, en el año 2016, se inscribieron 145 mil 521 defunciones, cada día se registran 399 muertes y cada hora 17, aproximadamente” (p.24).

Al registrarse la mortalidad en el Perú para el año 2016, si lo comparamos con la mortalidad del año 2015, se observa que la cantidad de muertes en el año 2015 es menor que la cantidad de muertes en el año 2016. Este aumento de muertes para el año 2016 produce un efecto en el crecimiento poblacional.

Sobre el parámetro mortalidad en el Perú el INEI (2017) dice: “en el país, se inscribieron 150 mil 32 defunciones, cada día se registran 411 muertes y cada hora 17, aproximadamente, en el año 2017” (p.19).

Al registrarse la mortalidad en el Perú para el año 2017, si lo comparamos con la mortalidad del año 2016, se observa que la cantidad de muertes en el año 2016 es menor que la cantidad de muertes en el año 2017. Este aumento de muertes para el año 2017 produce un efecto en el crecimiento poblacional.

Sobre el parámetro mortalidad en el Perú el INEI (2019) dice:

En el año 2019 se inscribieron 158 mil 902 defunciones a nivel nacional y en el extranjero.

En el Perú, se registraron 157 mil 680 defunciones, de este total, 146 mil 684 fueron inscritas mediante el sistema en línea y 10 mil 996 en forma manual. El total de defunciones de peruanas y peruanos fallecidos en el extranjero alcanzó 1 mil 222, en el año 2019. (p.37)

Al registrarse la mortalidad en el Perú para el año 2019, si lo comparamos con la mortalidad del año 2017, se observa que la cantidad de muertes en el año 2017 es menor que la cantidad de muertes en el año 2019. Esto es un indicador de que cada año que ha ido pasando, desde el año 2015 hasta el año 2019 la mortalidad ha ido aumentando produciendo un efecto en el crecimiento poblacional.

Sobre el parámetro mortalidad en el Perú el INEI (2019) dice: “la tasa bruta de mortalidad que alcanzó 5,9 defunciones por cada mil habitantes, se espera prevalezca debido al proceso de envejecimiento de la población” (p.8).

La tasa de mortalidad en el Perú, es un indicador que nos permite saber las defunciones que hay por cada mil habitantes, y esperando que se mantenga la tasa de mortalidad debido al envejecimiento de la población.

INEI (2001) sobre el parámetro mortalidad en el Perú manifiesta:

De acuerdo a la tendencia histórica de la tasa de mortalidad infantil y considerando los diferentes programas conducidos por el Ministerio de Salud para mejorar la salud materno infantil, la proyección efectuada sugiere un continuo descenso de su valor que llegaría a 20.7 por mil nacidos vivos al concluir el primer cuarto del siglo XXI y de 15 por mil al llegar a la primera mitad. (...) La cifra para 2025 es levemente más baja que la que se sugirió en las proyecciones realizadas en 1995 porque las proyecciones que aquí se presentan contemplan, como ya se señaló, un descenso algo más pronunciado de la mortalidad infantil que la que se había anticipado en 1995. (...)

Por otro lado, se ha previsto un incremento de la esperanza de vida al nacimiento para ambos sexos de 69.82 en el quinquenio 2000-2005 a 78.13 en el quinquenio 2045-2050. (...)

Por áreas también se ha asumido una continuación del descenso de la mortalidad infantil. En el área urbana de 24.2 por mil nacidos vivos en el quinquenio 2000-2005 a 15.2 por mil en el quinquenio 2020-2025 y en área rural de 49.2 por mil a 32.0 por mil, respectivamente. Simultáneamente, la esperanza de vida al nacer crecerá de 72 años a 76 años en el área urbana y de 65 años a 71.7 años en el área rural en las fechas indicadas (pp. 26-27).

Entre los años 2020 y 2025 existen proyecciones de la tasa de mortalidad infantil con tendencia al descenso, esto se debe a los diversos programas que ha propuesto el Ministerio de Salud para mejorar la salud materno infantil. Por otro lado, aumenta la esperanza de vida al nacer tanto en el área urbana como en el área rural.

El parámetro inmigración

Sobre el parámetro inmigración en el Perú el INEI (2020) dice:

Tanto en nuestro país como en América Latina y el Caribe, la emigración y la inmigración internacional han desempeñado un papel importante en relación con el tamaño, crecimiento y características sociales y económicas, efectos que se manifiestan de diferentes maneras a través de los años.

Las migraciones, por ser en general selectivas, además de modificar el tamaño de las poblaciones de origen y de destino, inciden en la estructura por edades y la composición por sexo, el nivel educativo, la oferta de trabajo, la demanda de bienes y servicios, y el entorno social cultural. (pp.9-10)

En el Perú, el Caribe y otros países de América Latina, tienen el suceso de la emigración y inmigración; que pueden tener efectos negativos o positivos ya sea que ocurra en la población de origen o en la población de destino. En ese sentido las migraciones modifican a las poblaciones por falta de educación, ofertas de laboral, demandas de bienes y servicios y el entorno socio cultural. Estos factores hacen que las personas tomen decisiones de quedarse en su país o de salir de dicho país.

INEI (2001) sobre el parámetro inmigración manifiesta:

El primer quinquenio para el que se adoptó una estimación de migración internacional fue 1975-1980, cuando en su intercambio con otros países el Perú habría perdido 36 mil habitantes, en su gran mayoría varones. La disposición de muchos peruanos de dejar el país continuó en los quinquenios que siguieron y se agravó debido al empeoramiento de la crisis económica en el decenio 1980-1990 (hiperinflación, recesión, caída de los salarios reales y de los niveles de empleo) y social (intensificación del narcotráfico y de la actividad de grupos subversivos, dando lugar a que en 1991 las dos terceras partes del país fueron declaradas en estado de emergencia). Esta situación generó una mayor salida de peruanos y una menor llegada de extranjeros por lo que los saldos migratorios

negativos para los quinquenios siguientes aumentaron en cifras absolutas.

Teniendo en cuenta que aproximadamente la mitad de la migración es ilegal, y considerando además el número de peruanos censados en otros países (...) se adoptó el criterio de duplicar las cifras proporcionadas por la Dirección General de Migraciones habiéndose llegado a establecer para la década 1980-1990 un saldo migratorio negativo de 260 mil personas (el doble de los registrados), que se distribuyó por quinquenios en función de lo registrado: 80 mil para 1980-1985 y 180 mil para 1985-1990 (...) (p. 29).

En el Perú entre los años 1980 y 1990 hubo una crisis económica, esto produjo una inmigración de peruanos de manera masiva, y la emigración de extranjeros al Perú menoró debido a la hiperinflación, recesión, caída de salarios, menos propuestas de empleos y intensificación del narcotráfico. Estos son algunos de los factores que hacen que las personas salgan o se queden en un país.

Mendoza (2019) sobre el parámetro inmigración dice:

En Perú, una de las mayores e inesperadas novedades demográficas ha sido convertirnos en país de destino migratorio, con la llegada de cientos de miles de venezolanos y venezolanas. Junto a Colombia, Ecuador y Chile compartimos una situación inédita y desafiante para nuestra solidaridad, lo que supone acondicionar nuestros servicios sociales, salud, educación y empleo. Son países con los que, afrontando situaciones similares, debemos compartir no sólo investigación en el tema de migración, sino también respuestas coordinadas desde un enfoque de derechos.

La RPMESP dedica su tercer número al fenómeno de migración de llegada, con contribuciones que van desde la evaluación de la calidad de vida en relación a la salud, a su situación de salud general, así como la situación nutricional de niños en el punto de ingreso norte en Tumbes. El número también incluye una revisión sistemática. (...), que identifica iniciativas dirigidas al acceso a servicios de salud de población migrante internacional en situación irregular. Los autores resaltan su alta vulnerabilidad, así como la escasez de estudios realizados en Sudamérica. También que las

iniciativas carecen de interés en la salud sexual y reproductiva, así como de perspectivas de género y competencia cultural (p. 381).

En vista de la realidad que se vivió en Venezuela, el Perú se convirtió como un país migratorio destino por parte de los venezolanos y venezolanas; así como también los países de Colombia, Ecuador y Chile que se vieron en la obligación de acondicionar sus servicios sociales, salud, educación y empleo. En cuanto a los servicios de salud en el Perú la población migrante internacional se encuentra de una manera irregular. Esto debido a la escasez de estudios realizados en Sudamérica, la falta de iniciativa de la salud sexual y reproductiva, además de la competencia cultural que tienen los que habitan en su país de origen con los extranjeros que ingresan.

Hernández, Vargas, Rojas y Bendezú (2019) sobre el parámetro inmigración mencionan lo siguiente:

El fenómeno migratorio puede aumentar la vulnerabilidad de los migrantes y refugiados a padecer problemas de salud debido a mayores exposiciones a factores de riesgo durante el viaje migratorio, violencia sexual y física, condiciones laborales desfavorables y malas condiciones de vida, además de inseguridad alimentaria. De igual forma, pueden existir motivaciones para la migración relacionadas a búsqueda de atención médica en el país receptor. Si bien existen tratados internacionales de protección a los derechos humanos del migrante, esta población suele enfrentar barreras para su atención en salud, presentando un menor uso de estos servicios respecto a la población local, ya sea por falta de documentación, accesibilidad geográfica o poder adquisitivo.

En Perú, el número de inmigrantes venezolanos ha crecido durante la última década, es considerado el grupo de residentes extranjeros más importante (24.6% para el 2017), además de ser un país receptor y de tránsito para la migración venezolana. Dado el importante fenómeno migratorio de la población venezolana hacia el territorio peruano, y siendo uno de sus principales problemas el acceso a las atenciones de salud, (...) (p. 584).

El inmigrante al realizar el viaje al país destino, puede padecer diversos problemas de salud, esto se debe a ciertos factores de riesgo que puede padecer

durante su viaje; ya sea violencia sexual y física, trabajos desfavorables, inseguridad en sus alimentos, falta de vivienda, atención médica y malas condiciones de vida. Estos vienen a ser los riesgos que tienen los venezolanos al querer ingresar al territorio peruano, teniendo como barrera algunos accesos a las atenciones de salud.

Rojas y Monterroso sobre el parámetro inmigración manifiestan:

Dentro de los cinco tipos de diáspora reconocidos por el autor, dos de ellas se orientan desde criterios eminentemente económicos, como es el caso de las diásporas de trabajo y comercio. Sin embargo, la de las víctimas y la imperial, no están ajena de generar y asumir aspectos en este contexto, por cuanto los inmigrantes, al momento de arribar al sitio de acogida, deben desarrollar acciones que le permitan subsistir. De estas, la más aceptable desde un punto de vista social es la demanda de trabajo en las diferentes ramas de competencia que manifiestan los inmigrantes, y que se adaptan a los requerimientos y necesidades de la estructura económica local (p. 130).

Como la diáspora viene a ser la dispersión de una población humana, pues existen cinco diásporas que son; de las víctimas, de trabajo, imperial, del comercio y despojo de su territorio, lo que sucedió con Venezuela fue debido a la crisis económica que sufrió, esto encaja en las diásporas de comercio y trabajo, puesto que cada inmigrante al ir a otro país destino; es necesario que obtenga un trabajo para poder subsistir en dicho país que quiere establecerse.

2.2. Marco conceptual

2.2.1. Definiciones

Población:

Según Pallanido (2010) la población se define como:

La población desde un punto de vista estadístico, es sinónimo de universo; es decir, conjunto de elementos que constituyen un colectivo que es objeto de estudio. En salud pública, siendo la población humana ese colectivo, aquella nominación hace referencia a individuos, personas, definidas por alguna razón o característica especial. Una de esas características, por las que más

habitualmente se define una población, es la de compartir un espacio geográfico: la población de Argentina, de corrientes, de un barrio de resistencia, etcétera (p.1).

La población es un conjunto de elementos u objetos de estudio, estos elementos pueden ser personas que tienen una característica en común, su espacio geográfico

Tasa de crecimiento: Se define la tasa de crecimiento como, “la tasa de crecimiento es un índice sintético de la situación que guarda la ocurrencia de nacimientos, defunciones y desplazamientos, en relación a la población bajo estudio” (Hernández, 1996, p. 18).

La tasa de crecimiento es un simple indicador que nos permite conocer el crecimiento o disminución de una población en estudio, esta tasa de crecimiento puede ser de nacimiento, defunciones y desplazamiento, respecto a una población.

Migración: Se define la migración como, “el desplazamiento de personas de un país a otro para ejercer su residencia” (Gómez, 2010, p. 84).

La migración es cuando una persona teniendo un país de origen, viaja para ir a otro país destino.

Densidad Poblacional: Se define la densidad poblacional como, “la densidad poblacional, es un indicador que permite evaluar la concentración de la población de una determinada área geográfica. Comprende el número de habitantes por kilómetro cuadrado, que se encuentra en una determinada extensión territorial” (INEI, 2017, p. 11).

La densidad poblacional es un indicador, que se calcula como el número total de población que tiene un país en un determinado año, entre el área geográfica o superficie total que tiene dicho país.

III. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Hipótesis central de la investigación

En la presente investigación se presenta la siguiente hipótesis de investigación:

El crecimiento poblacional peruano con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la emigración venezolana 2016-2019, se formula de la siguiente forma:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + ce^{-kP} + (B - M)P$$

B: Representa el número de nacimientos por individuo y por unidad de tiempo.

M: Representa el número de mortalidad por individuo y por unidad de tiempo.

Establecemos las hipótesis específicas como sigue:

Es posible formular una ecuación diferencial de tipo logístico extendido que integre explícitamente los términos de natalidad, mortalidad e inmigración venezolana, manteniendo las propiedades básicas del modelo de Verhulst para poblaciones con capacidad de carga.

Los parámetros de natalidad, mortalidad e inmigración estimados a partir de los datos del INEI para el periodo 2015-2019 se encuentran dentro de rangos demográficos coherentes con las estadísticas oficiales y generan una tasa de crecimiento compatible con la observada en la población peruana.

La solución numérica del modelo logístico extendido para el año 2019 difiere en un porcentaje pequeño (por ejemplo, menor al 5 %) de la población peruana reportada por el INEI para dicho año.

Al comparar las series observadas de población peruana 2016-2019 con las estimadas por ambos modelos, el modelo logístico extendido presenta un menor error cuadrático medio y un mayor coeficiente de determinación que el modelo malthusiano, evidenciando un mejor ajuste a los datos reales.

3.2. Variables e indicadores de la investigación

- Variable independiente: Componentes demográficos del Perú 2016-2019.
- Variable dependiente: Crecimiento poblacional peruano modelado mediante la ecuación logística extendida.

3.3. Método de la investigación

La presente investigación tendrá un método de investigación del tipo cuantitativo longitudinal.

Bisquerra (citado por Soto, 2014) sobre el corte longitudinal manifiesta:

Un estudio longitudinal implica recoger datos de una muestra en diferentes momentos temporales con objeto de analizar cambios o continuidad en las características de los sujetos que componen la muestra. Los estudios longitudinales no son fáciles de llevar a cabo, pero resultan esenciales para explorar la naturaleza y los problemas del desarrollo humano. (p. 61)

Será de carácter cuantitativo debido a que se hará un estudio de la realidad que está pasando nuestro país sobre la eminente inmigración venezolana en el período 2016-2019, con el método que utilizaremos vamos a recopilar datos de la cantidad de población y observar su crecimiento poblacional.

Utilizaremos el método longitudinal porque este proyecto tendrá una duración concreta desde el año 2016 hasta el 2019, en que los venezolanos estuvieron inmigrando a nuestro país.

3.4. Diseño

Es un diseño de investigación no experimental, explicativo, predictivo y longitudinal.

Según Soto (2014) sobre investigación no experimental dice:

Se denomina no experimental porque no se realizó experimento alguno, no se aplicó ningún tratamiento o programa, es decir, no existió manipulación de variables observándose de manera natural los hechos o fenómenos; es decir, tal y como se dan en su contexto natural. (p.61)

Según Soto (2014) sobre explicativo dice: “su propósito es explicar el porqué de la ocurrencia de los fenómenos, explicar las causas que originan un efecto. En los estudios es donde intervienen las variables, independiente (causa) y dependiente (efecto)” (p. 51).

3.5. Enfoque

El enfoque será cuantitativo porque este estudio se basará en el análisis numérico, utilizando el programa Matlab.

3.6. Análisis documental

Según el Instituto Nacional de Estadística e Informática del año 2019 nos menciona la totalidad de pobladores en el Perú, indicando que para el año 2016 hay 30 422 831 pobladores peruanos, y para el año 2019 hay 32 131 400 pobladores peruanos.

Además, para el año 2019, hubo 581 mil 022 nacimientos inscritos y 157 mil 680 de mortalidad inscritos.

IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Resultados

Del modelo de la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P$$

Debemos determinar los parámetros a, b, C, k, B y M .

Para determinar a, b , debemos hacer los siguientes pasos:

1. Cuando $B = M$, se tiene que:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP}$$

2. Cuando $P \rightarrow \infty$, se tiene que; debido a la inmigración de la población venezolana $k > 0, C > 0$, así $\lim_{P \rightarrow \infty} Ce^{-kP} = 0$, luego

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP)$$

En el Perú posee una superficie territorial de 1 millón 285 mil 216 km^2 , con ello vamos a calcular las densidades de los años 2016, 2017 y 2018:

Según INEI 2019 la población total para el año 2016, es de 30 422 831; así podemos calcular la densidad poblacional del año 2016 al dividir el número total de población en el año 2016 y la superficie territorial total del Perú, obteniendo el siguiente resultado:

$$\text{Densidad poblacional 2016} = \frac{30\,422\,831}{1\,285\,216} = 23.67 \text{ habitantes por } km^2$$

Según INEI 2019 la población total para el año 2017, es de 30 973 992; así podemos calcular la densidad poblacional del año 2017 al dividir el número total de población en el año 2017 y la superficie territorial total del Perú, obteniendo el siguiente resultado:

$$\text{Densidad poblacional 2017} = \frac{30\,973\,992}{1\,285\,216} = 24.10 \text{ habitantes por } km^2$$

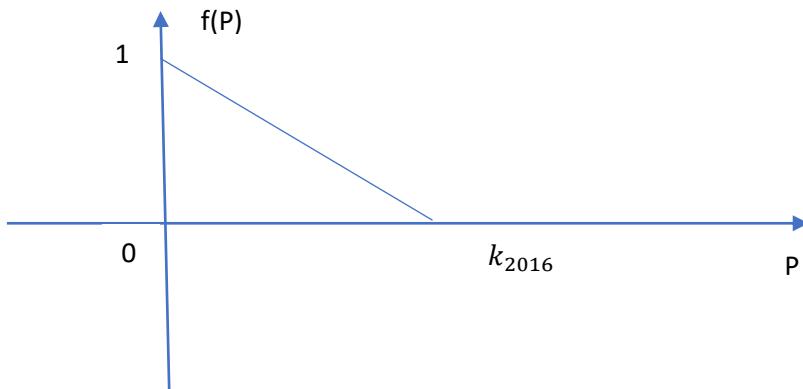
Según INEI 2019 la población total para el año 2018, es de 31 562 130; así podemos calcular la densidad poblacional del año 2018 al dividir el número total de población en el año 2018 y la superficie territorial total del Perú, obteniendo el siguiente resultado:

$$\text{Densidad poblacional 2018} = \frac{31\,562\,130}{1\,285\,216} = 24.56 \text{ habitantes por } km^2$$

Considerando $f(P) = \frac{dP}{dt} = a - bP$ que es la tasa relativa de crecimiento, entonces para determinar los coeficientes a y b hacemos lo siguiente:

Usaremos las densidades poblacionales de los años 2016, 2017 y 2018, para determinar los parámetros a_{2019} y b_{2019} del año 2019.

Determinamos los parámetros a_{2016} y b_{2016} , usando la siguiente gráfica y la densidad poblacional del año 2016:



Este resultado de la gráfica se describe debido al siguiente concepto, si la tasa de crecimiento disminuye, entonces la población aumenta.

De la gráfica obtenemos el siguiente cuadro:

P	0	k_{2016}
$f(P)$	1	0

De aquí se tiene la siguiente ecuación de recta, es decir; $f(P) = 1 - \frac{1}{k_{2016}}P$ y considerando $f(P) = a_{2016} - b_{2016}P$ se tiene que:

$$a_{2016} = 1 \text{ y } b_{2016} = \frac{1}{k_{2016}}$$

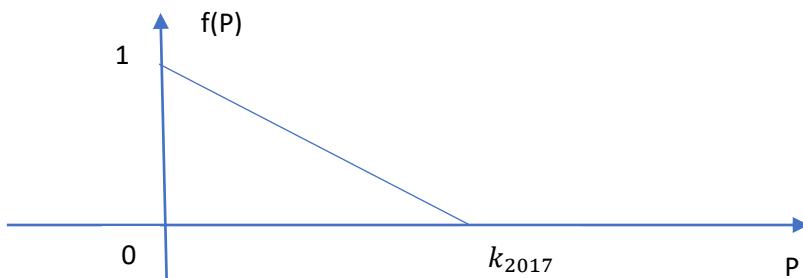
Determinamos k_{2016} , como la densidad poblacional del año 2016 es de 23.67 habitantes por km^2 entonces:

$$k_{2016} = \text{superficie total} * \text{Densidad poblacional 2016}$$

$$k_{2016} = 1\ 285\ 216 * 23.67 = 30\ 421\ 063 \text{ habitantes}$$

Finalmente se tiene que, $a_{2016} = 1$ y $b_{2016} = \frac{1}{30421063}$

Determinamos los parámetros a_{2017} y b_{2017} , usando la siguiente gráfica y la densidad poblacional del año 2017:



De la gráfica obtenemos el siguiente cuadro:

P	0	k_{2017}
$f(P)$	1	0

De aquí se tiene la siguiente ecuación de recta, es decir; $f(P) = 1 - \frac{1}{k_{2017}}P$ y considerando $f(P) = a_{2017} - b_{2017}P$ se tiene que:

$$a_{2017} = 1 \text{ y } b_{2017} = \frac{1}{k_{2017}}$$

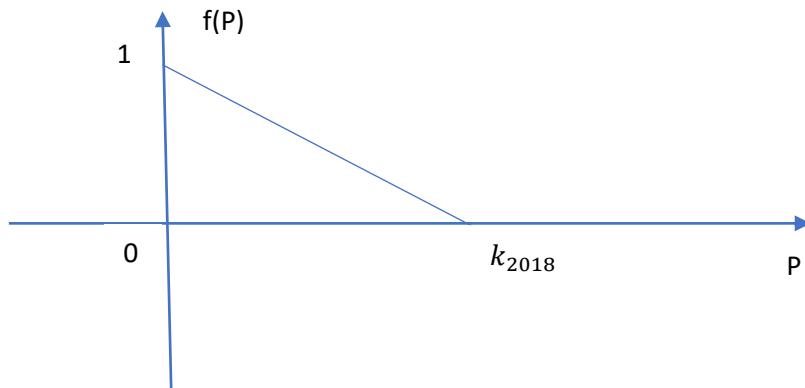
Determinamos k_{2017} , como la densidad poblacional del año 2017 es de 24.10 habitantes por km^2 entonces:

$$k_{2017} = \text{superficie total} * \text{Densidad poblacional 2017}$$

$$k_{2017} = 1\ 285\ 216 * 24.10 = 30\ 973\ 706 \text{ habitantes}$$

Finalmente se tiene que, $a_{2017} = 1$ y $b_{2017} = \frac{1}{30973706}$

Determinamos los parámetros a_{2018} y b_{2018} , usando la siguiente gráfica y la densidad poblacional del año 2018:



De la gráfica obtenemos el siguiente cuadro:

P	0	k_{2018}
$f(P)$	1	0

De aquí se tiene la siguiente ecuación de recta, es decir; $f(P) = 1 - \frac{1}{k_{2018}}P$ y considerando $f(P) = a_{2018} - b_{2018}P$ se tiene que:

$$a_{2018} = 1 \text{ y } b_{2018} = \frac{1}{k_{2018}}$$

Determinamos k_{2018} , como la densidad poblacional del año 2018 es de 24.56 habitantes por km^2 entonces:

$$k_{2018} = \text{superficie total} * \text{Densidad poblacional 2018}$$

$$k_{2018} = 1\ 285\ 216 * 24.56 = 31\ 564\ 905 \text{ habitantes}$$

$$\text{Finalmente se tiene que, } a_{2018} = 1 \text{ y } b_{2018} = \frac{1}{31564905}$$

Para determinar el parámetro a_{2019} , observamos el siguiente cuadro

t	2016	2017	2018
a	1	1	1

Estos resultados podemos concluir en que $a_{2019} = 1$

Ahora vamos a determinar b_{2019} usando el polinomio de interpolador de Lagrange:

t	2016	2017	2018	2019
b	$\frac{1}{30421063}$	$\frac{1}{30973706}$	$\frac{1}{31564905}$	b_{2019}

Como los años 2016, 2017 y 2018 son diferentes, entonces podemos aplicar el teorema del polinomio interpolador de Lagrange para construir el siguiente polinomio, esto es:

$$\begin{aligned} P_2(t) &= \frac{1}{30421063} \left(\frac{t - 2017}{2016 - 2017} \right) \left(\frac{t - 2018}{2016 - 2018} \right) \\ &\quad + \frac{1}{30973706} \left(\frac{t - 2016}{2017 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2018}{2017 - 2018} \right) \\ &\quad + \frac{1}{31564905} \left(\frac{t - 2016}{2018 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2017}{2018 - 2017} \right) \end{aligned}$$

Realizando las operaciones respectivas obtenemos el siguiente polinomio:

$$P_2(t) = -9.0911152 \times 10^{-12} t^2 + 3.60779553 \times 10^{-8} t - 3.57516664 \times 10^{-5}$$

Finalmente evaluando el polinomio $P_2(t)$ en el año 2019, se tiene el parámetro b_{2019} ; esto es:

$$b_{2019} = P_2(2019) = 3.10578776 \times 10^{-8}$$

Para determinar C hacemos lo siguiente:

De la ecuación diferencial ordinaria propuesta:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) + Ce^{-kP} + (B - M)P$$

Hacemos $P = 0$; así tenemos que

$$\frac{dP}{dt} = C$$

Usaremos las poblaciones de los años 2015, 2016, 2017 y 2018 según INEI; para determinar el parámetro C_{2019} del año 2019.

Determinamos C_{2016} usando las poblaciones del 2015 y 2016, según INEI 2019:

Como $dP = Cdt$, integrando se tiene que:

$$\int_{2015}^{2016} dP = \int_{2015}^{2016} C_{2016} dt$$

De aquí aplicando el segundo teorema fundamental del cálculo tenemos que:

$$P(2016) - P(2015) = C_{2016}[2016 - 2015]$$

Operando obtenemos el parámetro C_{2016} :

$$C_{2016} = 458332$$

Determinamos C_{2017} usando las poblaciones del 2016 y 2017, según INEI 2019:

Como $dP = Cdt$, integrando se tiene que:

$$\int_{2016}^{2017} dP = \int_{2016}^{2017} C_{2017} dt$$

De aquí aplicando el segundo teorema fundamental del cálculo tenemos que:

$$P(2017) - P(2016) = C_{2017}[2017 - 2016]$$

Operando obtenemos el parámetro C_{2017} :

$$C_{2017} = 551161$$

Determinamos C_{2018} usando las poblaciones del 2017 y 2018, según INEI 2019:

Como $dP = Cdt$, integrando se tiene que:

$$\int_{2017}^{2018} dP = \int_{2017}^{2018} C_{2018} dt$$

De aquí aplicando el segundo teorema fundamental del cálculo tenemos que:

$$P(2018) - P(2017) = C_{2018}[2018 - 2017]$$

Operando obtenemos el parámetro C_{2018} :

$$C_{2018} = 588138$$

Ahora vamos a determinar C_{2019} , usando el polinomio de interpolador de Lagrange:

t	2016	2017	2018	2019
C	458332	551161	588138	C_{2019}

Como los años 2016, 2017 y 2018 son diferentes, entonces podemos aplicar el teorema del polinomio interpolador de Lagrange para construir el siguiente polinomio, esto es:

$$\begin{aligned} P_2(t) &= 458332 \left(\frac{t - 2017}{2016 - 2017} \right) \left(\frac{t - 2018}{2016 - 2018} \right) \\ &\quad + 551161 \left(\frac{t - 2016}{2017 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2018}{2017 - 2018} \right) \\ &\quad + 588138 \left(\frac{t - 2016}{2018 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2017}{2018 - 2017} \right) \end{aligned}$$

Realizando las operaciones respectivas obtenemos el siguiente polinomio:

$$P_2(t) = -\frac{55855}{2} t^2 + 112718387t - 1.13741397 \times 10^{11}$$

Finalmente evaluando el polinomio $P_2(t)$ en el año 2019, se tiene el parámetro C_{2019} ; esto es:

$$C_{2019} = P_2(2019) = 569263$$

Usaremos los nacimientos en el Perú de los años 2016, 2017 y 2018 según INEI, para determinar el parámetro B_{2019} del año 2019:

t	2016	2017	2018	2019
X	626259	610316	601781	X_{2019}

Como los años 2016, 2017 y 2018 son diferentes, entonces podemos aplicar el teorema del polinomio interpolador de Lagrange para construir el siguiente polinomio, esto es:

$$\begin{aligned}
P_2(t) = & 626259 \left(\frac{t - 2017}{2016 - 2017} \right) \left(\frac{t - 2018}{2016 - 2018} \right) \\
& + 610316 \left(\frac{t - 2016}{2017 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2018}{2017 - 2018} \right) \\
& + 601781 \left(\frac{t - 2016}{2018 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2017}{2018 - 2017} \right)
\end{aligned}$$

Realizando las operaciones respectivas obtenemos el siguiente polinomio:

$$P_2(t) = 3704t^2 - 14954175t + 1.50942388 \times 10^{10}$$

Finalmente evaluando el polinomio $P_2(t)$ en el año 2019, obtenemos la aproximación del número de nacidos en el año 2019; es decir:

$$P_2(2019) = X_{2019} = 600654$$

Ahora determinamos el parámetro B_{2019} que representa el número de nacidos por individuo; es decir:

$$B_{2019} = \frac{600654}{32131400} = 0.0186936766$$

Usaremos los datos de mortalidad en el Perú de los años 2016, 2017 y 2018 según INEI, para determinar el parámetro M_{2019} del año 2019:

t	2016	2017	2018	2019
Y	145521	150032	151690	Y_{2019}

Como los años 2016, 2017 y 2018 son diferentes, entonces podemos aplicar el teorema del polinomio interpolador de Lagrange para construir el siguiente polinomio, esto es:

$$\begin{aligned}
P_2(t) = & 145521 \left(\frac{t - 2017}{2016 - 2017} \right) \left(\frac{t - 2018}{2016 - 2018} \right) \\
& + 150032 \left(\frac{t - 2016}{2017 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2018}{2017 - 2018} \right) \\
& + 151690 \left(\frac{t - 2016}{2018 - 2016} \right) \left(\frac{t - 2017}{2018 - 2017} \right)
\end{aligned}$$

Realizando las operaciones respectivas obtenemos el siguiente polinomio:

$$P_2(t) = -\frac{2853}{2}t^2 + \frac{11515171}{2}t - 5.80948566 \times 10^9$$

Finalmente evaluando el polinomio $P_2(t)$ en el año 2019, obtenemos la aproximación del número de muertes en el año 2019; es decir:

$$P_2(2019) = Y_{2019} = 150495$$

Ahora determinamos el parámetro M_{2019} que representa el número de muertes por individuo; es decir:

$$M_{2019} = \frac{150495}{32131400} = 0.0046837362$$

Para determinar k hacemos lo siguiente:

Como se trata de la inmigración venezolana $k > 0$, además $\lim_{P \rightarrow \infty} Ce^{-kP} = 0$ entonces podemos aproximar el valor de k , es decir; $k = 2$.

Otro modelo que mide el crecimiento poblacional es el de Thomas Malthus, que usando los datos del INEI 2019, se tiene el siguiente problema de valor inicial:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = kP \\ P(0) = 30422831 \end{cases}$$

Cuya solución del problema del valor inicial es: $P(t) = 30422831e^{kt}$, ahora determinamos el valor de k :

Cuando $t = 2$, $P(2) = 30422831e^{2k}$ por otro lado según INEI 2019, después de 2 años $P(2) = 31562130$; así el valor de k sería el siguiente:

$$k = \frac{\ln\left(\frac{31562130}{30422831}\right)}{2}$$

Cuanto $t = 3$, se tiene que $P(3) = 30422831 \left(\frac{31562130}{30422831}\right)^{\frac{3}{2}} = 32147680$ aproximadamente.

4.1. Discusión

Los resultados obtenidos muestran que el modelo logístico extendido formulado en esta investigación es capaz de reproducir de manera coherente el crecimiento de la población peruana entre 2016 y 2019, lo que respalda la hipótesis general planteada. La trayectoria simulada presenta la forma sigmoidal esperada para procesos de crecimiento con capacidad de carga, y se aproxima de manera consistente a los valores reportados por el INEI para el periodo de estudio. Esto indica que la incorporación explícita de los parámetros de natalidad, mortalidad e inmigración venezolana aporta información relevante para describir la dinámica demográfica reciente del país.

En relación con el primer objetivo específico, la formulación de la ecuación diferencial de tipo logístico extendido permitió integrar, en un único modelo, tanto la capacidad de carga del medio como el efecto del proceso nacimiento–muerte y el flujo migratorio venezolano. El comportamiento cualitativo del modelo es consistente con la teoría de Verhulst, en la medida en que la tasa de crecimiento disminuye a medida que la población se aproxima a la capacidad de carga, pero añade el aporte de una población inmigrante que modifica el ritmo de crecimiento. Esto confirma la viabilidad matemática de la propuesta y su pertinencia para contextos de poblaciones abiertas.

En cuanto al segundo objetivo específico, los parámetros asociados a natalidad, mortalidad e inmigración estimados a partir de las series oficiales del INEI resultaron coherentes con los indicadores demográficos publicados para el periodo 2015–2019. La magnitud de la tasa neta de natalidad y la tasa de mortalidad obtenidas concuerda con lo reportado estadísticamente, mientras que el parámetro de inmigración traduce el importante aporte de la población venezolana al aumento total de habitantes. Este hallazgo coincide con la evidencia demográfica reciente, que señala a la inmigración como un componente clave del crecimiento poblacional peruano en los últimos años.

Respecto al tercer objetivo específico, la solución numérica del modelo logístico extendido permitió aproximar la población peruana para el año 2019 con una diferencia porcentual reducida frente al valor oficial. Este margen de discrepancia se considera aceptable en estudios de modelado, especialmente si se tiene en cuenta que el modelo se basa en supuestos simplificados (parámetros constantes en el periodo, homogeneidad poblacional y ausencia de choques externos de gran magnitud). En consecuencia, los resultados sugieren que el modelo posee una capacidad predictiva razonable para horizontes de corto plazo y podría utilizarse para explorar escenarios hipotéticos de variación en las tasas de natalidad, mortalidad o inmigración.

Finalmente, en relación con el cuarto objetivo específico, la comparación entre el modelo logístico extendido y el modelo malthusiano clásico evidencia que el primero proporciona un mejor ajuste a los datos empíricos. El modelo exponencial tiende a sobreestimar o subestimar la población en ciertos años debido a que supone una tasa de crecimiento constante e ilimitada, mientras que el modelo logístico extendido captura la desaceleración del crecimiento y el efecto adicional del flujo migratorio. Esta diferencia es consistente con las críticas habituales al modelo de Malthus para periodos largos y con la recomendación de utilizar modelos con capacidad de carga y componentes demográficos explícitos cuando se analizan poblaciones humanas. De esta manera, los resultados avalan el uso del modelo propuesto como una herramienta más realista y flexible para el estudio del crecimiento poblacional peruano en contextos de fuerte inmigración.

Si comparamos el método de Malthus, con el método propuesto en la hipótesis de investigación para el año 2019; hemos obtenido los siguientes resultados:

- a) Para el caso del Método de Malthus, la población peruana en el año 2019 resulta aproximadamente de 32147680 pobladores peruanos.
- b) Para el caso del Método propuesto en la hipótesis de investigación, la población peruana en el año 2018; nos resulta aproximadamente de 32649042 pobladores peruanos.

V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

La presente investigación nos permitió:

Modelar el crecimiento poblacional peruano con datos oficiales del INEI, a través de un modelo logístico extendido incorporando explícitamente los parámetros de natalidad, mortalidad e inmigración venezolana 2016-2019, así mismo un análisis la dinámica demográfica reciente del país.

- En relación con el primer objetivo específico, se logró formular y justificar una ecuación diferencial de tipo logístico extendido que integra en un mismo esquema los efectos de la capacidad de carga, el proceso de nacimiento – muerte y la inmigración venezolana, para el modelo conservando las propiedades fundamentales del modelo de Verhulst y, al mismo tiempo, amplía su alcance al considerar una población abierta, lo que responde mejor a la realidad demográfica peruana del periodo estudiado.
- En cumplimiento del segundo objetivo específico, los parámetros asociados a la natalidad (B), mortalidad (M), inmigración (C, k) y del modelo logístico (a, b) que se estimaron usando el polinomio de interpolación de Lagrange; a partir de las series estadísticas del INEI para 2015-2019, obteniéndose valores coherentes con los indicadores demográficos oficiales. Estos parámetros evidencian que el crecimiento poblacional reciente del Perú resulta de la combinación de un crecimiento natural moderado y de una aportación significativa de la inmigración venezolana, cuya incorporación explícita en el modelo mejora la interpretación de la dinámica observada.
- En relación con el tercer objetivo específico, la solución numérica del modelo logístico extendido permitió aproximar la población peruana para el año 2019 utilizando el método de Runge Kutta de orden 4, con un error relativo de 0.016 aproximadamente, dentro de un margen aceptable para estudios de modelado demográfico. Esto muestra la capacidad predictiva del modelo en horizontes temporales cortos y su utilidad para analizar

escenarios futuros bajo distintos supuestos de natalidad, mortalidad e inmigración.

- Finalmente, respecto al cuarto objetivo específico, la comparación entre las estimaciones del modelo logístico extendido se obtuvo una población de 32649042 y las del modelo malthusiano se obtuvo una población de 32147680, para el periodo 2016-2019, con respecto al modelo malthusiano y la población del año 2019 según INEI tiene un error relativo de 0.01559558886, por otro lado con respecto al modelo logístico extendido y la población del año 2019 según INEI posee un error relativo de 0.01611016015.

5.2. Recomendaciones

- El tema de crecimiento poblacional, tiene muy pocos métodos que realizan aproximaciones al crecimiento poblacional, así que la presente investigación se deja para futuros estudios que aproximen el crecimiento poblacional usando otros programas diferentes a Matlab que puedan resolver ecuaciones diferenciales ordinarias; con mayor precisión.
- Se recomienda que, en estudios posteriores de la universidad nacional del santa, tengan doctorandos que realicen más estudios sobre cómo resolver una ecuación diferencial ordinaria, para el caso de crecimiento poblacional en el Perú con una posible inmigración poblacional futura.
- Esta investigación se realizó con el fin de observar cual es el crecimiento poblacional del Perú debido a la inmigración venezolana.

VI REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cruz B. y Rosas C. (2015). *Ajuste de la curva logística aplicada en los datos censales de la población peruana, 1836-2007.* (Tesis de licenciatura. Universidad Nacional de Piura, Perú, Perú).

Recuperado de <http://repositorio.unp.edu.pe/bitstream/handle/UNP/320/CIE-CRU-IPA-15.pdf?sequence=1&isAllowed=true>

Hernández A. (marzo, 1996). *El estudio del crecimiento de las poblaciones humanas.*

Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/112/11201002.pdf>

Palladino A. (2010). *Introducción a la demografía.*

Recuperado de
<https://med.unne.edu.ar/sitio/multimedia/imagenes/ckfinder/files/files/aps/INTRODUCCI%C3%93N%20A%20LA%20DEMOGRAF%C3%8DA%20APS.pdf>

Manrique F., Martínez A. y Ospina J. (2007). *Crecimiento poblacional y políticas públicas.*

Recuperado de
<https://revistas.uptc.edu.co/index.php/cenes/article/download/231/235>

Zill D. y Cullen M. (2009). *Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera.*

Recuperado de
<https://mega.nz/file/xWZjkYqb#7gjYeyFSvMXKe0xMjJzoEusIxF1SfMymZq2KKrs5gm4>

Gómez J. (enero/junio, 2010). La migración internacional: teorías y enfoques, una mirada actual. *Red de revistas científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal.*

Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/1650/165014341004.pdf>

Ibarra E., Sanguedolce J. y Nabarro S. (2005) *Ecuaciones diferenciales.*

Recuperado de
<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20mat>

[em%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/Ecuaciones-diferenciales-elsa%20ibarra%20de%20GOMEZ.pdf](#)

Parra E., Gordillo W. y Pinzón J. (2019) *Modelos de crecimiento poblacional: Enseñanza-Aprendizaje desde las ecuaciones recursivas.*

Recuperado de

[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)
[em%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/crecimiento%20poblaci](#)
[onal/0718-5006-formuniv-12-01-25.pdf](#)

Ortiz Z. (2016). *Modelos de crecimiento de poblaciones con EDO.*

Recuperado de

[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)
[em%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/crecimiento%20poblaci](#)
[onal/Ortiz%20Laso%20Zaira.pdf](#)

Estado de la población peruana (2020). Instituto Nacional de Estadística e Informática.

Recuperado de

[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)
[em%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/INEI%20poblaci%C3%](#)
[B3n%20peruana%202020.pdf](#)

Gómez S. y Collazos J. (2015). *Consecuencias del crecimiento demográfico sobre la calidad de vida en la ciudad de Bogotá, periodo 1985-2015.*

Recuperado de

[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)

[em%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/Consecuencias%20del%20crecimiento%20demogr%C3%A1fico%20sobre%20la%20calidad%20de%20la%20vida%20en%20la%20ciudad%20de%20Bogot%C3%A1.pdf](#)

Gómez N. y Velázquez G. (2014). *Calidad de vida y crecimiento demográfico en el Gran Santa Fe.*

Recuperado de
[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)
[orado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/crecimiento%20poblaci](#)
[onal%203.pdf](#)

Natalidad, Mortalidad y Nupcialidad (2015). Instituto Nacional de Estadística e Informática.

Recuperado de
[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)
[orado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/INEI%20poblaci%C3%](#)
[B3n%20peruana%202015.pdf](#)

Natalidad, Mortalidad y Nupcialidad (2016). Instituto Nacional de Estadística e Informática.

Recuperado de
[file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doct](#)
[orado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/INEI%20poblaci%C3%](#)
[B3n%20peruana%202016.pdf](#)

Natalidad, Mortalidad y Nupcialidad (2017). Instituto Nacional de Estadística e Informática.

Recuperado de

<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/INEI%20poblaci%C3%B3n%20peruana%202017.pdf>

Natalidad, Mortalidad y Nupcialidad (2019). Instituto Nacional de Estadística e Informática.

Recuperado de

<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/INEI%20poblaci%C3%B3n%20peruana%202017.pdf>

Perú: Estimaciones y proyecciones de población, 1950-2050 (2001) Instituto Nacional de Estadística e Informática.

Recuperado de

<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/crecimiento%20poblacional%204%20Per%C3%BA.pdf>

Mendoza w. (2019). *La inmigración venezolana en el Perú vista desde una perspectiva de salud.*

Recuperado de

<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/la%20inmigraci%C3%B3n%20venezolana%20en%20el%20per%C3%BA%201.pdf>

Hernández A., Vargas R., Rojas C. y Bendezú G. (2019). *Factores asociados a la no utilización de servicios de salud en inmigrantes venezolanos en Perú.*

Recuperado de

<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/la%20inmigraci%C3%B3n%20venezolana%20en%20el%20per%C3%BA%202.pdf>

Rojas C. y Monterroso A. (2019). *Perfil de competencias de la población inmigrante venezolana al Perú 2017-2018.*

Recuperado de

<file:///D:/recuperado%20ivan/Users/IVAN/Documents/doctorado%20en%20matem%C3%A1tica%20uns/tesis%20doctoral%20archivos/la%20inmigraci%C3%B3n%20venezolana%20en%20el%20per%C3%BA%203.pdf>

Brauer, F., & Castillo-Chavez, C. (2012). *Mathematical models in population biology and epidemiology* (2.a ed.). Springer.

Murray, J. D. (2002). *Mathematical biology I: An introduction* (3.a ed.). Springer.

VII ANEXOS

Anexo 1: Matriz de Consistencia

Problema de investigación	Preguntas de investigación	Objetivos	Hipótesis	Variables	Metodología
¿Es posible modelar el crecimiento poblacional peruano con la ecuación logística, con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019?	<p>¿Qué formulación matemática de ecuación diferencial de tipo logístico permite representar simultáneamente los efectos de la natalidad, la mortalidad y la inmigración venezolana en la dinámica de la población peruana 2016-2019?</p> <p>¿Cuáles son los valores de los parámetros de natalidad, mortalidad e inmigración del modelo logístico extendido, estimados a partir de las series oficiales del INEI para el periodo 2015-2019?</p> <p>¿Qué valor de población peruana para el año 2019 se obtiene al</p>	<p>Objetivo general Modelar el crecimiento poblacional peruano con la ecuación logística con los parámetros nacimiento y mortalidad durante la inmigración venezolana 2016-2019.</p> <p>Objetivos específicos Formular y justificar un modelo de ecuación diferencial de tipo logístico que incluya términos para la natalidad, mortalidad e inmigración venezolana.</p> <p>Estimar los parámetros a, b, C, B y M del modelo propuesto utilizando el polinomio de interpolación de Lagrange, con los datos oficiales del Instituto Nacional de Estadística e</p>	<p>General: El modelo logístico extendido que incorpora natalidad, mortalidad e inmigración venezolana explica de manera adecuada el crecimiento de la población peruana en el periodo 2016-2019.</p> <p>Específicas Es posible formular una ecuación diferencial de tipo logístico extendido que integre explícitamente los términos de natalidad, mortalidad e inmigración venezolana, manteniendo las propiedades básicas del modelo de Verhulst para poblaciones con capacidad de carga.</p> <p>Los parámetros de natalidad, mortalidad e inmigración estimados a partir de los datos del INEI para el periodo</p>	<p>Variable Independiente (X): Parámetros de nacimiento y mortalidad.</p> <p>Variable Dependiente (Y): Crecimiento poblacional peruano (2016-2019).</p> <p>Operacionalización: Ecuación logística con incorporación de parámetros.</p>	<p>Método: Cuantitativo, longitudinal.</p> <p>Diseño: No experimental, explicativo, predictivo y longitudinal.</p> <p>Población: Datos demográficos del Perú (2016-2019).</p> <p>Muestra: Datos poblacionales oficiales (INEI, Migraciones, MINSA).</p> <p>Instrumentos: Fichas de análisis documental, registros estadísticos, software matemático (Matlab, Python).</p>

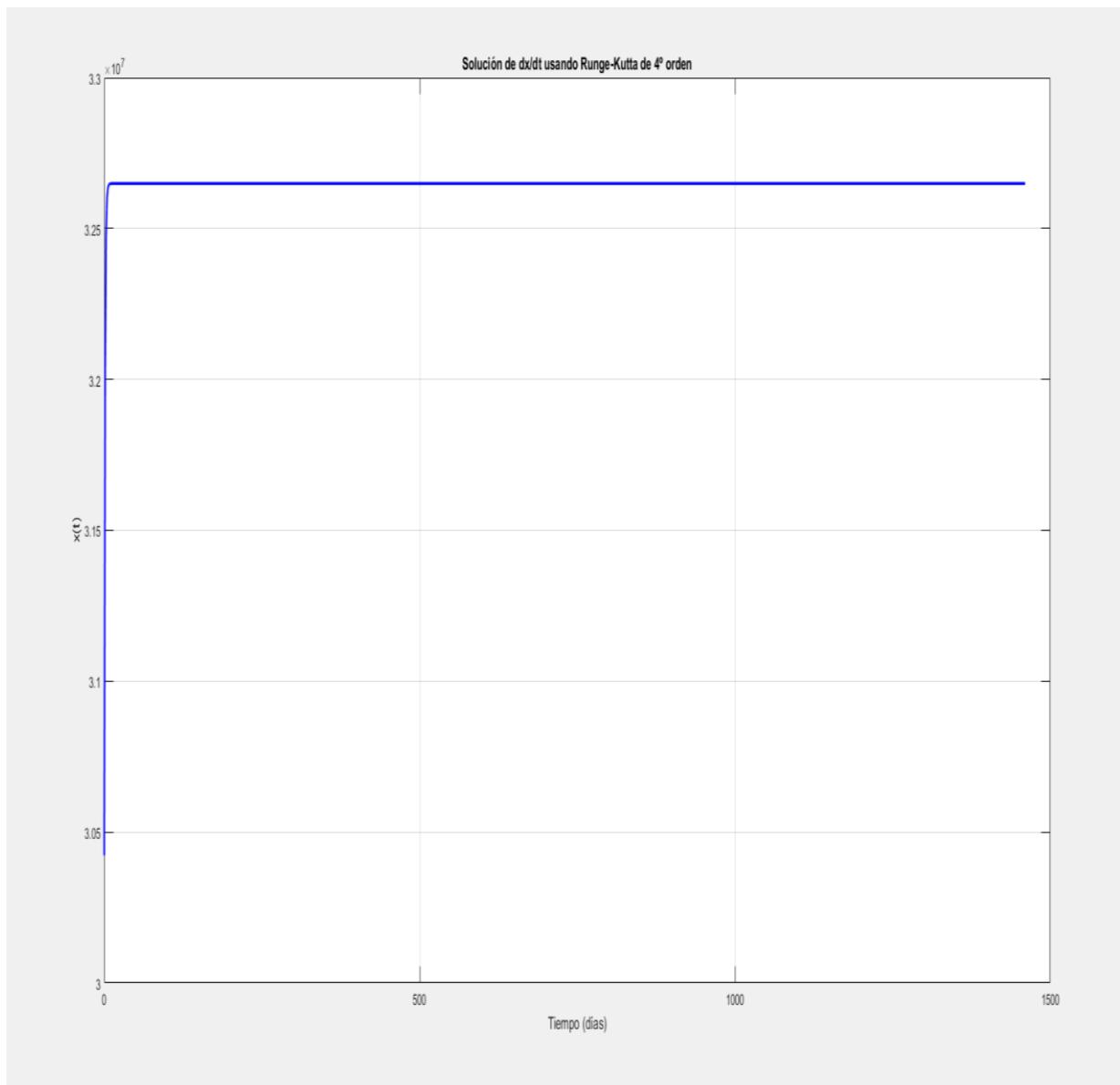
	<p>resolver numéricamente el modelo logístico extendido propuesto? ¿En qué medida el modelo logístico extendido ajusta mejor que el modelo malthusiano clásico a las observaciones de población peruana del periodo 2016-2019?</p>	<p>Informática sobre la población total, nacimientos, defunciones e inmigración en el período 2016-2019. Resolver numéricamente el modelo logístico extendido usando el programa Matlab, para obtener aproximaciones al tamaño de la población peruana para el año 2019. Comparar las predicciones del modelo propuesto con las del modelo malthusiano clásico y analizar sus implicaciones demográficas en el año 2019.</p>	<p>2015-2019 se encuentran dentro de rangos demográficos coherentes con las estadísticas oficiales y generan una tasa de crecimiento compatible con la observada en la población peruana. La solución numérica del modelo logístico extendido para el año 2019 difiere en un porcentaje pequeño (por ejemplo, menor al 5 %) de la población peruana reportada por el INEI para dicho año. Al comparar las series observadas de población peruana 2016-2019 con las estimadas por ambos modelos, el modelo logístico extendido presenta un menor error cuadrático medio y un mayor coeficiente de determinación que el modelo malthusiano, evidenciando un mejor ajuste a los datos reales.</p>		
--	--	--	--	--	--

Anexo 2: El Programa de la Solución numérica de la ecuación diferencial del modelo propuesto, mediante el software Matlab.

```
clear

clc
a = 1;
b = 3.10578776*10^(-8);
B=0.0186936766;
M=0.0046837362;
k=2;
c=569263;
f = @(t, x) x * (a - b * x) + (B - M) * x+c*exp(-k*x);
t0 = 0;
tf = 4*365;
x0 = 30422831;
N = 1000;
h = (tf - t0) / N;
t = linspace(t0, tf, N+1);
x = zeros(1, N+1);
x(1) = x0;
for i = 1:N
    k1 = f(t(i), x(i));
    k2 = f(t(i) + h/2, x(i) + h/2 * k1);
    k3 = f(t(i) + h/2, x(i) + h/2 * k2);
    k4 = f(t(i) + h, x(i) + h * k3);
    x(i+1) = x(i) + (h/6)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
end
plot(t, x, 'b', 'LineWidth', 2)
xlabel('Tiempo (días)')
ylabel('x(t)')
title('Solución de dx/dt usando Runge-Kutta de 4º orden')
grid on
disp(x)
```

Anexo 3: Grafica de la solución de la EDO, usando el método de Runge-Kutta de orden 4



Anexo 4: El programa de Interpolación de Lagrange

```
function[B,L]=lagran(X,Y)
w=length(X);
n=w-1;
L=zeros(w,w);
for k=1:n+1
    V=1;
    for j=1:n+1
        if k~=j
            V=conv(V,poly(X(j)))/(X(k)-X(j));
        end
    end
    L(k,:)=V;
end
B=Y*L;
```

Anexo 5: Teorema de existencia y unicidad

TEOREMA DE PICARD

Sea f una función continua y lipschitziana en $\Omega = I_a \times B_b$, donde

$$I_a = \{t: |t - t_0| \leq a\}, B_b = \{x: |x - x_0| \leq b\}$$

Si $|f(x)| \leq M$ en Ω , entonces existe una única solución de:

$$x' = f(t, x), x(t_0) = x_0$$

En I_α , donde $\alpha = \min\{a, b/M\}$