

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



UNS
UNIVERSIDAD
NACIONAL DEL SANTA

Programa educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el modelo cognitivo para desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er. grado de educación secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre” de Chimbote - 2019

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN; ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN Y FÍSICA

Autores:

Bach. Villanueva López, Roger Aristi
Bach. Flores Almendras, Lorenzo Alberto

Asesor:

Dr. Morales Marchena, Herón Juan

Nuevo Chimbote - Perú

2023

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN Y FÍSICA**



HOJA DE CONFORMIDAD DEL ASESOR

La presente tesis titulada: **PROGRAMA EDUCATIVO “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL 1ER. GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. 89009 “8 DE OCTUBRE” DE CHIMBOTE – 2019.** Ha contado con el asesoramiento del Dr. HERÓN MORALES MARCHENA designado mediante Resolución Decanatural N° 156-2019-UNS-DEFH, de fecha 31 de julio del 2019, quien deja constancia de su aprobación. Por tal motivo, firma el presente trabajo en calidad de Asesor.



Dr. Herón Juan Morales Marchena

DNI N° 32837715

Código ORCID: 0000-0002-5394-0958

Asesor

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN Y FÍSICA



HOJA DE CONFORMIDAD DEL JURADO EVALUADOR

La presente tesis titulada: **PROGRAMA EDUCATIVO “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL 1ER. GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. 89009 “8 DE OCTUBRE” DE CHIMBOTE - 2019.** Tiene la aprobación del jurado evaluador, designado mediante Resolución Decanatural N° 050-2023-UNS-CFEH, de fecha 20 de enero del 2023, quienes firma en señal de conformidad.

Dr. José Ángeles Gariza Cuzquipoma
DNI N° 17877622
Código ORCID: 0000-0001-5959-6441
Presidente

Dr. Herón Morales Marchena
DNI N° 32837715
Código ORCID: 0000-0002-5394-0958
Integrante

Ms. Teodoro Moore Flores
DNI N° 32763522
Código ORCID: 0000-0002-1755-3459
Integrante



ACTA DE CALIFICACIÓN DE LA SUSTENTACIÓN DE TESIS

Siendo las doce horas del mediodía del día veintitrés de febrero del dos mil veintitrés se instaló en el Aula de Multimedia, segundo piso, de la Facultad de Educación y Humanidades, el Jurado Evaluador, designado mediante Resolución Decanatural N° 086-2023-UNS-DFEH, integrado por los docentes:

- Dr. José Angeles Gariza Cuzquipoma (Presidente)*
 - Ms. Teodoro Moore Flores (Secretario)*
 - Dr. Herón Morales Marchena (Integrante); para dar inicio a la Sustentación y Evaluación del Informe de Tesis, titulado: : PROGRAMA EDUCATIVO “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL 1ER. GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. 89009 “8 DE OCTUBRE” DE CHIMBOTE – 2019; elaborada por el(os) Bachilleres en Educación Secundaria, Especialidad: Matemática, Computación y Física*
-
- ROGER ARISTI VILLANUEVA LÓPEZ, con código de matrícula N° 201333609.
 - LORENZO ALBERTO FLORES ALMENDRAS, con código de matrícula N° 201133601.

Asimismo, tienen como Asesor(a) al docente:

Dr. Herón Morales Marchena

Finalizada la sustentación, el(os) tesista(s) respondió(eron) las preguntas formuladas por los miembros del Jurado y el Público presente.

*El Jurado después de deliberar sobre aspectos relacionados con el trabajo, contenido y sustentación del mismo, y con las sugerencias pertinentes **DECLARA APROBADO**, en concordancia con el Artículo 39° y 40° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Santa.*



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
E.P. EDUCACIÓN SECUNDARIA



Siendo la una de la tarde con treinta minutos del mismo día, se dio por terminada dicha sustentación, firmando en señal de conformidad el presente jurado.

Nuevo Chimbote, 23 de febrero del 2023

.....
Dr. José A. Gariza Cuzquipoma
Presidente(a)

.....
Ms. Teodoro Moore Flores
Secretario(a)

.....
Dr. Herón Morales Marchena
Integrante



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
E.P. EDUCACIÓN SECUNDARIA



FORMATO N° 05

INSTRUMENTO PARA EVALUAR LA SUSTENTACIÓN DE TESIS

BACHILLER: ROGER ARISTI VILLANUEVA LÓPEZ y LORENZO ALBERTO FLORES ALMENDRAS.

ESCALA VALORATIVA	PONDERACIÓN				SUB TOTAL
	0	1	2	3	
FORMA DE PRESENTACIÓN DEL INFORME					
1. Contiene los puntos en forma ordenada				x	3
2. El lenguaje utilizado es claro, correcto, coherente y preciso				x	3
3. Respeta las normas de redacción del sistema internacional para la presentación de informes científicos				x	3
EXPOSICIÓN Y DOMINIO DEL TEMA	0	1	2	3	
4. Expone con claridad y lógica				x	3
5. Utiliza términos con propiedad y coherencia				x	3
6. Utiliza adecuada y oportunamente medios y materiales			x		2
7. Conoce el tema y las disciplinas anexas			x		2
CALIDAD DEL INFORME	0	1	2	3	
8. Actualidad y validez del tema				x	3
9. Posibilidad de aplicación del trabajo				x	3
ABSOLUCIÓN DE PREGUNTAS	0	1	2	3	
10. Responde con precisión y objetividad			x		2
TOTAL			06	21	27
NOTA VIGESIMAL					18

ESCALA DE CALIFICACIÓN:

FECHA: 23 de febrero de 2023

.....
EXCELENTE : 28 - 30
BUENO : 25 - 27
REGULAR : 21 - 24
DESAPROBADO : 00 - 20

.....
Dr. José A. Garza Cuzquipoma
Presidente(a)

.....
Ms. Teodoro Moore Flores
Secretario(a)

.....
Dr. Herón Morales Marchena
Integrante



Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Roger Villanueva
Título del ejercicio: Tesis Roger
Título de la entrega: Tesis titulo
Nombre del archivo: OMATICA-D28.05.23-PARA_RECTIFICAR_TURNITIN-ROGER_VIL...
Tamaño del archivo: 5.2M
Total páginas: 184
Total de palabras: 34,268
Total de caracteres: 186,600
Fecha de entrega: 30-may.-2023 10:52a. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega... 2105335433

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



Programa educativo "ARITMOMÁTICA" basado en el modelo cognitivo para desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er. grado de educación secundaria de la I.E. 89009 "8 de octubre" de Chimbote - 2019

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN; ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN Y FÍSICA

Autores:

Bach. Villanueva López, Roger Arísti
Bach. Flores Almendras, Lorenzo Alberto

Asesor:

Dr. Morales Marchena, Herón Juan
Nuevo Chimbote - Perú

2023

Tesis titulo

INFORME DE ORIGINALIDAD

17%

INDICE DE SIMILITUD

17%

FUENTES DE INTERNET

8%

PUBLICACIONES

6%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

ENCONTRAR COINCIDENCIAS CON TODAS LAS FUENTES (SOLO SE IMPRIMIRÁ LA FUENTE SELECCIONADA)

13%

★ repositorio.ucv.edu.pe

Fuente de Internet

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo

DEDICATORIA

A mis padres y hermana por brindarme su valioso apoyo incondicional en todo momento durante este tiempo. Su esfuerzo, su dedicación, sus consejos, me han permitido seguir adelante para llegar a ser un profesional.

Roger

A mi padre Aquiles Flores Benites y a mis hermanos por su apoyo moral e incondicional durante el trayecto de mi tesis.

Alberto

AGRADECIMIENTO

A Dios, por darnos la vida, la salud y las fuerzas necesarias para salir adelante en busca de nuestros objetivos, y nos permitió llegar, hoy, hasta aquí.

Al profesor Herón Morales Marchena, por su estimable y muy útil asesoramiento, apoyo y por compartir desinteresadamente sus conocimientos y experiencias para la realización del presente trabajo de investigación; así mismo, también por su paciencia y entusiasmo que nos sirvió como ejemplo para seguir creciendo intelectualmente como persona y profesionalmente.

A nuestra alma mater, la Universidad Nacional del Santa. Especialmente a nuestra Escuela de Educación Secundaria en la especialidad de Matemática, Computación y Física, por habernos brindado la oportunidad de estudiar la licenciatura en educación secundaria. Y a nuestros profesores por sus enseñanzas brindadas durante toda la carrera.

A la IE 89009 “8 de Octubre”, al profesor de aula y a los estudiantes del 1er grado “A” y “B” de educación secundaria por habernos brindado las facilidades necesarias para poder aplicar el proyecto de investigación, y de este modo obtener los resultados requeridos.

A nuestras familias por comprendernos en situaciones difíciles y ser parte de nuestras decisiones.

ÍNDICE

PRELIMINARES

<i>DEDICATORIA</i>	<i>vii</i>
<i>AGRADECIMIENTO</i>	<i>viii</i>
<i>ÍNDICE</i>	<i>ix</i>
<i>ÍNDICE DE TABLAS</i>	<i>xi</i>
<i>ÍNDICE DE FIGURAS</i>	<i>xiii</i>
<i>RESUMEN</i>	<i>xv</i>
<i>ABSTRACT</i>	<i>xvi</i>

CAPÍTULO I

<i>1.1. PROBLEMÁTICA</i>	<i>18</i>
<i>1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</i>	<i>20</i>
<i>1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</i>	<i>20</i>
<i>1.4. ANTECEDENTES</i>	<i>21</i>
<i>1.5. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN</i>	<i>24</i>
<i>1.6. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN</i>	<i>25</i>
<i>1.6.1. GENERALES</i>	<i>25</i>
<i>1.6.2. ESPECÍFICOS</i>	<i>25</i>
<i>1.7. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS</i>	<i>26</i>
<i>1.7.1. HIPÓTESIS GENERAL</i>	<i>26</i>
<i>1.7.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS</i>	<i>26</i>

CAPÍTULO II

<i>2.1. PROGRAMA EDUCATIVO BASADO EN EL MODELO COGNITIVO</i>	<i>28</i>
<i>2.1.1. PROGRAMA</i>	<i>28</i>
<i>2.1.2. MODELO</i>	<i>31</i>
<i>2.2. COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA</i>	<i>35</i>
<i>2.2.1. COMPETENCIA</i>	<i>35</i>
<i>2.2.2. CLASES DE COMPETENCIA</i>	<i>36</i>
<i>2.3. PROPUESTA EXPERIMENTAL PROGRAMA EDUCATIVO “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO</i>	<i>40</i>
<i>2.3.1. CONCEPCIÓN DEL PROGRAMA “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO</i>	<i>40</i>
<i>2.3.2. FUNDAMENTO FILOSÓFICO</i>	<i>40</i>
<i>2.3.3.FUNDAMENTO PSICOLÓGICO</i>	<i>42</i>
<i>2.3.4.FUNDAMENTO PEDAGÓGICO</i>	<i>42</i>

2.3.5.PROCESOS DIDÁCTICOS.....	45
2.3.6.CAPACIDADES COGNITIVAS.....	48
2.3.7.ROL DEL DOCENTE.....	50
2.3.8.ROL DEL ESTUDIANTE.....	51
2.3.9.ESTRATÉGIAS Y TÉCNICAS.....	51
2.3.10.MEDIOS Y MATERIALES.....	51
2.3.11.EVALUACIÓN.....	52

CAPÍTULO III

3.1.MÉTODO DE INVESTIGACIÓN.....	55
3.2.DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	55
3.3.POBLACIÓN Y MUESTRA.....	55
3.4.VARIABLES DE INVESTIGACIÓN.....	56
3.5.OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES.....	56
3.6.TÉCNICAS, INSTRUMENTOS Y PROCEDIMIENTOS DE INVESTIGACIÓN.....	59
3.7.MÉTODOS DE PROCESAMIENTO DE DATOS.....	60

CAPÍTULO IV

4.1.RESULTADOS DEL PRE-TEST EN LOS GRUPOS DE CONTROL Y EXPERIMENTAL.....	64
4.2.RESULTADOS DEL POST-TEST EN LOS GRUPOS DE CONTROL Y EXPERIMENTAL.....	81
4.3.DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	108
CONCLUSIONES.....	111
SUGERENCIAS.....	112
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	113
REFERENCIAS VIRTUALES.....	116
ANEXOS.....	117

INDICE DE TABLAS

Tabla 1	Estudiantes del 1er grado “A” y “B” de secundaria de la IE 89009 “ 8 de octubre”.....	56
Tabla 2	Muestra con el grupo experimental y grupo de control.....	56
Tabla 3	Resultados obtenidos en el pre test en la capacidad de RECONOCIMIENTO en los grupos de control y experimental.....	64
Tabla 4	Resultados obtenidos en el pre test en la capacidad de COMPRENSIÓN en los grupos de control y experimental.....	66
Tabla 5	Resultados obtenidos en el pre test en la capacidad de APLICACIÓN en los grupos de control y experimental.....	68
Tabla 6	Resultados obtenidos en el pre test en la capacidad de ANÁLISIS en los grupos de control y experimental.....	70
Tabla 7	Resultados obtenidos en el pre test en la capacidad de SÍNTESIS en los grupos de control y experimental.....	72
Tabla 8	Resultados obtenidos en el pre test en la capacidad de EVALUACIÓN en los grupos de control y experimental.....	74
Tabla 9	Resultados obtenidos en el pre test de las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental.....	76
Tabla 10	Cuadro comparativo de indicadores estadísticos del pre test en los grupos de control(GC) y grupo experimental(GE).....	78
Tabla 11	Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos en el pre test respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental.....	79
Tabla 12	Resultados obtenidos en el post test en la capacidad de RECONOCIMIENTO en los grupos de control y experimental.....	81
Tabla 13	Resultados obtenidos en el post test en la capacidad de COMPRENSIÓN en los grupos de control y experimental.....	83
Tabla 14	Resultados obtenidos en el post test en la capacidad de APLICACIÓN en los grupos de control y experimental.....	85
Tabla 15	Resultados obtenidos en el post test en la capacidad de ANÁLISIS en los grupos de control y experimental.....	87
Tabla 16	Resultados obtenidos en el post test en la capacidad de SÍNTESIS en los grupos de control y experimental.....	89
Tabla 17	Resultados obtenidos en el post test en la capacidad de EVALUACIÓN en los grupos de control y experimental.....	91

Tabla 18	Resultados obtenidos en el post test en las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental.....	93
Tabla 19	Cuadro comparativo de indicadores estadísticos del post test en los grupos de control(GC) y grupo experimental(GE).....	95
Tabla 20	Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos en el post test respecto a las 6 capacidad de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental.....	96
Tabla 21	Cuadro comparativo de frecuencias y distribución porcentual de las calificaciones del pre test y post test del grupo de control.....	98
Tabla 22	Indicadores estadísticos del pre test y post test del grupo de control.....	99
Tabla 23	Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos del grupo de control en el pre test y post test con respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética.....	101
Tabla 24	Cuadro comparativo de frecuencias y distribución porcentual de las calificaciones del pre test y post test del grupo experimental.....	103
Tabla 25	Indicadores estadísticos del pre test y post test del grupo experimental.....	104
Tabla 26	Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos del grupo experimental en el pre test y post test con respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética.....	106

INDICE DE FIGURAS

Figura 1	Etapas de la enseñanza desde la perspectiva cognitiva.....	35
Figura 2	Capacidades cognitivas adaptadas a las matemáticas según Luengo.....	48
Figura 3	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de RECONOCIMIENTO Obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	65
Figura 4	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de COMPRENSIÓN obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	67
Figura 5	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de APLICACIÓN obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	69
Figura 6	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de ANÁLISIS obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	71
Figura 7	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de SÍNTESIS obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	73
Figura 8	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de EVALUACIÓN obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	75
Figura 9	Distribución en porcentajes de los resultados de las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética obtenidos en el pre test en los grupos de control y experimental.....	77
Figura 10	Distribución t que muestra la aceptación de la Ho luego de evaluar si hay diferencias Significativas entre el pre test del GC y GE con respecto a las 6 capacidades.....	79
Figura 11	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de RECONOCIMIENTO obtenidos en el post test en los grupos de control y experimental.....	82
Figura 12	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de COMPRENSIÓN obtenidos en el post test en los grupos de control y experimental.....	84
Figura 13	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de APLICACIÓN obtenidos En el post test en los grupos de control y experimental.....	86
Figura 14	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de ANÁLISIS obtenidos en el post test en los grupos de control y experimental.....	88
Figura 15	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de SÍNTESIS obtenidos en el post test en los grupos de control y experimental.....	90
Figura 16	Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de EVALUACIÓN obtenidos en el post test en los grupos de control y experimental.....	92
Figura 17	Distribución en porcentajes de los resultados de las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética obtenidos en el post test en los grupos de control y experimental.....	94

Figura 18	Distribución t que muestra el rechazo de la Ho luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el post test del GC y GE con respecto a las 6 capacidades.....	96
Figura 19	Distribución en porcentajes de los resultados del pre test y post test del grupo de control.....	100
Figura 20	Distribución t que muestra la aceptación de la Ho luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el pre test y el post test del GC con respecto a las 6 capacidades.....	101
Figura 21	Distribución en porcentajes de los resultados del pre test y post test del grupo experimental.....	105
Figura 22	Distribución t que muestra el rechazo de la Ho luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el pre test y post test del GE con respecto a las 6 capacidades.....	106

RESUMEN

La presente investigación tuvo como finalidad proporcionar a los docentes de matemática una propuesta con la cual se logre un desarrollo de la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los escolares del primer grado de secundaria. Como tal, se planteó el siguiente objetivo general: Demostrar que la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo desarrolla la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019. Tuvo como problema de investigación responder la siguiente interrogante “¿Es posible desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética mediante la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019?”. Para ello, se propuso la siguiente hipótesis: “Es posible desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética mediante la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019”.

La investigación fue de tipo aplicada y cuasi-experimental con Pre-Test y Post-Test; con un Grupo Control (GC) y Grupo Experimental (GE), al cual se aplicó el Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo para desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética. Se empleó un Muestreo Censal para determinar la muestra de 46 alumnos. Los resultados que se obtuvieron mostraron diferencias significativas entre los 2 grupos, favoreciendo al Grupo Experimental(GE), al que se aplicó dicho programa educativo. Tales resultados permitieron concluir que se demuestra que la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo desarrolla la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de octubre” de Chimbote del año 2019.

Palabras claves: Programa Educativo, Modelo Cognitivo, Competencia, Resolución de Problemas, Aritmética

ABSTRACT

The purpose of this research was to provide mathematics teachers with a proposal with which to achieve a development of the Arithmetic Problem Solving Competition in first grade secondary school students. As such, the following general objective was raised: Demonstrate that the application of the "ARITHMOMATIC" Educational Program based on the Cognitive Model develops the Arithmetic Problem Solving Competence in the students of the 1st. high school degree of the I.E. 89009 "8 de Octubre" of Chimbote in 2019. The research problem was to answer the following question "Is it possible to develop the Arithmetic Problem Solving Competence through the application of the Educational Program "ARITHMOMATIC" based on the Cognitive Model in the students of the 1st high school degree of the I.E. 89009 "8 de Octubre" from Chimbote of the year 2019? For this, the following hypothesis was proposed: "It is possible to develop the Arithmetic Problem Solving Competence through the application of the Educational Program "ARITHMOMATIC" based on the Cognitive Model in the students of the 1st. high school degree of the I.E. 89009 "8 de Octubre" from Chimbote of the year 2019".

The research was applied and quasi-experimental with Pre-Test and Post-Test; with a Control Group (GC) and Experimental Group (GE), to which the "ARITHMOMATIC" Educational Program based on the Cognitive Model was applied to develop the Arithmetic Problem Solving Competence. A Census Sampling was used to determine the sample of 46 students. The results obtained showed significant differences between the 2 groups, favoring the Experimental Group (GE), to which said educational program was applied. These results allowed us to conclude that it is demonstrated that the application of the "ARITHMOMATIC" Educational Program based on the Cognitive Model develops the Arithmetic Problem Solving Competence in the students of the 1st grade of secondary school of the IE 89009 "October 8" of Chimbote del year 2019.

Keywords: Educational Program, Cognitive Model, Competence, Problem Solving, Arithmetic

CAPÍTULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

CAPITULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACION

1.1. PROBLEMÁTICA:

En el Informe de Seguimiento de la Educación para Todos en el Mundo 2015, la UNESCO propuso como uno de sus objetivos: La Adquisición de Competencias en los Jóvenes y Adultos, que los preparen para la vida activa. Esto quiere decir adquirir aprendizajes en programas de preparación para la educación escolar y las experiencias extraescolares. Fomentar la adquisición de competencias básicas donde está incluida la adquisición de conocimientos de aritmética elemental. Estas competencias básicas que se adquieren en la escuela, se consideran esenciales en el adelanto profesional. (UNESCO, 2015).

Según esto, ha cobrado relevancia la enseñanza de las matemáticas en función de sus competencias, adoptándose, en el Currículo Nacional de Educación Básica 2016, el enfoque de Resolución de Problemas. Ello implica que, para poder adquirir un dominio de los conceptos y procedimientos en matemáticas, que permitan la resolución de problemas planteados formalmente, se requiere de la adquisición de capacidades previas, que tendrían que desarrollarse en las diferentes áreas académicas pertenecientes a las matemáticas, incluida la aritmética.

La Aritmética, rama de las matemáticas cuyo objeto de estudio son los números y las operaciones que se hacen con ellos (suma, resta, multiplicación y división), incluye también una serie de situaciones-problemas que se plantean como un ejercicio para su dominio. La Aritmética se desarrolla básicamente en Primaria, tras adquirir competencias en sus técnicas, se da paso a la resolución algebraica que generalmente se realiza en los inicios de la Secundaria. De este modo, con la aritmética como base, se va formando en el estudiante un bagaje cultural en matemática al cual recurrirá cada vez que se le presente una situación problemática.

En nuestro medio hay una crisis en el aprendizaje de las Matemáticas: alto porcentaje de reprobados y los que aprueban lo hacen sin haber adquirido las nociones y estrategias básicas; lo cual, evidencia el poco desarrollo en las habilidades cognitivas, dificultando de esta manera el desarrollo eficaz de las capacidades personales de los estudiantes.

A nivel internacional, los resultados de las evaluaciones en matemática que incluyen la Aritmética son muy deficientes como lo muestran los resultados estadísticos siguientes: La noticia “Perú sale

del último lugar en la prueba PISA”, indica que las experiencias internacionales acerca de las evaluaciones de las competencias matemáticas referidas anteriormente, en nuestro país son poco alentadoras. Perú ha participado solamente de manera voluntaria. En los años 2009, 2012 y 2015 ha alcanzado los últimos lugares en desempeño, como lo evidencia los resultados de esta prueba internacional (PISA). En el año 2012 se ubicó en el último puesto de 63 países participantes. Si bien sería cierto, Perú en el año 2015 elevó su promedio con respecto a años anteriores, en general, se ha ubicado en los puestos finales. En este mismo año, participó con 6971 estudiantes, quedando en el puesto 61 de 69 países participantes, superando solamente a 8 países del total. (Alayo, 2016)

A nivel Latinoamericano, el LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad Educativa), entidad de la UNESCO, que es la red de los Sistemas Nacionales de Medición y Evaluación de la Calidad Educativa de los países de América Latina, en las cuales ha participado el Perú, también ofrece resultados poco alentadores en lo referido a matemática: En el PERCE (Primes Estudio Regional Comparativo y Explicativo) realizado en 1997, Perú ocupó el puesto final. Los estudiantes cubanos obtuvieron el mayor puntaje con promedio cercano a 350, mientras Perú obtuvo un resultado menor a 250. El 75% de estudiantes peruanos obtuvieron un puntaje por debajo de la media de Argentina, Brasil y Chile (y obviamente Cuba) (UMC, 2001) .

En el SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo) obtuvo resultados similares y en el TERCE (Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo) realizado en el 2013, aunque el promedio de los estudiantes peruanos fue superior a 700, obteniendo un puntaje similar a Brasil y supera a argentina, continua por debajo de países como Chile, México y Uruguay, quienes obtuvieron casi 800. Además, El 75% de estudiantes peruanos obtuvieron un promedio menor que el de Chile. (UNESCO, 2016)

En las evaluaciones nacionales realizadas en el Perú: La ECE (Evaluación censal de estudiantes) y EM (Evaluación Muestral), han mostrado que desde el 2015 hasta el 2018 ha habido un ligero incremento de puntajes en el área de matemática; sin embargo, en la mayoría de estudiantes, el rendimiento fue deficiente. Los resultados de la ECE 2018 en Matemáticas, muestra que solamente el 14,1% de la población de estudiantes lograron el nivel SATISFACTORIO, mientras que el 15,9% se ubicó en el nivel de EN PROCESO, el 36,4% en el nivel de EN INICIO y el 33,7 % en el nivel PREVIO AL INICIO. En conclusión, se identifica que la gran mayoría de estudiantes (85,9 %) están muy por debajo de lo SATISFACTORIO. Esto supone que la gran mayoría de la población estudiantil requiere un refuerzo en sus aprendizajes de Matemáticas.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN:

Al igual que en gran parte del país, el bajo rendimiento escolar se refleja en la región Ancash. Es adecuado indicar que la mayor población escolar de la región se centra en la provincia del Santa. En el nivel de aprendizaje, aunque ha habido mejoras, los índices de aprendizaje todavía son muy bajos.

En relación con ello, en el año 2013, el ex director de educación, Jaime Brito, en una entrevista a RPP noticias, señalaba que, el nivel de los estudiantes de educación secundaria en la Resolución de Operaciones Matemáticas subió en un 3,5%; sin embargo, tal avance es incipiente en comparación de los estándares mundiales en este aspecto. En la actualidad, únicamente un 10,9% de los 301 mil estudiantes de Ancash tienen habilidades para resolver problemas en el área de matemáticas. El porcentaje que resta, 89,1%, que son 268 mil alumnos, se quedan sin resolverlos. Lo cual representa un porcentaje bastante alto en relación con la población estudiantil total de la región.

A nivel Local, también está reflejada esta realidad en la Institución Educativa 89009 “8 de Octubre” de Chimbote, encontrando que los estudiantes del primer nivel de educación secundaria presentan un rendimiento académico bajo en matemáticas. Como indica la nómina de estudiantes en el año 2018, la media de sus calificaciones obtenidas en la sección A fue de 12, que, si bien aprobaron, el 77% de estudiantes, el 54% de estos lo hicieron con 11 ó 12; en la sección B, la media de sus calificaciones fue de 11,78, aprobando el 68%, de los cuales el 53 % lo hizo con 11 ó 12. Promedios que se ubican por debajo del estándar normal, el cual tiene como nota promedio 14. Estos resultados muestran deficiencias en el campo de matemática, incluida la Aritmética. Particularmente para Aritmética, se observa que los estudiantes demuestran limitaciones para asimilar los enunciados de los problemas planteados, además de, una capacidad reducida de análisis, comparación, contrastación, así como para ordenar, agrupar e inferir; y también para proponer y producir algo nuevo y original. En resumen, poco desarrollo en las habilidades cognitivas en el área de Aritmética.

Teniendo en cuenta esta realidad se planteó la siguiente pregunta de investigación:

1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN:

¿Es posible desarrollar la competencia de Resolución de Problemas de Aritmética mediante la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019?

1.4. ANTECEDENTES

Para la presente investigación, se tuvo en cuenta las siguientes investigaciones afines a un Programa Educativo Basado en el Modelo Cognitivo y la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética:

A. A nivel internacional:

Cobos (2013), para obtener el grado de Magister en Educación y Desarrollo del Pensamiento en la Universidad de Cuenca, presentó la tesis “*Programa de desarrollo de las habilidades cognitivas, DHAC en la enseñanza de la matemática*”; la cual plantea una propuesta denominada programa DHAC basada en el enfoque cognitivo para mejorar el rendimiento en el área de matemática. El tipo de diseño fue cuasi-experimental. Los dos grupos que se seleccionaron, uno experimental y otro de control, fueron establecidos aleatoriamente, el cual incluyó 18 estudiantes por grupo, del Octavo Año de Educación General de Básica “B” (estudiantes entre 11 y 12 años). Se realizó la aplicación de un pre test y un post test. Al primer grupo, o grupo experimental, se le realizó la aplicación del Programa de Desarrollo de Habilidades Cognitivas (DHAC) por un periodo de tres meses. Mientras que, al segundo grupo, o grupo de control, se lo dejó sin ningún entrenamiento adicional. Luego del análisis de datos se obtuvo las siguientes conclusiones:

- El estudio determinó que el programa DHAC tiene un efecto positivo, incrementando la inteligencia general y el razonamiento lógico, en los estudiantes que participaron.
- También se observó que después de la aplicación del programa DHAC hubo un incremento en la eficacia en los estudiantes incluidos en el grupo de intervención.

Bueno (2005), para obtener el grado de Doctor en la Universidad Complutense de Madrid, presentó la tesis “*El programa de mejora de la inteligencia P.A.T. (pensamiento, aprendizaje y transferencia), y las transferencias al currículo*” en la cual plantea una propuesta de remodelación y ampliación del programa de entrenamiento cognitivo “Odyssey”, a la cual se le denominó programa P.A.T. Dicha investigación tuvo como objetivo principal determinar la eficacia del Programa P.A.T. en la adquisición de las habilidades y estrategias de Razonamiento y Solución de Problemas. Se propuso como población a los estudiantes de 1er y 2do de la Educación Secundaria Obligatoria de España (ESO) de instituciones públicas y privadas del área metropolitana de Madrid. De los cuales se obtuvo una muestra representativa de acuerdo a la distribución social, conformada por 196 estudiantes. Los colegios públicos fueron de clase media

y media-baja; mientras que los colegios privados fueron de clase media, media-alta. El grupo control estuvo integrado por dos colegios, uno público que incluyó 56 participantes, y otro privado, que incluyó 50 participantes. Por otro lado, dos colegios adicionales integraron el grupo experimental, uno público con 54 participantes y otro privado con 36 participantes a los que posteriormente se les aplicó el programa de entrenamiento cognitivo. Las conclusiones del estudio fueron las siguientes:

- Se comprobó lo efectivo del Programa P.A.T. por la mejora conseguida, tanto en lo cuantitativo que estuvo relacionado con el entrenamiento cognitivo efectuado (incremento en capacidad de Solución de Problemas e Inteligencia General), como en aspectos cualitativos (mejora en las fases iniciales y finales del procesamiento de la información).
- Se comprobó la efectividad del programa P.A.T. por la mejora evidente en el grupo experimental en comparación con el grupo de control, en lo relacionado a la variable inteligencia general (factor G de Catell) y razonamiento numérico (PMA-N).

B. A nivel nacional:

Salazar (2019), para obtener el título de Magister con mención en Investigación y Docencia de la Universidad Pedro Ruiz Gallo realizó la tesis *“Programa de Comprensión Lectora basado en el Enfoque Cognitivo para desarrollar las Habilidades de Resolución de Problemas Matemáticos en los estudiantes del 1º Ciclo de la Carrera de Administración del Instituto de Educación Superior “Paul Müller” del Cercado de Lima”*. La cual presenta como objetivo principal determinar la relación que hay entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos. Para ello se realizó una investigación de tipo descriptivo correlacional, con diseño transversal-no experimental. En la cual se investigó a una población conformada por 323 estudiantes del 1er ciclo de la carrera de Administración del Instituto de Educación Superior Paul Müller del distrito Cercado de Lima; de donde se extrajo una muestra probabilística de 176 estudiantes. A la muestra se le aplicó la Prueba de Complejidad Lingüística Progresiva (CLP6-FORMA A) para medir su nivel de comprensión lectora general y los niveles de los tipos literal e inferencial; de la misma manera, se aplicó una prueba de resolución de problemas matemáticos. Para relacionar los puntajes de la comprensión lectora con los puntajes de la resolución de problemas matemáticos, se empleó la correlación de Pearson. Después de ello se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Los resultados mostraron que sí hay una correlación estadísticamente significativa entre las 2 variables de estudio, con una seguridad estadística del 99%.
- Hay una correlación estadísticamente significativa de ambos tipos de comprensión de lectura con la resolución de problemas matemáticos, al mismo nivel de seguridad estadística.

Salas (2010), para obtener el grado de Magister por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, realizó la tesis *“Adaptación y Aplicación del Programa de desarrollo de estrategias metacognitivas “Aprendo a Pensar” en el aprendizaje de la aritmética en alumnas del 1º grado de educación secundaria”*, en la cual se tuvo por objetivo principal adaptar, aplicar y verificar la eficacia del programa de enseñanza de estrategias cognitivas y metacognitivas en el curso de aritmética en estudiantes del 1er grado de secundaria. La investigación fue de tipo aplicada, de diseño cuasi-experimental con 2 grupos equivalentes en un colegio nacional femenino del distrito de Surquillo. Seleccionando una muestra de carácter intencional conformada por 54 alumnas que representaban el 26% de la población de 210 estudiantes del 1er grado de secundaria. Tal muestra fue dividida en 2 grupos de 27 alumnas cada uno, los cuales formaron un grupo experimental y otro de control. Estos, poseían características similares. Luego de la aplicación del programa se obtuvo las siguientes conclusiones:

- Hay un incremento en el nivel de aprendizaje de aritmética en las alumnas a quienes se aplicó el programa de desarrollo de estrategias metacognitivas en contraste de aquellas a quienes se dejó sin la aplicación del programa.
- Se obtuvo una diferencia significativa en los resultados obtenidos entre los dos grupos, debido a la aplicación del programa de entrenamiento al que fue expuesto el grupo experimental.

C. A nivel local:

Luyo & Trujillo (2001), para optar por el título de licenciadas en Educación Secundaria de la especialidad de Matemática, Computación y Física de la Universidad Nacional del Santa presentaron la tesis *“Aplicaciones del método creativo y método de redescubrimiento para elevar la capacidad de resolver problemas de matemáticas”* realizaron una investigación de tipo experimental en la I.E. “República de Argentina” en el que se empleó grupos paralelos denominándoles B y E en donde a cada uno se le aplicó el método creativo y de redescubrimiento respectivamente. Tal aplicación se hizo a una población constituida por 5 secciones distribuidas de la siguiente manera 37, 36, 37, 36 y 39 alumnos; el muestreo fue intencionado, en el que se

seleccionó al segundo grado de secundaria por criterio de la Dirección de la Institución Educativa.

Al final se llegó a las siguientes conclusiones:

- El método creativo elevó significativamente la capacidad de resolver problemas de matemáticas en relación con el método de redescubrimiento
- Los alumnos del grupo experimental 1 desarrollaron la capacidad de comprensión y resolución de problemas logrando un nivel superior a los de memorización del grupo experimental 2

Chávez (2018), para optar por el grado de Maestría en educación en la Universidad Nacional del Santa presento la tesis *“Estrategias cognitivas para desarrollar las capacidades matemáticas de los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa N° 88044 – Coishco, 2017”* en la que hizo una investigación de tipo experimental. En esta investigación se realizó un examen antes y después de la aplicación de las estrategias cognitivas, a 2 grupos de 22 estudiantes del segundo grado de educación secundaria. Empleó la estadística descriptiva; y para validar los resultados, empleó la prueba t-Student para muestras independientes y muestras relacionadas. Al final se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se confirma la hipótesis de investigación planteada. Pues hay un desarrollo significativo de las capacidades matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 88044 – Coishco, 2017 luego de la aplicación de las Estrategias Cognitivas. Esto queda justificado por medio de la Prueba T – Student, al obtener un $t_o = 8.359$. Con un nivel de confianza de 95%.
- Posterior a la realización de las estrategias cognitivas, se obtuvo un desarrollo evidente de las 4 capacidades matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N°88044 – Coishco, 2017. Esto se demuestra, ya que el 50% de los estudiantes del grupo experimental obtuvieron calificación de LOGRO DESTACADO en cada una de las capacidades.

1.5. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El Programa “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo pretende constituir un aporte para los docentes del área de matemática en su labor diaria para mejorar el logro de las capacidades cognitivas en los estudiantes de secundaria; el cual podrán adaptarlo y emplearlo según su criterio a sus sesiones.

La presente investigación se enfocó en el modo y grado en que el estudiante interioriza la información que se le proporcione y fomentó el aspecto reflexivo de los educandos, lo que está relacionado con lo metacognitivo; con ello, mejoró su nivel de atención y concentración en el rendimiento académico, específicamente en Aritmética; por ello, elevó la calidad de la educación de los estudiantes, haciendo de ellos, agentes más participativos en su Institución educativa.

1.6. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.6.1. GENERALES

Demostrar que la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo desarrolla la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019.

1.6.2. ESPECÍFICOS

- Determinar el nivel de desarrollo de la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética que tendrían los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” antes de la aplicación del programa
- Diseñar el Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo para desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E 89009 “8 de Octubre”
- Aplicar el Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo como estrategia didáctica en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre”
- Determinar el nivel de desarrollo de la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética de los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” después de la aplicación del programa
- Evaluar los resultados de la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo para desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre”

1.7. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS:

1.7.1. HIPÓTESIS GENERAL

Es posible desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética mediante la aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019.

1.7.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- La aplicación del Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” desarrolla la capacidad de RECONOCIMIENTO de los estudiantes del grupo experimental del 1er grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre”.
- La aplicación del programa educativo “ARITMOMÁTICA” desarrolla la capacidad de COMPRENSIÓN de los estudiantes del grupo experimental del 1er grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre”.
- La aplicación del programa educativo “ARITMOMÁTICA” desarrolla la capacidad de APLICACIÓN de los estudiantes del grupo experimental del 1er grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre”.
- La aplicación del programa educativo “ARITMOMÁTICA” desarrolla la capacidad de ANÁLISIS de los estudiantes del grupo experimental del 1er grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre”.
- La aplicación del programa educativo “ARITMOMÁTICA” desarrolla la capacidad de SÍNTESIS de los estudiantes del grupo experimental del 1er grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre”.
- La aplicación del programa educativo “ARITMOMÁTICA” desarrolla la capacidad de EVALUACIÓN de los estudiantes del grupo experimental del 1er grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de octubre”.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

CAPITULO II MARCO TEÓRICO

2.1. PROGRAMA EDUCATIVO BASADO EN UN MODELO COGNITIVO

2.1.1. PROGRAMA:

Se han propuesto diversas definiciones para un programa; sin embargo, en general, un programa se refiere a un conjunto de procedimientos secuenciales y planificados que se van a realizar con una finalidad específica sobre una determinada situación o contexto para modificarlo.

Un programa, en sentido amplio, hace referencia a un conjunto organizado, coherente e integrado de actividades, servicios o procesos expresados en un conjunto de proyectos relacionados o coordinados entre sí y que son de similar naturaleza. (...) De este modo podemos hablar de programa de la tercera edad, programa de construcción de escuelas, programa de salud materno-infantil, etc. (...). Puede decirse, asimismo, que un programa operacionaliza un plan mediante la realización de acciones orientadas a alcanzar las metas y objetivos propuestos dentro de un período determinado. Un programa está constituido por una constelación o conjunto de proyectos. (Ander-Egg & Aguilar, 2005, pp. 15-16)

(Gairin, 1993) citado en (Zambrano, Tejada, & Gonzales, 2007) define un programa como "cualquier propuesta estructurada para producir cambios en las personas que se exponen a ellos" (p.70).

Los programas se dividen en varios tipos, como los siguientes:

A. Programas de Estudio:

Los programas de estudio se pueden definir como aquellos programas que:

Ayudan a organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar, proponiendo al docente un ordenamiento de los Objetivos de Aprendizaje (OA) determinados en las Bases Curriculares. Constituyen una orientación acerca de cómo secuenciar los OA, cómo combinarlos entre ellos, y cuánto tiempo destinar a cada uno durante el año. (CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN, 2019, párr. 3)

B. Programa Académico:

Entendemos por programa académicos diversas modalidades de planes de estudio que son ofrecidas por las diversas instituciones educativas, en este caso instituciones de educación superior universitaria, y que implican el agotamiento de determinados requisitos para acceder a los mismos y en algunos casos el seguimiento sucesivo entre ellos (Alzate & de la Hoz, 2004, p. 7)

C. Programa Social

Puede decirse que un programa social es una iniciativa destinada a mejorar las condiciones de vida de una población. Se entiende que un programa de este tipo está orientado a la totalidad de la sociedad o, al menos, a un sector (...). (Pérez & Merino, 2013, párr. 2)

Esta definición está de acuerdo con la que propone la Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco (2013), entidad que define a los programas sociales como intervenciones estatales que se realizan con el objetivo de impactar positivamente en la calidad de vida de una población determinada. Su finalidad es mejorar la salud, nutrición, educación y otros aspectos básicos de una sociedad.

D. Programa informático:

Definimos entonces como Programa a un conjunto de instructivos que son impartidos hacia el Ordenador indicando las instrucciones que incluyen el paso por paso para poder llegar a un resultado determinado, debiendo para ello tener una organización específica y seguir los pasos de una estructura, teniendo entonces predefinidas una serie de acciones que son seguidas para obtener el resultado esperado. (SISTEMAS, 2016, párr. 2)

“Es un tipo de software que funciona como un conjunto de herramientas diseñado para realizar tareas y trabajos específicos en tu computador”. (GCF Global, 2019, párr. 1)

E. Programa Educativo:

Un programa educativo es un conjunto de actividades que se han planificado sistemáticamente y que están dirigidas a la obtención de objetivos diseñados con anterioridad por una institución o grupo de personas pertenecientes a una entidad educativa. También, se le considera como una

propuesta novedosa que deriva en la mejora del sistema educativo. Se caracterizan por su carácter de experimentalidad y temporalidad. Tal conjunto de actividades se formulan en un documento que permite organizar y detallar los procesos a realizarse. Un programa educativo brinda una orientación al docente respecto a los contenidos que va a impartir, a la forma que va a desarrollar su actividad de enseñanza y los objetivos educativos que intenta conseguir.

Como hemos señalado, en el campo pedagógico la palabra *programa* se utiliza para referirse a un *plan sistemático* diseñado por el educador como medio al servicio de las metas educativas. Tanto a los efectos de su elaboración como de su posterior evaluación—dos procesos que deberían guardar armonía y coherencia— (Perez, 2000, p. 22)

Los programas educativos que son parte de una política educativa, suelen contar con ciertos contenidos obligatorios, que son fijados por el Estado, sin embargo tales contenidos se contextualizan y concretizan en cada Institución educativa. Más allá de esta característica, los programas educativos también pueden presentarse como una propuesta particular de una institución o un grupo de personas que promueven la educación. En este caso, el programa educativo está orientado a un ambiente y contexto más específico y reducido; por lo tanto, presenta características y particularidades propias de los que lo proponen y del ambiente o contexto al que está enfocado, como por ejemplo un centro educativo, una localidad o región.

De acuerdo a esto , Fernandez (1959) manifiesta y entiende por programa educativo al grupo de experiencias personales, que al orientar al estudiante a partir y desde la escuela, prestan servicio al educando con el objetivo de desarrollar sus habilidades necesarias para lograr competencias y actitudes adecuadas que beneficien a él mismo y la comunidad. En el programa se especifican las actividades que va a realizar el alumno dentro y fuera de la escuela, cada vez que tales actividades estén relacionadas con la labor educativa. Los programas proporcionan claridad y sentido a las actividades educativas, así como al logro de sus objetivos. Cuando el programa genera en el estudiante experiencias reales y profundas entonces se le considera válido y efectivo.

Generalmente el desarrollo de los Programas Educativos pasa por tres fases:

- **Implantación:** La fase de implantación se refiere a cuando un programa nuevo se incorpora a un ámbito específico institucional, local, regional o nacional; lo hace a modo de experimentación.
- **Promoción:** Luego pasa a la fase de promoción, donde cada vez más se desarrolla a medida que se vaya difundiendo e implementando en el mayor número de centros.
- **Extensión:** Cuando pasa a conseguir su consolidación dentro del sistema educativo.

Es adecuado resaltar que, en cada programa educativo se establece un periodo temporal en que deberá estar incorporado al sistema educativo y de éste modo verificar el cumplimiento de sus indicadores de evaluación, si su proceso experimental así lo aconsejara.

2.1.2. MODELO:

Las teorías y los modelos son los instrumentos o esquemas conceptuales por los cuales los seres humanos intentan articular de manera sistemática el conocimiento que se obtiene de la experiencia mediante el proceso de investigación. Los términos “teoría” y “modelo” son de uso frecuente en la vida académica y profesional de las sociedades actuales, siendo indispensables para describir, comprender, explicar y predecir los acontecimientos, hechos, fenómenos o situaciones que suceden en los diferentes ámbitos de lo real. Ambos contribuyen a tener una imagen o representación de las diversas partes de la realidad; la referencia a ámbitos, partes o zonas de la realidad se debe a que los seres humanos, no apuntan a un conocimiento en cuanto totalidad, lo cual en todo caso resulta, por el momento, una labor difícil de cumplir. Estas representaciones pueden encajar o no con aquello que intentan reproducir. Son contrastables con la realidad, esta es una posición realista, el cual es un supuesto filosófico fundamental para la ciencia (Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2002, p. 1)

Un modelo es un bosquejo que representa un conjunto real con cierto grado de precisión y en la forma más completa posible, pero sin pretender aportar una réplica de lo que existe en la realidad. Los modelos son muy útiles para describir, explicar o comprender mejor la realidad, cuando es imposible trabajar directamente en la realidad en sí. (FAO, 1997, párr. 2)

Los modelos se pueden dividir en varias clases, como las siguientes:

A. MODELO CIENTÍFICO:

Un modelo científico sería la representación de las relaciones entre algunas cantidades o cualidades definidas formalmente (generalmente en términos matemáticos o físicos). Realmente bajo el termino de modelo caben numerosos productos que van desde el simple esquema mental hasta los sofisticados modelos de simulación numérica. Jeffers (1982) citado por (Ibañez, 2008, párr. 1)

B. MODELO MATEMÁTICO:

Los modelos matemáticos son sistemas de ecuaciones y proposiciones lógicas que intentan representar las relaciones entre variables (propiedades mensurables del sistema cuyas magnitudes varían en el tiempo) y parámetros (cantidades temporalmente invariables que caracterizan al sistema). Cuando en la elaboración de modelos matemáticos se acude al uso de los ordenadores puede hablarse de modelos computacionales. (Ibañez, 2008, párr. 8)

C. MODELOS PEDAGÓGICOS:

Un modelo en educación es un modelo conceptual; es “una descripción y una representación esquemática y conscientemente simplificada de una parte de la realidad educativa representada mediante signos, símbolos, formas geométricas o gráficas y palabras”.(Willet, 1992) citado por (Quispe, 2014, pp. 86-87)

Los modelos pedagógicos son visiones sintéticas de teorías o enfoques pedagógicos que orientan a los especialistas y a los profesores en la elaboración y análisis de los programas de estudios, en la sistematización del proceso de enseñanza-aprendizaje, o bien en la comprensión de alguna parte de un programa de estudios. Se podría decir que son patrones conceptuales que permiten esquematizar de forma clara y sintética las partes y los elementos de una práctica pedagógica, o bien sus componentes. (Gómez & Polaina, 2008, pp. 40-41)

a) Modelo Pedagógico Tradicional

Un aspecto importante de considerar en el modelo pedagógico tradicional es el rol del maestro. De acuerdo con De Zubiría (1994), bajo el propósito de enseñar conocimientos y normas, el maestro cumple la función de transmisor. El maestro dicta la lección a un estudiante que recibirá las informaciones y las normas transmitidas. El aprendizaje es entonces un acto de autoridad. (Gómez & Polaina, 2008, p. 54)

b) Modelo Pedagógico Conductista:

Apoyado en la tecnología educativa que se desenvuelve paralelamente con la creciente racionalización y planeación económica de los recursos humanos en la posguerra de las décadas de los 60 y 70, éste modelo se caracteriza por la transmisión parcelada de saberes técnicos mediante un adiestramiento experimental centrado en el refuerzo. (Gómez & Polaina, 2008, p.55)

c) Modelo Pedagógico Romántico

La principal meta de una escuela debe ser auxiliar a sus alumnos para que sean capaces de encontrar la felicidad propia y es por eso que propone un modelo muy diferente al de las escuelas tradicionales, en las que según los teóricos de este modelo sólo se promueve una atmósfera de miedo. Inculcar a los niños principios altruistas antes de que sean capaces de asimilarlos sólo produce individuos hipócritas y miedosos, pues es a través del miedo como se intenta forzar el interés de alguien. Para que una persona sea feliz necesita primero ser libre para escoger su propio camino. Es por eso que este modelo renuncia a la imposición de cualquier tipo de autoridad moral o jerárquica de hecho (Gómez & Polaina, 2008, p. 60)

d) Modelo Pedagógico Social

La Pedagogía social se interesa en primer lugar por la crítica de las estructuras sociales que afectan la vida de la escuela, particularmente de situaciones relacionadas con su cotidianidad y la estructura del poder. En segundo lugar, se interesa por el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico-reflexivo con el fin de transformar la sociedad (Gómez & Polaina, 2008, p. 66)

La pedagogía social presenta no solamente un lenguaje de crítica, sino también un lenguaje de posibilidades. Los docentes que trabajan bajo este modelo coparticipan con sus estudiantes en la reflexión crítica de sus propias creencias y juicios. De igual manera cuestionan críticamente las fuentes de información que se utilizan en los procesos de enseñanza, entendiendo por fuentes no sólo los libros de texto sino también las fuentes originales, la cultura popular, los diversos discursos que explican un hecho, y el lenguaje, entre otros. Esta deconstrucción crítica del lenguaje y del texto adquiere una singular importancia. Por ejemplo: ¿Qué significados, sentidos y presuposiciones subyacen en la expresión "equidad educativa"? (Gómez & Polaina, 2008, pp. 66-67)

e) Modelo Pedagógico Cognitivo

En la pedagogía o enseñanza se han adaptado muchas teorías derivadas de la psicología. Lo que se cumple también para el caso del modelo o enfoque cognitivo como propuesta pedagógica. Este modelo, salido de las teorías de la psicología cognitiva, la cual está representada por personajes como Piaget, Ausubel, Bruner y Vygotsky; quienes afirman que hay una serie de procesos

cognitivos internos que se presentan en cada sujeto; y que, tales procesos se evidencian y salen al descubierto cuando se evalúa su funcionamiento o cuando se identifica el efecto que hubo después de la presentación de una información. Las teorías de la psicología cognitiva afirman que el aprendizaje, sería principalmente un proceso interno, imperceptible inicialmente, sin embargo, evidenciados en su expresión.

En la enseñanza, las teorías de la psicología cognitiva, se han adaptado a la actividad de aprendizaje de un estudiante en el aula. Además de ello, el modelo cognitivo postula que las emociones y comportamientos de una persona están influenciadas por su manera de percibir una situación o eventos determinados, de tal modo que, un sujeto, más que un simple receptor de estímulo o información sería alguien activo, que influye en su propia percepción de las cosas. De este modo, lo que una persona perciba, está influenciado por la forma en que interpreta tal situación. Lo que significa que, el estudiante, para obtener una mejor percepción de las situaciones tendría que transformarse en un sujeto activo, que actúe sobre su mismo aprendizaje incrementando así las posibilidades de una mejor interpretación de la situación problemática que se le plante. Es decir, el estudiante tendría que construir su propio conocimiento.

En relación a ello, Gómez & Polaina (2008) afirman que, uno de los principales aportes del Enfoque Cognitivo radica en que el sujeto ejerce un papel activo en la construcción de sus propios conocimientos, y en consecuencia, en sus procesos cognitivos y en su desarrollo. De acuerdo a esto, el maestro o docente cumple únicamente una función de facilitador o mediador para la obtención de los aprendizajes de los estudiantes, y es quién genera las situaciones o contextos que originen un conflicto en ellos, obligando a los mismos al cuestionamiento y revalidación de sus propios aprendizajes. El alumno elabora, de este modo, conceptos propios y se apropia de otros nuevos que le ayuden a resolver tales conflictos cognitivos. Generándose una acomodación cognitiva. Posteriormente, se genera nuevos desequilibrios para que el alumno inicie nuevamente otros ciclos de construcción. Esto se realiza de forma continua y permanente.

Por otra parte, algunos investigadores, manifiestan que la mayoría de propuestas didácticas basadas en el enfoque cognitivo se dividen en 3 etapas:

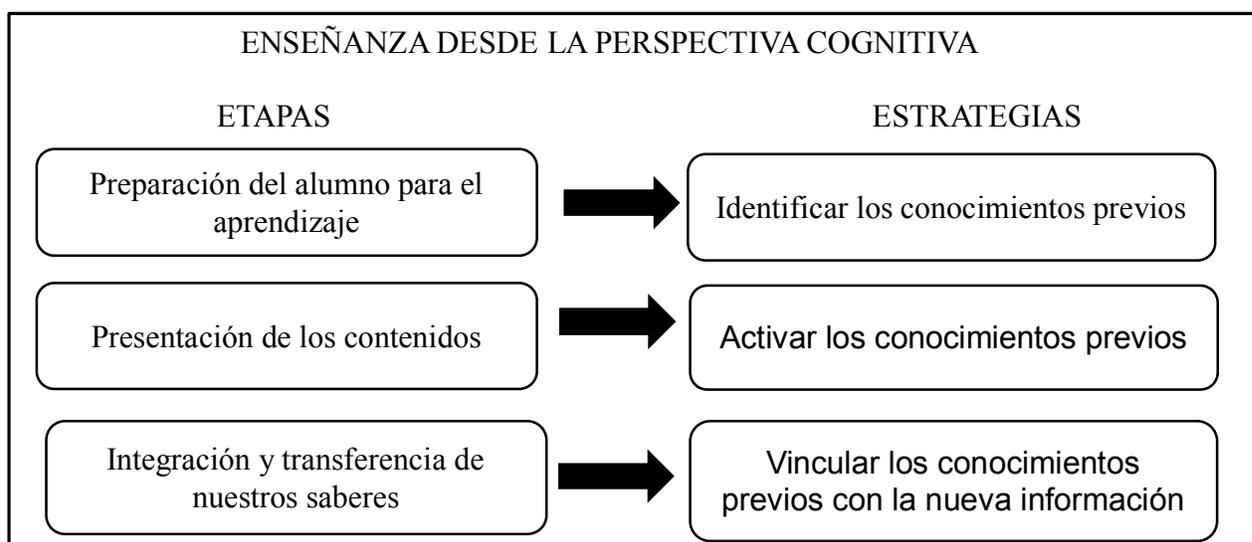
Según lo manifestado por Caldeiro (s.f.) cualquier estrategia didáctica basada en el modelo cognitivo requiere de tres etapas. La primera, consiste a través de la motivación, activar los conocimientos previos del estudiante propiciando así un mejor aprendizaje de éste. La segunda etapa consiste en relacionar los conocimientos previos activados con los nuevos. Finalmente, en

la tercera etapa, se estimula la integración y transferencia de la nueva estructura cognoscitiva adquirida para poder extrapolar y aplicar a nuevas situaciones problemáticas de la vida real.

La presente ilustración muestra dichas etapas de la enseñanza desde la perspectiva de un modelo cognitivo

Figura 1

Etapas de la enseñanza desde la perspectiva cognitiva



Nota. Adaptado de *Enseñanza desde una perspectiva cognitiva*, por Graciela Caldeiro, 2004, https://educacion.idoneos.com/teorias_del_aprendizaje/enfoque_cognitivo/

2.2. COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA

2.2.1. COMPETENCIA:

Hay múltiples definiciones de competencia y estas están en función de la diversidad de contextos de los cuales se traten, como el laboral o educativo; sin embargo, una definición general sería:

Conocimientos que tiene una persona, así como las habilidades que tenga para aplicar sus conocimientos de la manera más adecuada y consiguiendo resultados óptimos, lo convierten en un experto, sujeto competente o adecuado para un contexto determinado (...). De igual forma, según su origen gramatical, la competencia nace del verbo ‘competer’, que significa ‘pertener a’ o ‘incumbir’, lo que da lugar al sustantivo competencia, y al adjetivo competente para indicar apto o adecuado. (Universidad del Norte, 2011, p. 6)

Y una definición más apropiada, en relación a un modelo cognitivo, sería:

La definición de competencia empleada en el enfoque cognitivo incluye todos los recursos mentales que los individuos emplean para realizar las tareas (...) para adquirir conocimientos y para conseguir un buen desempeño (...) Una interpretación más estrecha del enfoque cognitivo gira en torno a las competencias cognitivas especializadas. Estas competencias especializadas hacen referencia a un grupo de prerrequisitos cognitivos que los individuos deben poseer para actuar bien en un área determinada (...). (Weinert, 2001) citado por (Universidad de Granada, 2008, p. 4)

2.2.2. CLASES DE COMPETENCIA:

A. Competencia Profesional:

Según la Organización Internacional del Trabajo OIT (1993) citado por Universidad del Norte (2011) :

Define la competencia profesional como la capacidad que tiene la persona para llevar a cabo una tarea de manera eficaz debido a que posee calificaciones que, a su vez, son la capacidad adquirida para hacer un trabajo determinado o desempeñarse en un cargo. (p. 14)

B. Competencia Laboral

Para Charria, Sarsosa, Uribe y López (2009) citado por Universidad del Norte (2011):

Consideran que no es suficiente las competencias profesionales para lograr un adecuado desempeño en el trabajo, pues se requiere trascenderlas y mostrar en el mercado como se desarrollan y relacionan directamente con comportamientos que ocurren el contexto laboral y que permiten ser más empleable, lo que da lugar a la definición de competencias laborales. (p. 14)

C. Competencia Académica.

Según el informe de la comisión de la Secretary's Comisión on Achieving Necessary Skills SCANS (1993) citado por Universidad del Norte (2011) afirma que:

Las competencias académicas “están asociadas a conocimientos fundamentales que se adquieren en la formación general” (...) y las clasifican en habilidades básicas: capacidad lectora, escritura, matemáticas, hablar y escuchar; desarrollo de pensamiento, constituido por pensamiento creativo, solución de problemas, toma de decisiones, asimilación y

comprensión, capacidad de aprender y razonar; y cualidades personales: la autorresponsabilidad, autoestima, sociabilidad, auto-dirección e integridad. (p. 6)

D. Competencia Matemática:

La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral (Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa, s.f, p. 2)

E. Competencia de Resolución de Problemas:

La competencia de resolución de problemas está relacionada con el desarrollo individual y social de una persona. Por ello, esta cualidad se considera fundamental en el desarrollo de la sociedad.

La competencia resolución de problemas es fundamental para el desempeño del ser humano en la sociedad. Esta le permite enfrentar múltiples situaciones, aprender y aplicar sus conocimientos para buscar, implementar y evaluar posibles soluciones, lo cual requiere de flexibilidad y apertura a nuevas alternativas no necesariamente conocidas. (Petilu & Rainier, 2015, párr. 3)

En el caso de estudiantes de secundaria, la competencia está orientada a relacionar la resolución de problemas en el ámbito académico con lo extraescolar y la vida cotidiana.

Esto está de acuerdo con lo que manifiesta MINEDU (2014) citado por MINEDU (2015) cuando menciona que en la EBR se desarrollan capacidades y competencias básicas e indispensables para actuar en la realidad. Ya sean éstas para resolver un problema o para la obtención de un objetivo. Es decir, en la Educación Básica Regular se aprende a usar los conocimientos y habilidades que les sirvan para enfrentarse a una determinada situación.

En matemáticas, el currículo nacional de la Educación Básica presenta 4 competencias enfocadas en la resolución de problemas:

a) Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio:

Consiste en que el estudiante logre caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Para ello plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones, y usa estrategias, procedimientos y propiedades para resolverlas, graficarlas o manipular expresiones simbólicas. (MINEDU, 2016, p. 136)

b) Resolución de problemas de gestión de datos e incertidumbre:

Consiste en que el estudiante analice datos sobre un tema de interés o estudio o de situaciones aleatorias, que le permitan tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida. Para ello, el estudiante recopila, organiza y representa datos que le dan insumos para el análisis, interpretación e inferencia del comportamiento determinista o aleatorio de estos usando medidas estadísticas y probabilísticas. (MINEDU, 2016, p. 141)

c) Resolución de problemas de forma, movimiento y localización:

Consiste en que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Implica que realice mediciones directas o indirectas de la superficie, del perímetro, del volumen y de la capacidad de los objetos, y que logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, describa trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico. (MINEDU, 2016, p. 144)

d) Resolución de problemas de cantidad:

Consiste en que el estudiante solucione problemas o plantee nuevos problemas que le demanden construir y comprender las nociones de número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además, dotar de significado a estos conocimientos en la situación y usarlos para representar o reproducir las relaciones entre sus datos y condiciones.

Implica también discernir si la solución buscada requiere darse como una estimación o cálculo exacto, y para ello selecciona estrategias, procedimientos, unidades de medida y diversos recursos. El razonamiento lógico en esta competencia es usado cuando el estudiante hace comparaciones, explica a través de analogías, induce propiedades a partir de casos particulares o ejemplos, en el proceso de resolución del problema. (MINEDU, 2016, p. 133)

F. Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética:

Las competencias de resolución de problemas aritméticos son una de las más básicas y principales que se fomentan en el ámbito escolar, ya que, a partir de ellas se desarrollan el resto de competencias matemáticas. Según Blanco, Cardena y Caballero (2015) “Las actividades con las operaciones aritméticas elementales (sumar, restar, multiplicar y dividir) y las de lectura y escritura constituyen en los primeros niveles de la enseñanza una de las primeras referencias para evaluar el aprendizaje escolar(...)” (p. 123)

La característica principal de la formulación de los problemas de aritmética radica en que está estrechamente relacionado con lo concreto, es decir los problemas de aritmética para un mayor efecto tendría que estar relacionado con la vida cotidiana y palpable del estudiante, sin embargo, algunas veces se da mayor énfasis a lo algorítmico:

Cuando proponemos un enunciado de un problema con referencia a una operación aritmética lo hacemos pensando en una situación cotidiana que se desarrolla en tiempo y lugar determinados y que transmitimos con lenguaje específico. Esta referencia a la situación representada en el enunciado del problema debe ser un elemento necesario para comprender los problemas y darles significado a las operaciones implicadas. Sin embargo, los problemas escolares planteados en las aulas se enuncian pensando más en el algoritmo que en la situación planteada. (Blanco, Cardenas, & Caballero, 2015, p. 123)

2.3 PROPUESTA EXPERIMENTAL PROGRAMA EDUCATIVO “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO

2.3.1. CONCEPCIÓN DEL PROGRAMA “ARITMOMÁTICA” BASADO EN EL MODELO COGNITIVO:

El programa educativo ARITMOMÁTICA basado en el modelo cognitivo es un conjunto de actividades lúdico-didácticas apoyadas en un módulo de Autoaprendizaje y las orientaciones del docente funcionando como un andamiaje cognitivo, que se han estructurado en un plan de 8 sesiones diseñadas y adaptadas al programa curricular de 1er grado de educación secundaria de la I.E “8 de Octubre” de Chimbote. En su mayoría, consta de actividades de larga duración, cuya aplicación demanda 135 minutos o más; donde se abordó la parte teórica de los contenidos de Aritmética, incluyendo definiciones, propiedades y presentación de estrategias ; por otro lado, demostración de fórmulas y resolución de problemas con la finalidad de desarrollar las siguientes capacidades básicas propuestas por Miguel Luengo García, docente de didáctica de las matemáticas de la Universidad de Oviedo, quien clasifica a las capacidades cognoscitivas partiendo de la versión general de la taxonomía de Bloom: Reconocimiento, Comprensión, Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación

Este programa permite orientar y desarrollar en los estudiantes la capacidad de resolución de problemas de Aritmética, donde están inmersos diversos procesos cognitivos básicos. Además de ello, fomenta el desarrollo de actitudes que puedan conducir a la obtención de los objetivos fijados. Para ello, se emplearon diversas técnicas pedagógicas basadas en el enfoque cognitivo y estrategias metacognitivas, las cuales permiten desarrollar las competencias matemáticas de resolución de problemas de Aritmética

2.3.2. FUNDAMENTO FILOSÓFICO:

El Naturalismo está fundamentado en los descubrimientos biológicos, psicológicos y sociológicos. Se basa en la experiencia. Manifiesta que aprendemos de la naturaleza y lo natural. La formación científica en Ciencias Naturales es el objetivo de la educación. Considera que el estudiante es centro del proceso educativo. El propósito y meta de la educación consiste en el desarrollo natural del estudiante. Además, fomenta en el estudiante la libertad de la autoexpresión y el autodescubrimiento. Pone énfasis especialmente en la autogestión; pues según esta corriente filosófica, mediante ésta se propicia espacios para la innovación, el aprendizaje y el desarrollo de

los valores. Para ello se requiere la generación de un ambiente educativo flexible, en donde el estudiante pueda explorar y explotar su interioridad; al mismo tiempo desarrollar sus cualidades y habilidades naturales que lo lleven a su maduración.

Rousseau ensalzará (...) el sentimiento, la pasión, la fuerza, el lenguaje, la curiosidad, la necesidad, el afecto y la felicidad naturales. La naturaleza es, en su pensamiento, punto de partida y de contraste: lo natural es bueno, lo artificial maligno (...). Para el filósofo ginebrino no puede contradecirse ni obstaculizarse la tendencia natural pues en ella se engendra un desarrollo que hace del ser humano un ser plenamente (...). Así, obstruir sus instintos, oponerse a su armónico desarrollo, supone negarle a la naturaleza su potencialidad. Lejos de perfeccionar al hombre, resistirse de este modo a su plena actualización, corrompe al ser humano (...). (Vilafranca, 2012, p. 42)

El aprendizaje, se considera como un proceso que se inicia desde el nacimiento de cada individuo y que le permitirá adquirir hábitos que lo conviertan en una persona libre y autónoma. Según el naturalismo, los conceptos que obtiene un individuo se abstraen de la experiencia que nos proporcionan los sentidos. Esta información está en constante transformación, de acuerdo a los procesos cognitivos que interactúan con dicha información; de esta manera el producto de los procesos cognitivos se va haciendo cada vez más complejo, yendo de lo concreto a lo más abstracto.

Esto concuerda con lo que manifiesta Vilafranca (2012) en otra parte de su texto cuando continúa mencionando a Rousseau, quien indica que el impartir o transmitir lecciones desde afuera son inefectivas, ya que el aprendizaje se obtiene de la experiencia directa. Y que la única intervención exterior válida sería aquella que va a favorecer al ejercitamiento y desarrollo de facultades internas propias del infante. Además, estas facultades se desarrollan a través del juego y diversión de una manera natural y espontánea. Según esto, la actividad educativa consiste en proporcionar al estudiante experiencias muy sencillas y básicas, y, sin embargo, nucleares, de modo que induzcan a otras más complejas. La razón es una cualidad impropia y extraña en el infante. Ésta surge posteriormente y como el desarrollo de las demás. La evidencia de esto, se hace claro por su desarrollo tardío y difícil.

2.3.3. FUNDAMENTO PSICOLÓGICO:

La psicología y las teorías de aprendizaje relacionadas con nuestra propuesta del programa educativo ARITMOMÁTICA, se fundamentan en el modelo o enfoque cognitivo de la psicología. Esta corriente considera que el conocimiento se va adquiriendo desde los más tempranos años del niño de acuerdo a las experiencias que se va exponiendo en el mundo que lo rodea, de modo que este se construye mediante la interacción con el ambiente físico y social. Este enfoque cognitivo se centra en la manera cómo los procesos cognitivos interactúan con la información asimilada del ambiente; pasando por diferentes etapas, desde lo más sencillo y concreto a lo más complejo y abstracto.

“El conocimiento, en su origen, no proviene ni de los objetos ni de los sujetos, sino de las interacciones —al principio inextricables— entre el sujeto y los objetos.” (Piaget, 1983) citado por (Gutiérrez F. , 2005, pp. 68-69)

El modelo Cognitivo del Aprendizaje manifiesta que los diversos procesos del aprendizaje podrían explicarse principal y básicamente por medio del análisis de los procesos mentales que están en constante interacción con su entorno. Según la teoría cognitiva el sujeto aprende interactuando sobre su entorno.

“El conocimiento no es una copia de la realidad. Conocer un objeto, conocer un evento, no es simplemente verlo y hacer una copia mental o imagen de él. Conocer un objeto es actuar sobre él, es modificarlo, transformarlo y entender el modo como está construido”. (Piaget, 1964) citado por (Gunset, 2012, p. 11)

2.3.4. FUNDAMENTO PEDAGÓGICO:

El modelo cognitivo en pedagogía presenta las siguientes teorías más influyentes: El aprendizaje significativo de Ausubel y el aprendizaje por descubrimiento de Bruner

A. El aprendizaje Significativo de Ausubel:

En lo referido al aprendizaje significativo, el enfoque cognitivo considera que, para adquirir bases sólidas en el aprendizaje de un determinado tema, tendría que desarrollarse y adquirir aprendizajes significativos. Este aprendizaje significativo, permite ir adquiriendo progresivamente una base

sólida en el andamiaje cognitivo, de tal modo que permitirá adquirir contenidos y procedimientos de una manera más duradera y con mayor sentido para el aprendiz. Tal aprendizaje significativo, según algunos teóricos de la psicología cognitiva, se logra relacionando los aprendizajes nuevos con los adquiridos anteriormente. En el aprendizaje de contenidos, las capacidades cognitivas como análisis y síntesis, permiten ir construyendo mediante un proceso de asimilación y acomodación enmarcado en colaboración con los pares y los docentes, conocimientos nuevos que perduraran en la memoria de manera más duradera y además permitirán que la aplicación a la resolución de problemas se haga más rápida y con más eficacia.

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983) citado por (Palomino, Delgado, & Valcarcel, 2006, p. 3)

Para Romero (2009) el aprendizaje significativo surge cuando el estudiante va a relacionar una nueva información o conceptos nuevos, que se le proporcione, con una anterior información o anteriores conceptos que forman parte de sus estructura cognitiva. De este modo, la nueva información adquiere un sentido para él. En este punto se diría que él es el propio constructor de su conocimiento.

El enfoque cognitivo también plantea que el individuo podría construir su propio conocimiento y que este que se va desarrollando como resultado de dos factores: su propia naturaleza y su medio ambiente en que vive. De tal manera que sus construcciones cognitivas, más que una copia de la realidad, se van elaborando y consolidando a partir de la información que ha recibido de sus experiencias, lo que le ha dado una nueva y particular percepción de la situación a la que ha sido expuesta.

“La nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente” (Ausubel, 1983) citado por (Palomino, Delgado, & Valcarcel, 2006, p. 3)

Ahora bien, junto al conocimiento previo existen otros procesos psicológicos que actúan como mediadores entre la enseñanza y los resultados del aprendizaje: la percepción que tiene el alumno de la escuela, del profesor y de sus actuaciones; sus expectativas ante la enseñanza; sus motivaciones y actitudes; las estrategias de aprendizaje que es capaz de utilizar, etc. En definitiva, los significados que finalmente construye a partir de lo que se le enseña no dependen sólo de los conocimientos previos que posea y de su puesta en relación con el nuevo material de aprendizaje, sino también del sentido que atribuye a éste y a la propia actividad de aprendizaje. (Romero, 2009, p. 3)

B. El aprendizaje por descubrimiento de Bruner:

Esta teoría del aprendizaje por descubrimiento o aprendizaje heurístico, se caracteriza principalmente por promover en el alumno (aprendiente) la adquisición de conocimientos por sí mismo. Se considera una nueva forma de entender la educación que reemplaza a los métodos educativos más tradicionales. El énfasis de esta teoría reside en que los contenidos, más que mostrarse en su forma final y culminada, tendrían que descubrirse progresivamente por los aprendices. Bruner considera que el aprendizaje se desarrolla y fortalece cuando los estudiantes aprenden a través de un descubrimiento orientado por otra persona y además de este modo se genera un afán por la exploración motivada por la curiosidad.

“El aprendizaje por descubrimiento consiste en que el estudiante obtenga conocimientos por sí mismo” (Bruner, 1961) citado por (Schunk, 2012, p. 226)

La labor del docente consiste en proporcionar el material adecuado para estimular a los aprendices con estrategias que desarrollen capacidades cognitivas. De tal modo que, el objetivo final del aprendizaje por descubrimiento sería que los alumnos puedan descubrir cómo funcionan las cosas de un modo activo y autónomo. El material proporcionado por el docente forma parte de lo que Bruner denomina andamiaje. De este modo se fomenta la aplicación de sus propias estrategias metacognitivas.

En relación con ello Bruner (1972) citado por Jairo (1993) manifiesta que el docente o maestro es, además de la persona que imparte la información, una figura simbólica o símbolo del proceso educativo. Con esa figura, los estudiantes muchas veces se identifican y se comparan. Según esto, agrega que, es muy probable todos recuerden a aquel maestro entusiasta que causó impacto en la época escolar. Estas imágenes son de gran aprecio.

2.3.5. PROCESOS DIDÁCTICOS:

Son los procesos didácticos en los que está estructurada cada sesión de aprendizaje que forma parte del programa educativo “ARITMOMATICA”. Se realizan secuencialmente, sin embargo, hay una permanente interacción y relación implícita entre ellos. Son los siguientes:

✓ **Generador motivacional:**

Primera etapa, se la considera esencial para despertar la atención del estudiante sobre los contenidos de Aritmética a impartirse y estimula la participación del estudiante. Predispone al estudiante para enfrentar las posteriores situaciones didácticas que se presenten.

La motivación se constituye en el motor del aprendizaje; es esa chispa que permite encenderlo e incentiva el desarrollo del proceso. Según Woolfolk “la motivación se define usualmente como algo que energiza y dirige la conducta”. De esta manera, entra a formar parte activa del accionar del estudiante. (Ospina, 2006, p. 158)

La motivación que realizamos consistió en la presentación de materiales organizados en un juego didáctico y una situación problemática que generó un conflicto cognitivo.

✓ **Verificación:**

En esta fase el estudiante consolida la información básica presentada en la etapa motivacional empleando su memoria a corto plazo. De esta manera, se verifica que las nociones básicas se hayan interiorizado, comprobando que el estudiante pueda interpretar con claridad y de manera adecuada tales nociones básicas que en la etapa anterior se han asimilado.

El proceso de memorización, interno al sujeto, debe principiar por la estimulación que aporta el medio ambiente y que afecta o impacta a los órganos receptores: los sentidos. Permanece el estímulo en éstos sólo el tiempo necesario para transmitir la señal al sistema que efectúa su representación conceptual, la segunda estructura. El registro sensorial representa la entrada al sistema (input), y se refiere a las percepciones que constituyen un análisis interpretativo de datos y no la sensación inicial. (Martínez, 1994, p. 5)

✓ **Desarrollo de contenidos:**

En esta fase se imparte los contenidos de manera explícita por parte de los docentes que hacen de mediadores y orientadores en el del proceso de aprendizaje. Los estudiantes asimilan los

contenidos impartidos aplicando los principios, reglas, estrategias y procedimientos proporcionados por el docente para resolver las situaciones didácticas presentadas. El estudiante permanece activo durante este proceso, interactuando con sus pares y expresando sus opiniones e iniciativas que puedan resolver las situaciones planteadas.

En otros términos, el profesor debe actuar como mediador del aprendizaje, ubicándose más allá del modelo de profesor informador y explicador del modelo tradicional. Esto supone que pueda seleccionar adecuadamente los procesos básicos del aprendizaje en cada materia y subordinar la mediación a su desarrollo, a través del uso de estrategias cognitivas y metacognitiva (Gutiérrez Á. , 2008, p. 1)

Sobre los contenidos algunos autores consideran que:

Actualmente este término tiene un significado más amplio. Es todo aquello que hay que aprender para alcanzar los objetivos de aprendizaje, que no sólo incluyen capacidades cognitivas, sino que incluyen todas las capacidades inherentes al ser humano, como las psicomotrices, afectivas, de relación, etc. (Murillo, 2010, p. 48)

✓ **Incubación:**

Fase en la que los estudiantes desarrollan su capacidad reflexiva para la resolución de situaciones problemáticas. Continúa de la fase anterior o se realiza a la par con ello: en esta parte se emplea un MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE confeccionado y diseñado por los docentes de acuerdo a las características propias y particulares del grupo de estudiantes a las que se está aplicando el programa ARITMOMÁTICA. Desarrollando el módulo de autoaprendizaje los estudiantes se motivan a sí mismos y desarrollan su capacidad de reconocimiento (memoria), comprensión, aplicación y análisis orientados por el docente, quien fomenta en esta etapa el aprendizaje autónomo del estudiante. En esta etapa se fomenta que el mismo estudiante elabore su propio conocimiento y estrategias metacognitivas.

Para poder desarrollar este tipo de aprendizaje, es necesario que los docentes acompañen y retroalimenten las actividades adecuadas a los estilos, necesidades de los estudiantes, es decir que el estudiante asume un papel activo en su aprendizaje y el docente como facilitador al desarrollo de esa autonomía. Para colaborar con este tipo interacciones es necesario diseñar prácticas educativas que posibiliten un clima de

diálogo, colaboración y confianza además que sean flexibles para adecuarse a las características y necesidades del estudiante. (Massié, 2010, p. 5)

✓ **Resolución de problemas:**

Etapa en la que desemboca las fases anteriores y donde el estudiante demuestra su capacidad de síntesis como resultado de movilizar y desarrollar de las capacidades anteriores. En esta etapa se desarrolla la situación problemática presentada en la etapa motivacional y algunas otras diseñadas de acuerdo a las características de los estudiantes, de tal modo que desarrollen y apliquen su capacidad de síntesis. Ponen en práctica lo aprendido e interiorizado en las etapas anteriores.

La solución de problemas se refiere a los esfuerzos que deben hacer las personas para lograr una meta a la que no pueden llegar de manera automática, es decir, a los esfuerzos por resolver un problema para el que no tienen una solución automática (...) todos los problemas presentan un estado inicial, la situación o nivel de conocimientos actual de quien resuelve el problema; [así también] tienen una meta que el aprendiz trata de lograr. (Schunk, 2012) citado por (Herrera, Espinosa, Saucedo, & Diaz, 2010, p. 110)

✓ **Evaluación:**

La evaluación presenta dos aspectos interrelacionados uno con otro. El primero está en relación con el logro de los aprendizajes o las metas de enseñanza. El segundo está relacionado con la metacognición. La evaluación de los aprendizajes de los estudiantes es un proceso continuo e integral. Continuo, por lo que, para obtener aprendizajes efectivos, la evaluación tendría que realizarse permanentemente. Integral, por lo que se evalúa tanto la obtención de los aprendizajes como el proceso para tal logro. La evaluación por parte del docente capacitado para observar la obtención de los objetivos de aprendizaje aporta objetividad al proceso de evaluación. Según en qué punto se ubique el estudiante se podría realizar una retroalimentación correspondiente a los temas en lo que es deficiente.

Además de la evaluación exterior, también está la autoevaluación por parte del mismo estudiante, en la cual valora sus propios resultados y los compara con los objetivos propuestos. Según esto, una vez realizado la autoevaluación por el mismo estudiante, podría realizar la superación de sus propios conflictos cognitivos, y de esta manera elaborar nuevas conjeturas o nuevas estrategias que lo lleven a desarrollar procesos de pensamiento más complejos. Al mismo tiempo que realiza una autovaloración permanente. Ello está relacionado con la metacognición.

Esto implica la obtención de informaciones que permitan la elaboración de juicios «válidos» acerca del alcance de determinado objetivo, de la eficiencia de un método, etc. Para el logro de esas informaciones la evaluación utiliza la medición, la cual garantiza datos más válidos y confiables en los cuales fundamentar los juicios. (Martinez-Salanova, s.f, p. 3)

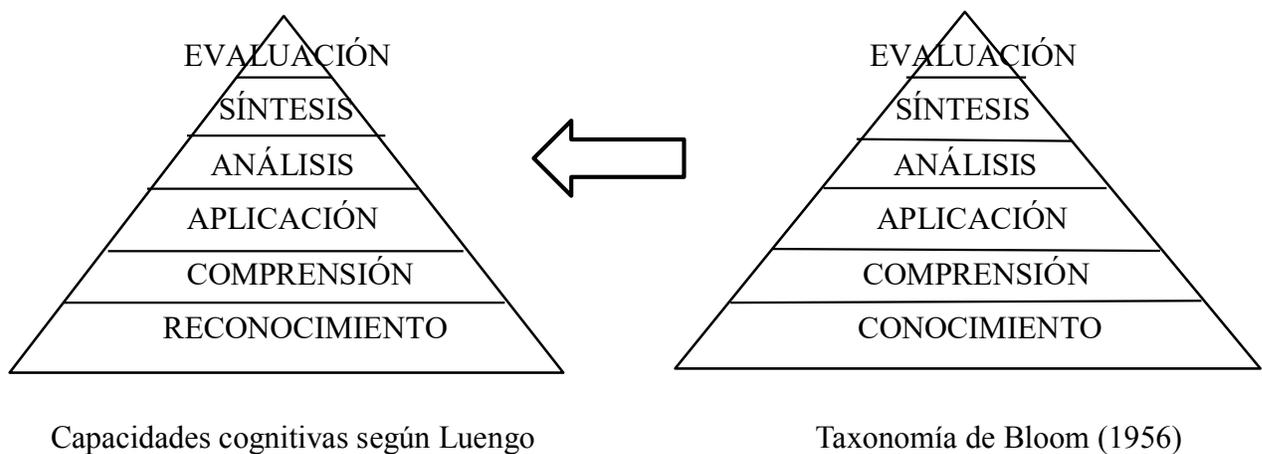
2.3.6. CAPACIDADES COGNITIVAS:

Son potencialidades inherentes a la persona y estas se pueden desarrollar a lo largo de toda su vida, dando lugar a la determinación de los logros educativos o la obtención de competencias en el estudiante. En la presente investigación se ha diseñado un programa denominado “ARITMOMÁTICA” tomando en cuenta las capacidades planteadas en la taxonomía de Bloom aplicada a las matemáticas. Se ha tomado como referencia al autor Miguel Luengo García, quien adapta las capacidades cognoscitivas de Bloom a las matemáticas. Luengo presenta las siguientes capacidades aplicadas las matemáticas como requisito para desarrollar la competencia de resolución de problemas: Reconocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

El objetivo de este trabajo es tratar de obtener una clasificación de las capacidades cognoscitivas aplicada directamente a las Matemáticas, partiendo de la enunciada con carácter general por Bloom (1956). Las capacidades afectivas también se mencionan, aunque reduciéndolas a las que son menos difíciles de observar en la clase. (Luengo, 1998, p. 203)

El siguiente grafico resume las capacidades presentadas por Miguel Luengo que se han adaptado de las capacidades formuladas por Bloom

Figura 2: Capacidades cognitivas adaptadas a las matemáticas según Luengo



Nota. Adaptado de “Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas”(p.203), por M. Luengo, 1998, *Aula abierta* N°71

A. RECONOCIMIENTO (MEMORIZACIÓN)

En esta capacidad el estudiante recuerda las definiciones, los métodos, procedimientos, estrategias, etc... que se presenta tanto en la parte motivacional como a lo largo del proceso aprendizaje-enseñanza. Los elementos que podrían recordarse son: datos (terminologías, hechos específicos, clasificaciones, formulas operativas), conceptos y métodos

Capacidad por la cual se recuerdan las definiciones, los métodos, procedimientos, las fórmulas, los enunciados de los principios (proposiciones y teoremas), el lenguaje matemático, etc.

El estudio de las matemáticas exige disponer de informaciones de carácter memorístico archivadas en la memoria. (Luengo, 1998, p. 204)

B. COMPRENSIÓN

En esta capacidad se fomenta la capacidad de comprensión en el estudiante. Esto se desarrolla mediante la interpretación de conceptos, una línea de razonamiento (comprensión de algunas reglas y procedimientos), traducción de elementos explícitos de un problema de un lenguaje a otro e interpretar un problema

“Se trata de comprender el significado literal de una información que se presenta de una manera explícita, sin complicaciones excesivas. Para comprobar que ha habido comprensión debe hacerse a través de una “traducción” a un caso particular.” (Luengo, 1998, p. 206)

C. APLICACIÓN

En esta capacidad se realiza el empleo directo de fórmulas, procedimientos, etc.; esto implica: resolver problemas rutinarios, manipular e interpretar datos y obtener conclusiones.

“Es el uso adecuado de principios, fórmulas, etc..., en situaciones concretas. Debe haber “selección” de lo que se aplica” (Luengo, 1998, p. 208)

D. ANÁLISIS:

En esta capacidad el estudiante puede manipular los elementos dados en la información descomponiendo la totalidad de la información presentada en sus partes o elementos, haciendo

explicito lo implícito. Dicha capacidad se desarrolla cuando: comprende ciertos conceptos y el porqué de ciertos procedimientos y demostraciones, obtiene relaciones entre elementos de una situación problemática rutinaria y proponer una alternativa para resolverla.

“Se trata de comprender y manipular una información con datos poco explícitos mediante la fragmentación en sus elementos más relevantes de manera que las relaciones entre dichos elementos se hagan cada vez más explícitas.” (Luengo, 1998, p. 209)

E. SÍNTESIS:

En esta capacidad el estudiante resume lo aprendido anteriormente para poder emplearlo en la resolución de situaciones problemáticas novedosas incluso presentadas por primera vez. De este modo, el estudiante puede elaborar nuevos contenidos cognitivos, como estrategias propias para resolver la nueva situación problemática.

“Se trata de manipular elementos de distintos tipos (conceptos, fórmulas, principios, etc.), para elaborar una estructura nueva de forma explícita” (Luengo, 1998, p. 210)

F. EVALUACIÓN:

En esta capacidad el estudiante evalúa su propio aprendizaje tanto desde su propia perspectiva como desde el docente, de tal modo que habría una evaluación intrínseca y extrínseca. Además, que emite juicios valorativos sobre su propio aprendizaje

“Juicios valorativos cuantitativos y cualitativos sobre el grado con que unos métodos cumplen con los fines propuestos, empleando criterios de apreciación libre selección o impuestos.” (Luengo, 1998, p. 203)

2.3.7. ROL DEL DOCENTE:

El docente realiza un rol de facilitador y mediador del proceso de aprendizaje-enseñanza de acuerdo a su propósito educativo. Organiza situaciones de aprendizaje dándole un significado. El docente tendría la capacidad de identificar las motivaciones e intencionalidades de los estudiantes para poder empatizar con ellos.

El docente realiza un rol motivacional, incentivando constantemente a los estudiantes y dirigiendo su atención a determinados aspectos en los que el manifieste satisfacción por la construcción de su propio aprendizaje.

Orientador y facilitador del proceso de aprendizaje de manera personal y grupal. El docente está dispuesto a atender las diferencias personales y procesos individuales de cada estudiante.

Diseñador de situaciones de aprendizaje. Que propicien el desarrollo de capacidades cognitivas y se obtenga el desarrollo de la competencia especificada, estimulando el desarrollo de la abstracción y la autonomía en el estudiante, mediante estrategias metacognitivas.

2.3.8. ROL DEL ESTUDIANTE:

- Al estudiante se le considera el responsable de su propio aprendizaje y el que interactúa con su medio educativo en cada actividad concreta que se le presenta.
- Elabora sus propios procedimientos y contenidos, participando en las dinámicas que el docente propone, mediante una actividad racional, analítica, emotiva y reflexiva.
- Formula sus propios problemas de una manera autónoma como un ejercicio de metacognición
- Comprende sus propios procesos de aprendizaje fomentando un aprendizaje significativo y permanente.
- Realiza sus actividades de aprendizaje de manera cooperativa y en equipo, respetando las diferencias interpersonales y propiciando una convivencia pacífica.

2.3.9. ESTRATEGIAS Y TÉCNICAS:

- Técnica interrogativa: se emplean constantemente para motivar en el estudiante la expresión de sus opiniones o posibles respuestas a situaciones problemáticas planteadas.
- Técnica de lluvia de ideas: Se aplica especialmente al inicio de la sesión, en la parte motivacional y del planteamiento de la situación problemática. Mediante ella, se motiva al estudiante a emitir sus opiniones y apreciaciones respecto a una situación problemática concreta.
- Técnica de presentación de un conflicto cognitivo: empleado en la parte inicial de la sesión durante la parte motivacional o inmediatamente después de ello para fomentar en el estudiante la actitud investigativa. Mediante ello, activa aprendizajes anteriores, los que relaciona con los nuevos adquiridos recientemente, generando un aprendizaje significativo.
- Técnica expositiva: para proporcionar los contenidos correspondientes a un tema específico.

2.3.10. MEDIOS Y MATERIALES:

Los medios son el conjunto de canales a través de los cuales se comunica la información. Los materiales son los recursos mediante los cuales nos informamos sobre los temas tratados de

manera concreta. Los materiales son instrumentos y herramientas que facilitan el proceso de aprendizaje-enseñanza empleados por el alumno y el docente. Permite la adquisición de habilidades, destrezas, capacidades y contenidos por el estudiante y consolida los aprendizajes.

Los materiales empleados en nuestra investigación fueron:

- a) **Módulo de auto aprendizaje:** está conformado por un grupo de páginas que conforman una separata de hojas elaboradas intencionalmente para que el estudiante interactúe con el contenido presentado. Este módulo presenta 2 partes: una parte donde el estudiante realizara actividades con apoyo del docente y otra donde las realiza por sí mismo, sin apoyo alguno. Estos 2 tipos de actividades se presentan de manera alternada. A lo largo de este módulo se presenta señales que indica la dirección que tendría que tomar el estudiante para poder obtener el desarrollo de las capacidades cognoscitivas. El módulo está diseñado para la obtención del objetivo aprendizaje: Desarrollar la competencia de Resolución de problemas de aritmética.

- b) **Materiales y juegos didácticos:** conformados por juegos y materiales didácticos confeccionados y adaptados para cada sesión y tema tratado.
 - Hojas bond: blancas y de colores que permitirán complementar y desarrollar las actividades indicadas durante la sesión
 - Plumones y colores: que le permitirán interactuar con los materiales y juegos didácticos.
 - Papelotes: en los cuales se presenta información especialmente seleccionada con la cual interactuarán los estudiantes.

2.3.11. EVALUACIÓN:

Para comprobar que el objetivo de la investigación, que consiste en desarrollar la competencia cognitiva de resolución de problemas de aritmética, se haya obtenido; la evaluación del programa aplicado se realizó en los siguientes momentos: inicial, procesal y final; para ello se empleó los siguientes instrumentos:

- **Pre-test (M. inicial):** Esta misma prueba evalúa el programa y la investigación; a través de ésta, se puede medir el nivel en que están los estudiantes antes de iniciar la investigación; para ello, se aplicó el respectivo pre-test y en su elaboración se tuvo en cuenta los indicadores propuestos en la operacionalización de las variables.

- **Evaluaciones formativas (M. procesal):** Evaluaciones realizadas en cada sesión para evaluar el proceso de aprendizaje durante la aplicación del programa. Estas evaluaciones son aplicadas durante las 8 sesiones que dura el programa. Se elaboraron 8 evaluaciones parciales
- **Ficha de observación directa (M. procesal):** esta evaluación de proceso se realiza por medio de la ficha de observación que evalúa las actitudes de los estudiantes durante la sesión.
- **Post-test (M. Final):** está formada por la misma prueba que se aplicó en el pre-test para evaluar el programa y la investigación; a través de ella se podría medir el grado de significancia del programa ARITMOMATICA probando que el programa tuvo resultados satisfactorios o por el contrario resultados deficientes.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y

MÉTODOS

CAPITULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN:

Esta investigación fue de tipo CUANTITATIVO CUASI-EXPERIMENTAL, pues estudia la relación causa-efecto entre el Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el Modelo Cognitivo y La Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er. grado de educación secundaria de la Institución Educativa 88009 “8 de Octubre”, 2019. Tuvo además la finalidad de controlar la primera variable o variable independiente.

3.2. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN:

Para comprobar la hipótesis se empleó el diseño cuasi-experimental de dos grupos equivalentes, un grupo experimental y un grupo de control, a los cuales se le aplicó un pre-test y post-test:

GRUPOS	PRE-TEST	ESTÍMULO	POST-TEST
G.E.	O ₁	X	O ₂
G.C.	O ₃	---	O ₄

Dónde:

G.E: Grupo Experimental, constituido por los 23 alumnos del 1er. grado “A” de secundaria, a quienes se aplicó el programa ARITMOMÁTICA

G.C: Grupo de Control, constituido por los 23 estudiantes del 1er. grado “B” de secundaria, el que permaneció sin la aplicación del programa ARITMOMÁTICA

X: Estímulo, “Programa basado en modelo cognitivo” aplicado únicamente al grupo experimental

O₁ y O₃: Resultados del Pre-test, tanto para el grupo experimental y grupo control.

O₂ y O₄: Resultados del Post-test, tanto para el grupo experimental y grupo control.

3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

3.3.1. Población:

La población estuvo conformada por el total de estudiantes del 1er. grado de educación secundaria de la Institución Educativa 89009 “8 de Octubre”, los cuales fueron 46 estudiantes.

Tabla 1:*Estudiantes del 1er grado A'y B'de secundaria de la IE 89009 "8 de Octubre"*

SECCIONES		A	B	TOTAL
Alumnos	Varones	12	12	24
	Mujeres	11	11	22
TOTAL		23	23	46

Nota. Ésta tabla ha sido obtenida de la nómina de matrícula del 1er grado de secundaria de la IE 88009 “8 de octubre” del año 2019

3.3.2. Muestra:

Para elegir el tamaño de la muestra se empleó el MUESTREO CENSAL; Es decir se tomó la totalidad de la población por haber un número pequeño de estudiantes, como se detalla:

Tabla 2*Muestra con el grupo experimental y grupo de control*

Grupo		GRUPO CONTROL	GRUPO EXPERIMENTAL
Sección		1ro. A	1ro. B
Alumnos	Varones	12	12
	Mujeres	11	11
Total		23	23

Nota. Esta tabla ha sido obtenida de acuerdo a la información de la tabla 1

3.4. VARIABLES DE INVESTIGACIÓN

3.4.1. Variable Independiente: Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el modelo cognitivo

3.4.2. Variable Dependiente: Competencia de resolución de problemas de Aritmética.

3.5. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

Variable Independiente: Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el modelo cognitivo

VARIABLE INDEPENDIENTE	DIMENSIONES (PROCESOS DIDÁCTICOS)	DEFINICIÓN	INDICADORES
Programa "ARITMOMÁTICA" basado en el modelo cognitivo	GENERADOR MOTIVACIONAL	Predispone al estudiante para enfrentarse al contexto de procesos didácticos	A.-Se observa motivación intrínseca en el estudiante B.- el estudiante muestra interés para resolver situaciones problemáticas. C.-Participa constantemente en el desarrollo de la sesión D.-Aumenta la iniciativa del estudiante, para desarrollar las actividades de los procesos didácticos.
	VERIFICACIÓN	Consolida la información básica de manera memorística impartida en la etapa del generador motivacional , verificando su asimilación	E.-Recuerda la información proporcionada en la etapa motivacional. F.-Expresa conceptos básicos proporcionados en la etapa motivacional. G.-El estudiante participa de manera activa en la actividad lúdica-didáctica. H.- El estudiante muestra iniciativa durante el desarrollo de la actividad lúdica.
	DESARROLLO DE CONTENIDOS	Asimila los contenidos que se imparten en esta etapa(conceptos, reglas, procedimientos y estrategias), los cuales se aplicaran en la etapa de resolución de problemas	I.-Demuestra la asimilación de contenidos (conceptos, reglas, procedimientos y estrategias) de manera explícita. J.- El estudiante expresa con sus propios términos los conceptos, reglas, procedimientos y estrategias proporcionadas. K.- Relaciona y combina contenidos impartidos en esta etapa. L.-selecciona y clasifica la información según características y propiedades para luego aplicarlas.
	INCUBACIÓN	Desarrolla la capacidad de análisis, interpretación, reflexión y procesamiento de la información centrándose en el empleo de datos para obtener un resultado en la resolución de problemas.	M.- Describe de manera clara sus estrategias que lo conducen a obtener resultados deseados. N.-Demuestra análisis de la información sobre aritmética para solucionar situaciones problemáticas. Ñ.-Emplea aprendizajes previos para comprender e interpretar nuevas situaciones problemáticas. O.- Muestra interés en reflexionar para obtener alternativas de solución.
	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Aplica los contenidos desarrollados anteriormente a la resolución de problemas, fomentando la capacidad de síntesis.	P.- Aplica estrategias, recursos, procedimientos y propiedades para resolver problemas. Q.-El estudiante expresa la estrategia y procedimientos que aplico en la resolución de problemas. R.- Aplica nuevas estrategias propias y elaboradas por el mismo, para la resolución de problemas. S.-Aplica recursos estratégicos de la manera más sintetizada y resumida posible y la expresa del mismo modo. Muestra capacidad de síntesis
	EVALUACIÓN Y METACOGNICION	Motiva y comprueba aprendizaje, favoreciendo la autonomía y autoevaluación respecto a cómo se aprende, piensa, atiende y actúa.	T.-El estudiante está motivado para el logro de nuevos aprendizajes. U.-Manifiesta invención para obtener soluciones a las situaciones problemáticas, reforzando el pensamiento divergente V.- Muestra y hace del aprendizaje una actividad satisfactoria. W.- El estudiante se da cuenta de su propio proceso de aprendizaje, lo evalúa y lo regula.

Variable dependiente: Competencia de resolución de problemas de Aritmética

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSIONES (CAPACIDADES)	DEFINICIÓN OPERACIONAL	INDICADORES
<p>COMPETENCIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</p>	<p>RECONOCIMIENTO (percepción y memoria)</p>	<p>Recuerda las definiciones, los métodos o procedimientos, las formulas, los enunciados de los principios(teoremas) etc.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Recuerda términos y conceptos de manera clara y precisa. -Narra hechos sobre personajes matemáticos y evoca fechas. -Clasifica conceptos de acuerdo a sus características particulares tomando en cuenta sus diferencias y similitudes. -Recuerda formulas o principios relacionados con la aplicación de una metodología.
	<p>COMPRESIÓN</p>	<p>Comprende el significado literal de una información que se presenta de una manera explícita y traduce lo que comprende a un caso particular.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Traduce conceptos y principios con sus propios términos. -Explica una línea de razonamiento que incluya la comprensión de alguna regla y procedimiento. -Traduce los elementos explícitos de un problema de un lenguaje a otro. -Interpreta un problema matemático con datos explícitos.
	<p>APLICACIÓN</p>	<p>Emplea adecuadamente los principios y formulas en situaciones concretas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Resuelve problemas rutinarios. -Establece relaciones entre elementos o situaciones proporcionadas anteriormente y otras nuevas. -Usa datos particulares para elaborar algoritmos. -Produce conclusiones a partir de datos particulares dados anteriormente.
	<p>ANÁLISIS</p>	<p>Comprende y manipula la información con datos poco explícitos mediante la fragmentación en sus elementos principales de manera que las relaciones entre dichos elementos sean más explícitas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Comprende ciertos conceptos o principios y la causa o razón de los procedimientos o demostraciones. -Descubre relaciones entre elementos de un problema. -Resuelve problemas no rutinarios sin que hayan sido estudiados antes. -Identifica los elementos de una información o situación y reconoce como encajan en una estructura coherente y organizada.
	<p>SÍNTESIS</p>	<p>Manipula elementos de distintos tipos (conceptos, formulas, etc.) para formar una estructura nueva aplicable a situaciones , que se exprese de forma explícita</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Utiliza conocimientos y técnicas propias y apropiadas para resolver problemas nuevos. -Aplica procedimientos y métodos de temas anteriores en contenidos nuevos sin relación aparente entre ellos.
	<p>EVALUACIÓN</p>	<p>Valora de manera cualitativa y cuantitativa el grado con que unos métodos cumplen con los objetivos propuestos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Saca conclusiones de una investigación como consecuencia de una síntesis realizada anteriormente. -Valora el grado de aprendizaje obtenido por el mismo estudiante.

3.6. TÉCNICAS, INSTRUMENTOS Y PROCEDIMIENTOS DE INVESTIGACIÓN

3.6.1. Procedimientos de investigación:

Para elaborar el Informe de investigación sobre lo aplicado en la Institución Educativa “8 de Octubre” se procedió de la siguiente manera:

- Observación e identificación del problema.
- Revisión de la bibliografía relacionada con las variables.
- Coordinación con los directivos y docentes de la I.E.
- Aprobación del proyecto de investigación.
- Elaboración y validación de los instrumentos de evaluación
- Coordinación con la I.E. “8 de Octubre” con la finalidad de informar y sensibilizar a la población estudiantil objetivo sobre lo esencial de su colaboración para concretizar la aplicación de nuestra investigación.
- Aplicación de un pre test a los estudiantes del grupo control y experimental.
- Procesamiento y análisis de la información obtenida en los pre test.
- Aplicación de un post test a los estudiantes del grupo de control y experimental.
- Evaluación y análisis de la información obtenida en los post test
- Elaboración del informe de investigación

3.6.2. Técnicas de investigación

- **Observación:** Permitió recoger la información de forma directa y sistemática, haciendo un seguimiento a los estudiantes para así poder determinar sus progresos a medida que se fue aplicando el programa basado en el enfoque cognitivo en cada una de las actividades.
- **Los Test:** Se utilizó para obtener información relacionada al desarrollo de la competencia de resolución de problemas de Aritmética que han alcanzado los educandos. Nos permitió identificar el nivel de desarrollo alcanzado de los estudiantes antes y después de la aplicación de la propuesta Programa “ARITMOMÁTICA” Basado en el Enfoque Cognitivo.
- **Investigación bibliográfica:** Para la elaboración sólida de un sustento teórico en la que se fundamente nuestra investigación se revisó la bibliografía pertinente que hagan referencia y esté relacionada con investigaciones sobre el tema que estamos proponiendo. Tal bibliografía se seleccionó mediante fichas textuales, apuntes, comentarios o de resumen.

3.6.3. Instrumentos de investigación

- **Pre-Test:** Realizado antes de la aplicación de la propuesta Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el modelo cognitivo y permitirá obtener información sobre ambos grupos (control y experimental). Este test consiste en una prueba para determinar el nivel del Desarrollo de la competencia de resolución de problemas de Aritmética antes de la aplicación de la propuesta.
- **Post-Test:** Realizado después de la aplicación de la propuesta Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” Basado en el Modelo Cognitivo. Se aplicará a ambos grupos (control y experimental). Consiste en una prueba para determinar el nivel del desarrollo de la Competencia de Resolución de problemas de Aritmética luego de la aplicación de la propuesta.
- **Guía de observación:** Para obtener información y evaluar la dinámica de la sesión y el desempeño de los estudiantes durante la aplicación del programa. La guía de observación se considera una prueba donde se verifica que la Variable Independiente (Programa Educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el modelo cognitivo) tendrá su efecto e influencia en la Variable Dependiente (Competencia de resolución de problemas de Aritmética).
- **Evaluaciones de sesión:** Para evaluar el avance y la efectividad que tendría el programa educativo a medida que se va avanzando en las sesiones. Los resultados de la evaluación de cada sesión, fueron incrementando a medida que se avanzó en el programa, lo que comprueba el desarrollo de las competencias de resolución de problemas de aritmética

3.7. MÉTODOS DE PROCESAMIENTO DE DATOS.

3.7.1. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO:

Para el procesamiento de los datos se utilizó las técnicas de estadística, tanto la descriptiva como la inferencial.

A. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Permitió recolectar, clasificar, ordenar e interpretar la información obtenida en el pre-test y en el post-test de ambos grupos. Para ello, se consideró las siguientes medidas de tendencia central y de dispersión:

a) **Media aritmética:** Permitió informarnos sobre la media del puntaje de los estudiantes del grupo experimental y control

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{n}$$

b) **Mediana:** Permitió informarnos sobre el valor central o punto medio de la distribución de los puntajes obtenidos en el pre y pos test aplicados a los estudiantes del grupo experimental y control

$$Me = Y_{i-1} + \frac{C_i(\frac{n}{2} - F_i - 1)}{f_i}$$

c) **Moda:** Permitió informarnos sobre la calificación que se presentó más frecuentemente tanto en el grupo experimental como en el de control.

$$Mo = Y'_{i-1} + C_i x \frac{d_1}{d_1 + d_2}$$

d) **Varianza:** Permitió averiguar qué tan variables fueron los resultados obtenidos en ambos grupos. Con ello, hubo más precisión en la interpretación de los resultados y se redujeron los índices de error.

$$s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

e) **Desviación estándar:** Permitió una mejor interpretación de los resultados de ambos grupos. Mediante ello se observó la variabilidad de las calificaciones en relación al promedio.

$$S = \sqrt{S^2}$$

f) **Coefficiente de variación:** permitió comparar qué tanto se dispersan las distribuciones.

B. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS:

Dado el diseño de la investigación, se ha requerido emplear la prueba de comparación de medias para muestras independientes y emparejadas, antes y después de la aplicación del programa ARITMOMÁTICA, a través de la prueba T de Student. Para el análisis de los resultados se empleó el programa estadístico SPSS versión 26.0

a) Para muestras independientes:

Se empleó la siguiente fórmula para averiguar el estadístico t

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_c^2}{n_1} + \frac{S_c^2}{n_2}}}$$

S_c^2 : Varianza Común

t: Estadístico “t” calculado

\bar{X}_1, \bar{X}_2 : Medias muestrales

$$S_c^2 = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_c^2 + (n_2-1)S_c^2}{n_1+n_2-1}}$$

b) Para muestras relacionadas:

Se empleó la siguiente fórmula para averiguar el estadístico t

$$t = \frac{\bar{d}}{S_d/\sqrt{n}}$$

t: Estadístico “t” calculado

\bar{d} : Promedio de las diferencias

S_d : Desviación Estándar de las diferencias

$$S_d = \sqrt{\frac{(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$$

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS DEL PRE-TEST EN LOS GRUPOS DE CONTROL Y EXPERIMENTAL

Tabla 3

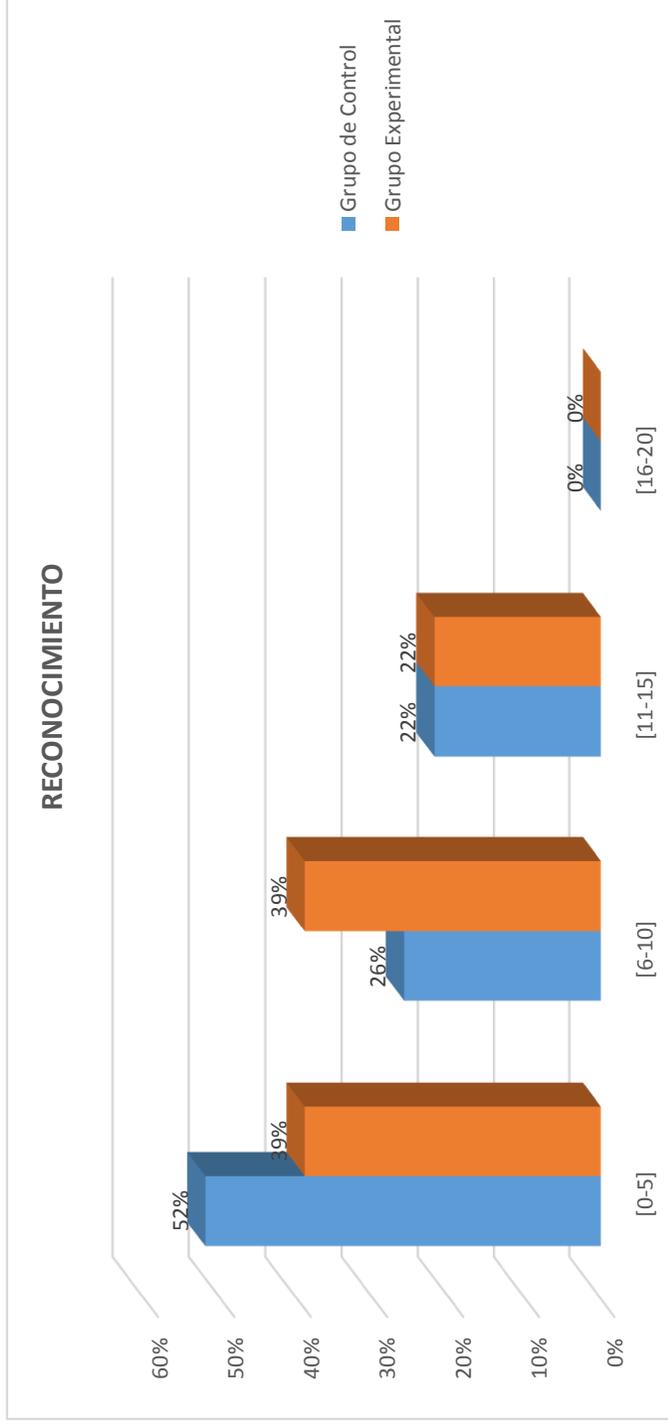
Resultados obtenidos en el pre-test en la capacidad de RECONOCIMIENTO en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i			h _i %
	G.C	G.E	G.C	
[0-5]	12	9	52	39
[6-10]	6	9	26	39
[11-15]	5	5	22	22
[16-20]	0	0	0	0
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de RECONOCIMIENTO del grupo de control y experimental obtenido en el pretest aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 3

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de RECONOCIMIENTO obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de RECONOCIMIENTO en el área de Aritmética fue de 22% y 22% respectivamente.

Tabla 4

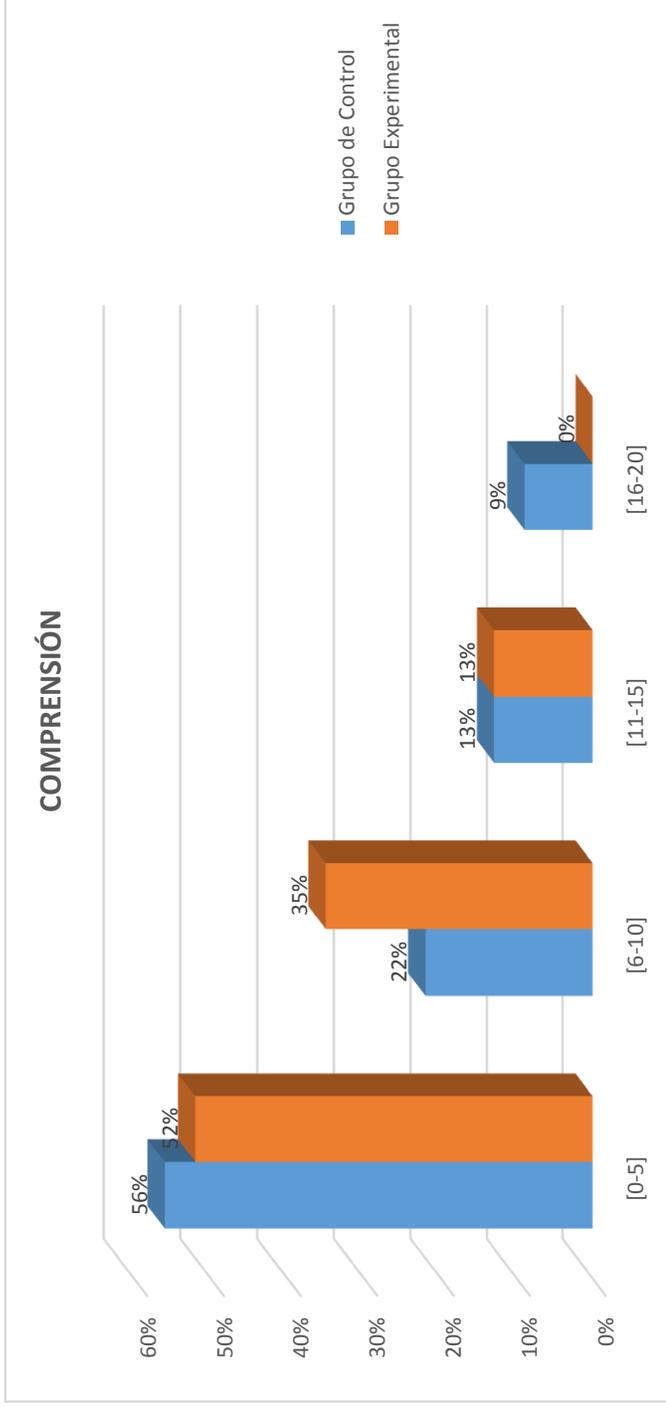
Resultados obtenidos en el pre-test en la capacidad de COMPRENSIÓN en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i			h _i %
	G.C	G.E	G.C	
[0-5]	13	12	56	52
[6-10]	5	8	22	35
[11-15]	3	3	13	13
[16-20]	2	0	9	0
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de COMPRENSIÓN del grupo de control y experimental obtenido en el pretest aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 4

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de **COMPRENSIÓN** obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de **COMPRENSIÓN** en el área de Aritmética fue de 22% y 13% respectivamente.

Tabla 5

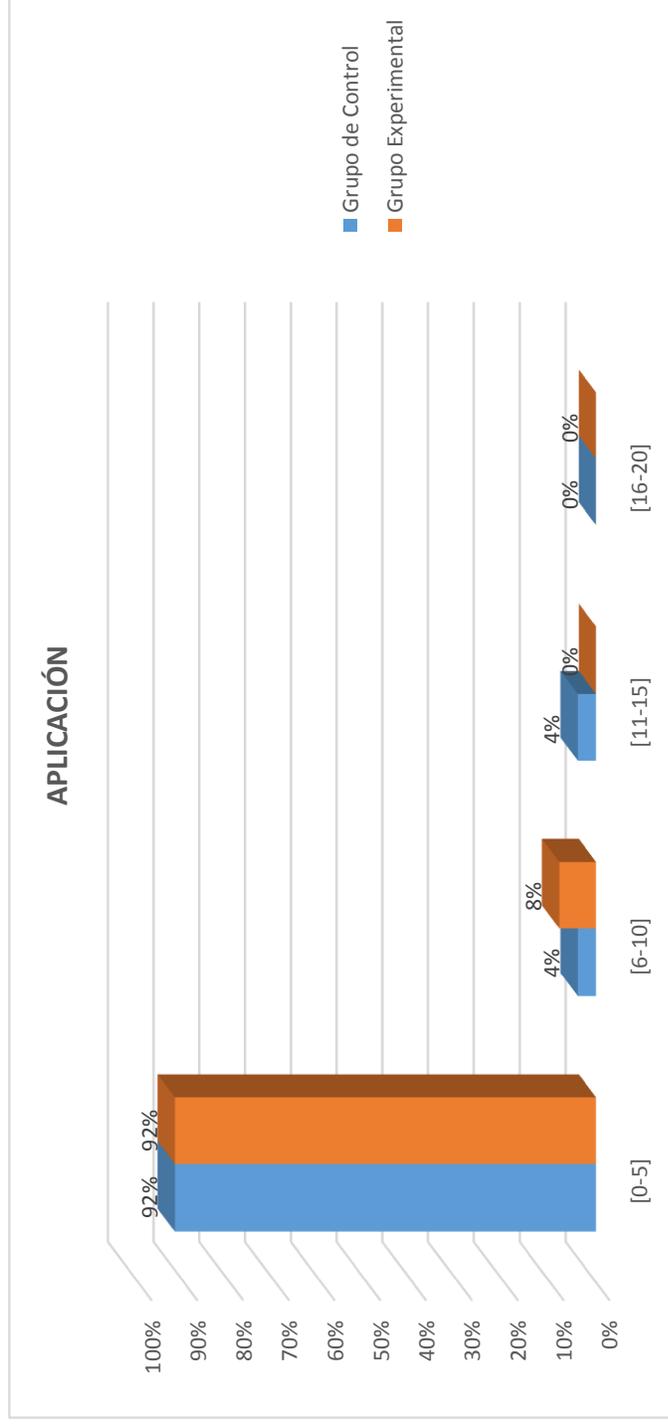
Resultados obtenidos en el pre-test en la capacidad de APLICACIÓN en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i			h _i %		
	G.C	G.E	G.C	G.C	G.E	G.E
[0-5]	21	21	92	92	92	92
[6-10]	1	2	4	4	8	8
[11-15]	1	0	4	4	0	0
[16-20]	0	0	0	0	0	0
Total	23	23	100	100	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de APLICACIÓN del grupo de control y experimental obtenido en el pretest aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 5

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de APLICACIÓN obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de APLICACIÓN en el área de Aritmética fue de 4% y 0% respectivamente

Tabla 6

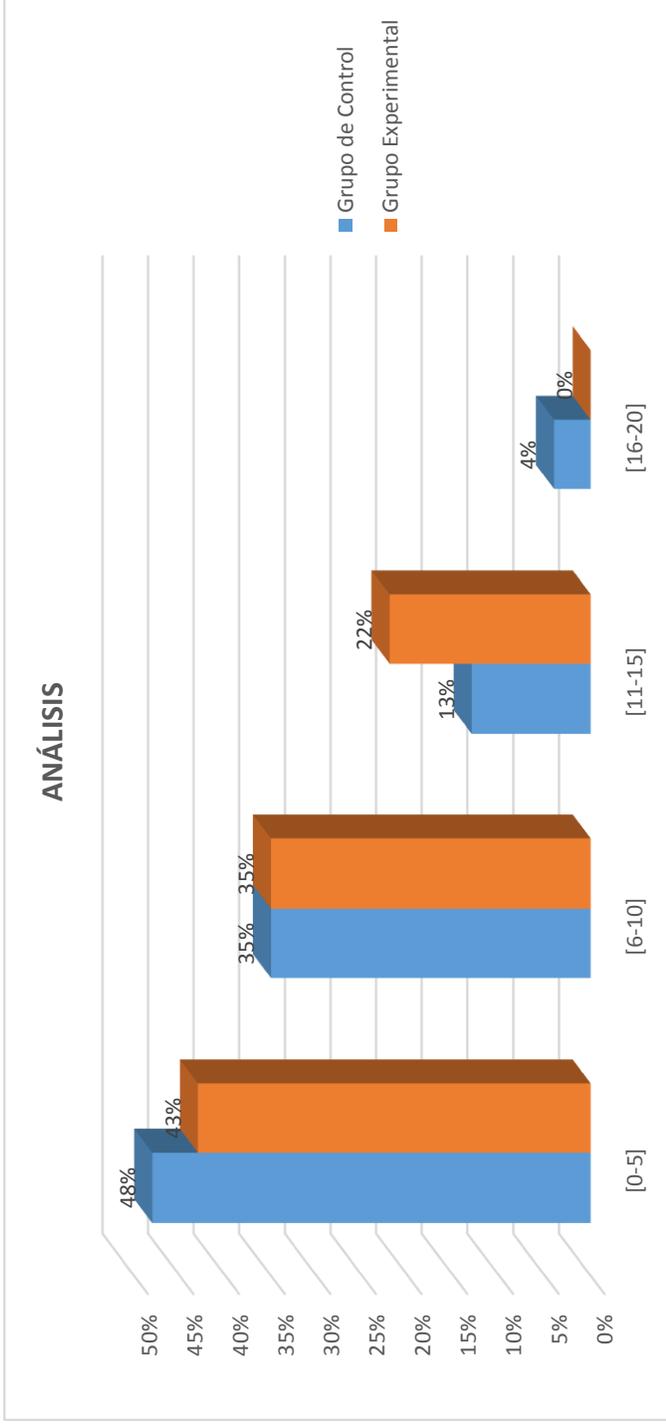
Resultados obtenidos en el pre-test en la capacidad de ANÁLISIS en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i			h _i %
	G.C	G.E	G.C	
[0-5]	11	10	48	43
[6-10]	8	8	35	35
[11-15]	3	5	13	22
[16-20]	1	0	4	0
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de ANÁLISIS del grupo de control y experimental obtenido en el pretest aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 6

Distribución en porcentaje de los resultados de la capacidad de ANÁLISIS obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de ANÁLISIS en el área de Aritmética fue de 17% y 22% respectivamente

Tabla 7

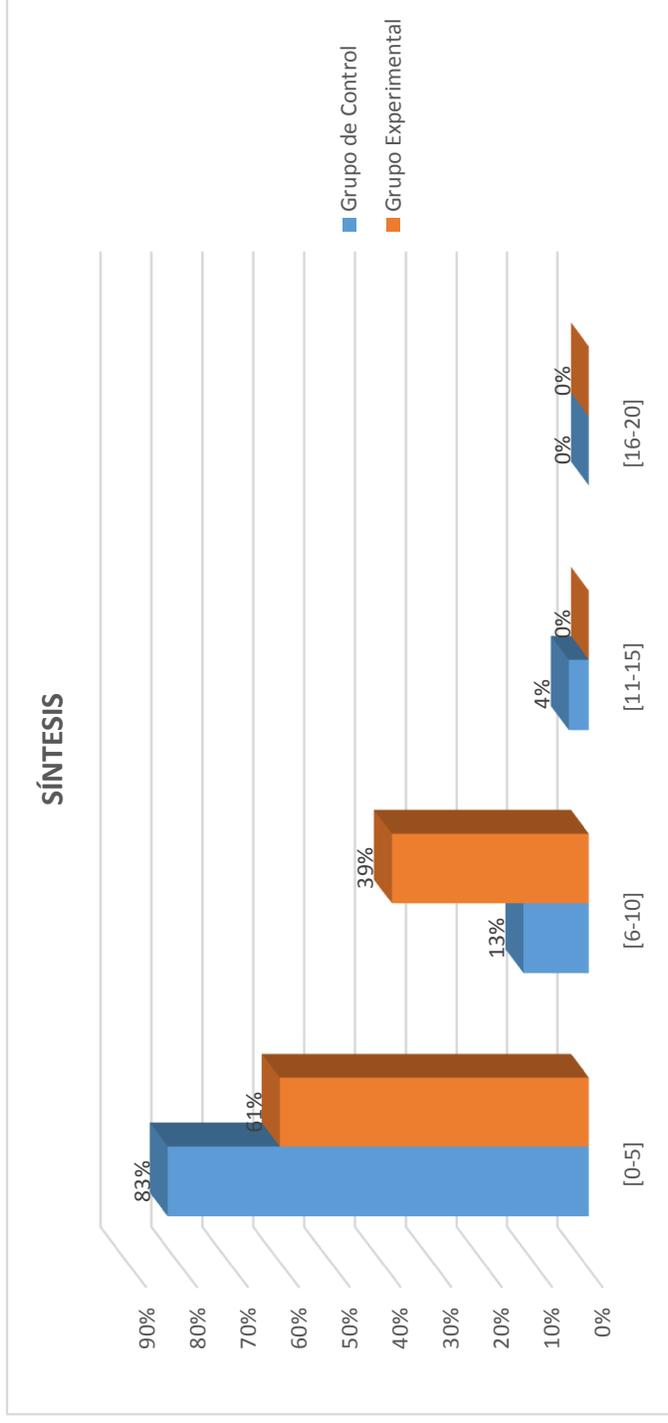
Resultados obtenidos en el pre-test en la capacidad de SÍNTESIS en los grupos de control y experimental

Calificación	fi		hi%	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	19	14	83	61
[6-10]	3	9	13	39
[11-15]	1	0	4	0
[16-20]	0	0	0	0
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de SÍNTESIS del grupo de control y experimental obtenido en el pretest aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 7

Distribución en porcentaje de los resultados de la capacidad de SÍNTESIS obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de SÍNTESIS en el área de Aritmética fue de 4% y 0% respectivamente

Tabla 8

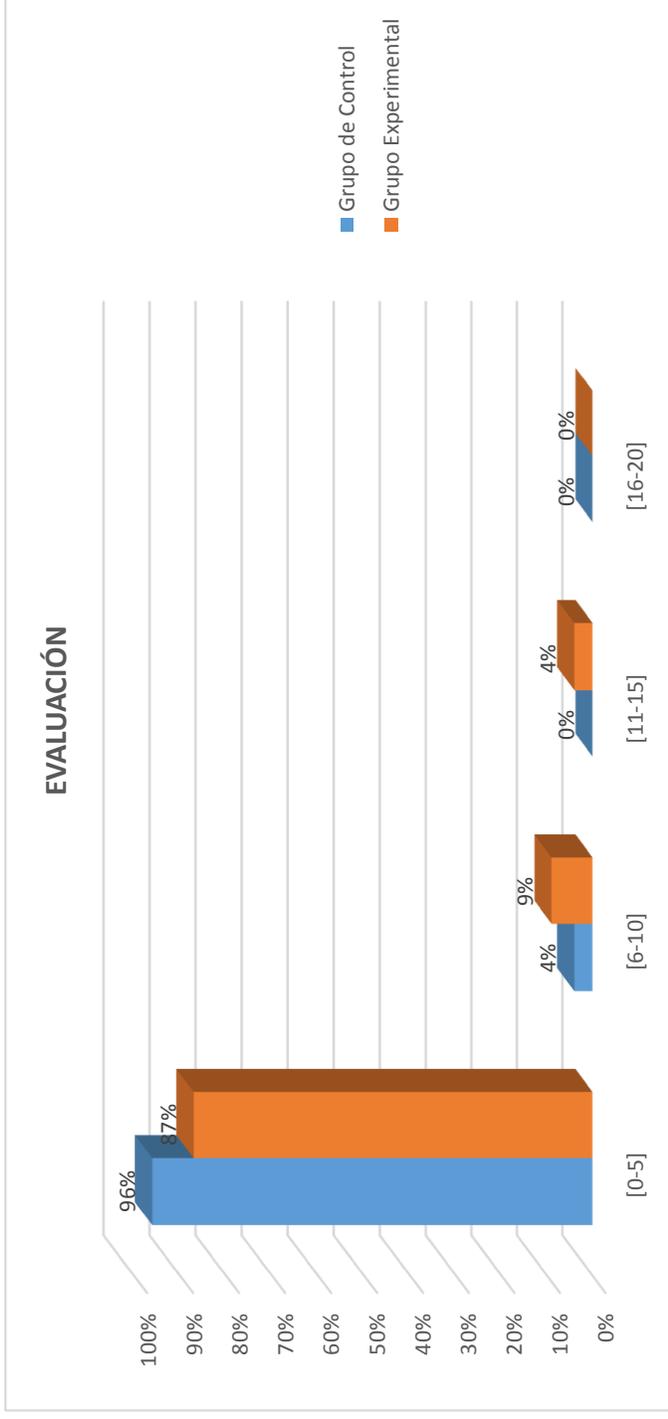
Resultados obtenidos en el pre-test en la capacidad de EVALUACIÓN en los grupos de control y experimental

Calificación	fi		hi%	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	22	20	96	87
[6-10]	1	2	4	9
[11-15]	0	1	0	4
[16-20]	0	0	0	0
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de EVALUACIÓN del grupo de control y experimental obtenido en el pretest aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 8

Distribución en porcentaje de los resultados de la capacidad de EVALUACIÓN obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de EVALUACIÓN en el área de Aritmética fue de 0% y 4% respectivamente

Tabla 9

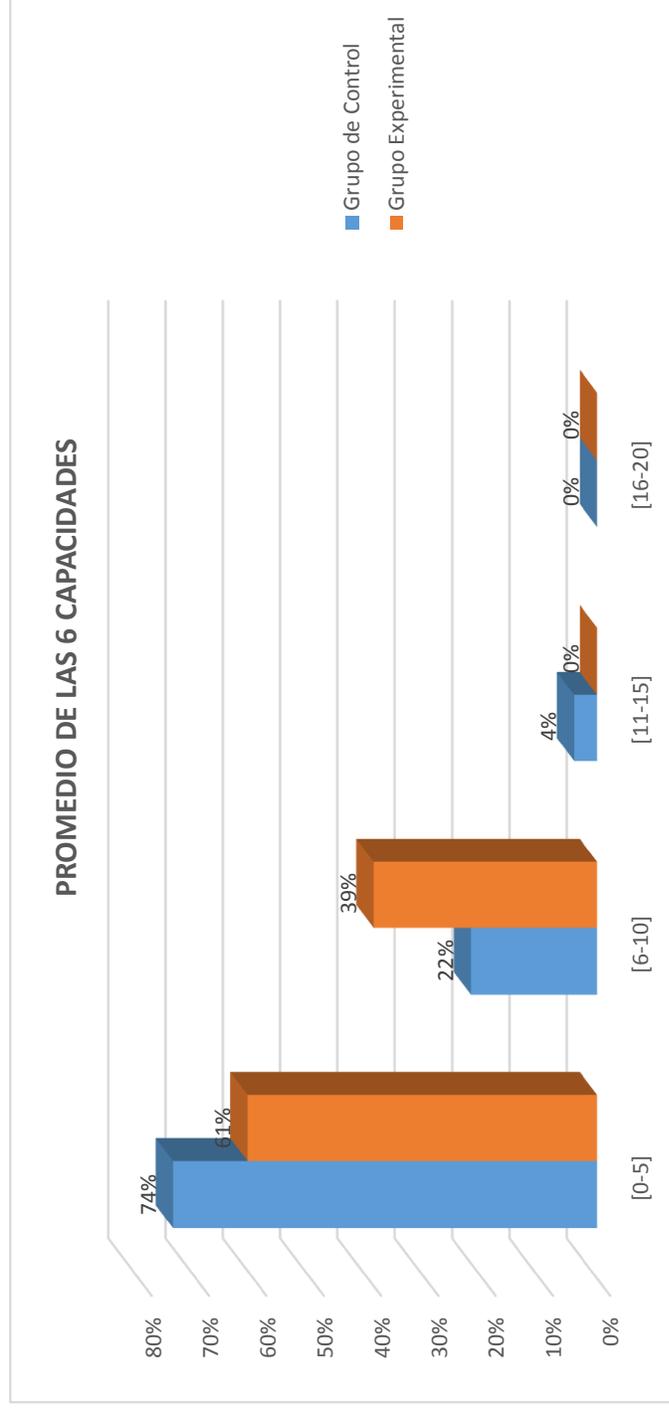
Resultados obtenidos en el pre-test de las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i			h _i %		
	G.C	G.E	G.C	G.C	G.E	G.E
[0-5]	17	14	74	61		
[6-10]	5	9	22	39		
[11-15]	1	0	4	0		
[16-20]	0	0	0	0		
Total	23	23	100	100		

Nota. Esta tabla muestra que el 74% y 61% de estudiantes del grupo de control y experimental respectivamente han obtenido calificaciones mínimas que se encuentran en el intervalo de 0 a 5, siendo estas las de mayor frecuencia. Así mismo que el 4% y 0% de estudiantes del grupo de control y experimental han obtenido calificaciones máximas que se encuentran en el intervalo de 11 a 15.

Figura 9

Distribución en porcentaje de los resultados de las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de Aritmética obtenidos en el pretest en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de Aritmética es de 4% y 0% respectivamente

Tabla 10

Cuadro comparativo de indicadores estadísticos del pre-test en los grupos de control(GC) y grupo experimental(GE)

Análisis del Pre Test	Grupo de Control	Grupo Experimental
1. Medidas de tendencia central		
X: Media	4,7391	4,8696
Me: Mediana	5,0000	5,0000
Mo: Moda	5,00	2,00 ^a
2. Medidas de dispersión		
S: Desviación Estándar	3,34688	2,52810
S ² : Varianza	11,202	6,391
C.V: Coeficiente de variación	0,70	0,51

a. Hay múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño

Nota. Resultados obtenidos del software estadístico SPSS 26.0 de las calificaciones del pre-test y post-test del GC y GE. Se observa que la calificación promedio del GE es 4,86 puntos, mientras que el GC es 4,73 puntos, generando una diferencia de 0,13 puntos a favor del GE. También se observa mayor dispersión en el grupo de control, pues las calificaciones del GC son más heterogéneas que el GE.

Tabla 11

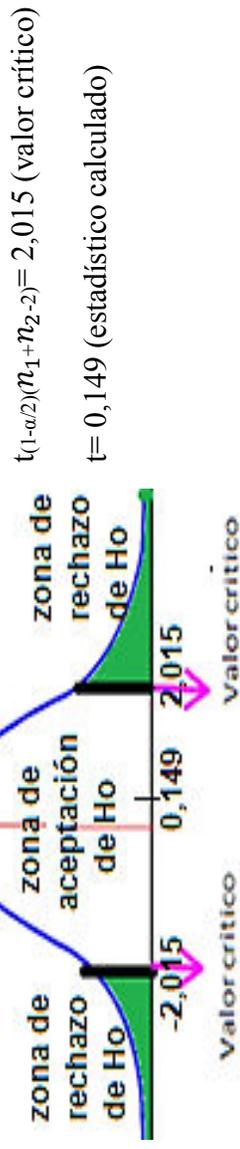
Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos en el pre-test respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental

Calificación- Pre test	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias		
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral) Diferencia de medias
Se asume varianzas iguales	1,205	,278	,149	44	,882 ,13043
No se asume varianzas iguales			,149	40,939	,882 ,13043

Nota. Resultados obtenidos del software estadístico SPSS 26.0 a partir del análisis de comparación de medias Prueba T para muestras independientes de las calificaciones del pre-test en el GC y GE

Figura 10

Distribución t que muestra la aceptación de la H_0 luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el pre test del GE y GC con respecto a las 6 capacidades



Nota. Se observa que, el valor “t” ($t=0,149$) está dentro de la zona de aceptación de la H_0 , por lo tanto, se acepta ésta y se deduce que no hay diferencia significativa en las calificaciones del pre-test del GC y GE

En la tabla 09, se observan los siguientes resultados:

Prueba de Levene: suponiendo igualdad de varianzas:

En donde se ha planteado las siguientes hipótesis:

H₀: No hay diferencia significativa entre las varianzas de las dos poblaciones $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$

H₁: Sí Hay diferencia significativa entre las varianzas de las dos poblaciones $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$

Interpretación:

Se observa que sig.= 0,278 > 0,005, por lo tanto, se acepta la H₀, Luego se asumen las varianzas de las dos poblaciones iguales.

Prueba T de Student para la diferencia de medias

Donde se plantean las siguientes hipótesis:

H₀: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ (no hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental)

H₁: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (si hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental)

Interpretación:

Se observa con un nivel de significancia de 5% que el sig.=0,882(p valor) > 0,005, por lo tanto, se acepta la H₀, luego no hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental.

4.2 RESULTADOS DEL POST-TEST EN LOS GRUPOS DE CONTROL Y EXPERIMENTAL

Tabla 12

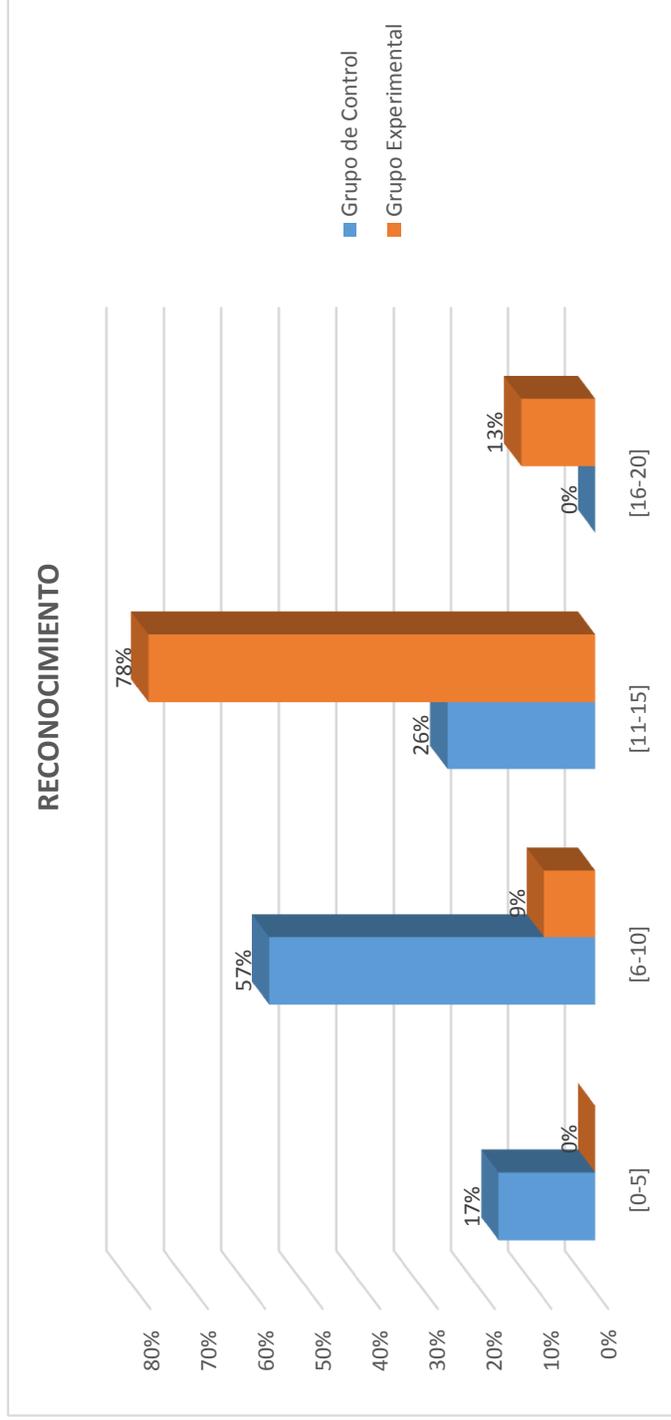
Resultados obtenidos en el post-test en la capacidad de RECONOCIMIENTO en los grupos de control y experimental

Calificación	fi		hi%	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	4	0	17	0
[6-10]	13	2	57	9
[11-15]	6	18	26	78
[16-20]	0	3	0	13
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de RECONOCIMIENTO del grupo de control y experimental obtenido en el post-test aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 11

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de RECONOCIMIENTO obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de RECONOCIMIENTO en el área de Aritmética fue de 26% y 91% respectivamente

Tabla 13

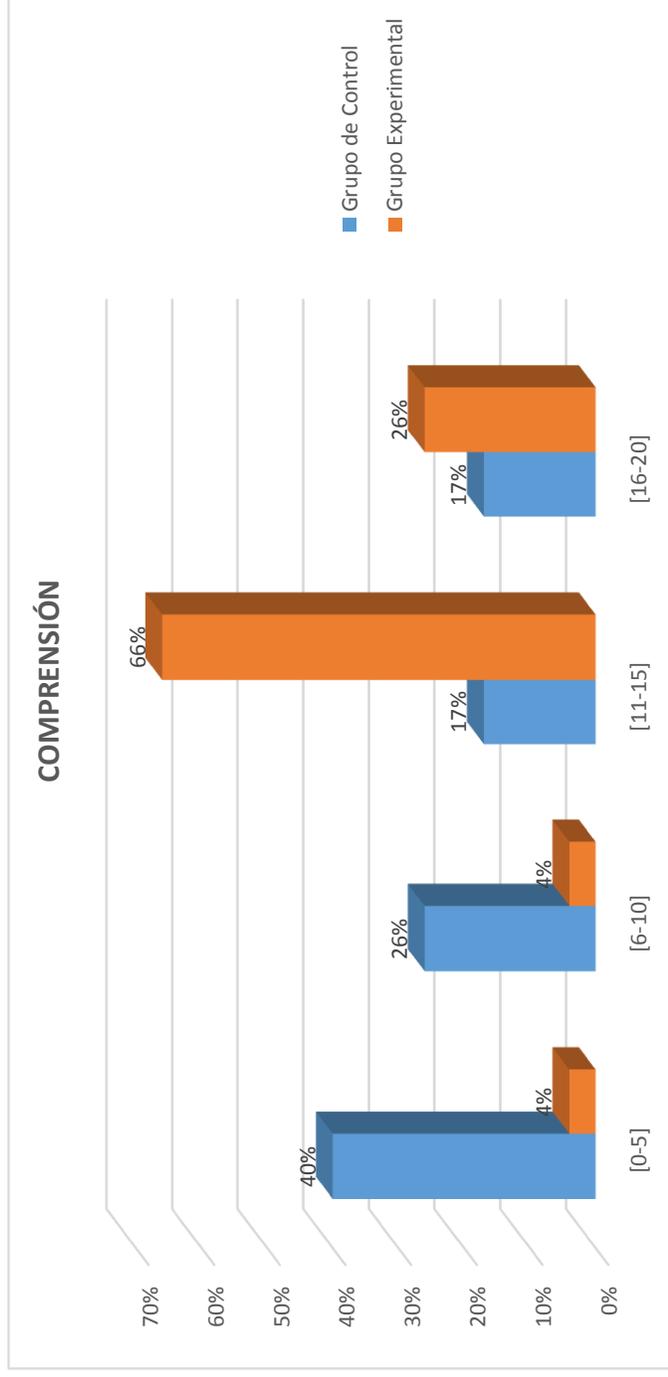
Resultados obtenidos en el post-test en la capacidad de COMPRENSIÓN en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i		h _i %	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	9	1	40	4
[6-10]	6	1	26	4
[11-15]	4	15	17	66
[16-20]	4	6	17	26
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de RECONOCIMIENTO del grupo de control y experimental obtenido en el post-test aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 12

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de **COMPRENSIÓN** obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de **COMPRENSIÓN** en el área de Aritmética fue de 34% y 92% respectivamente

Tabla 14

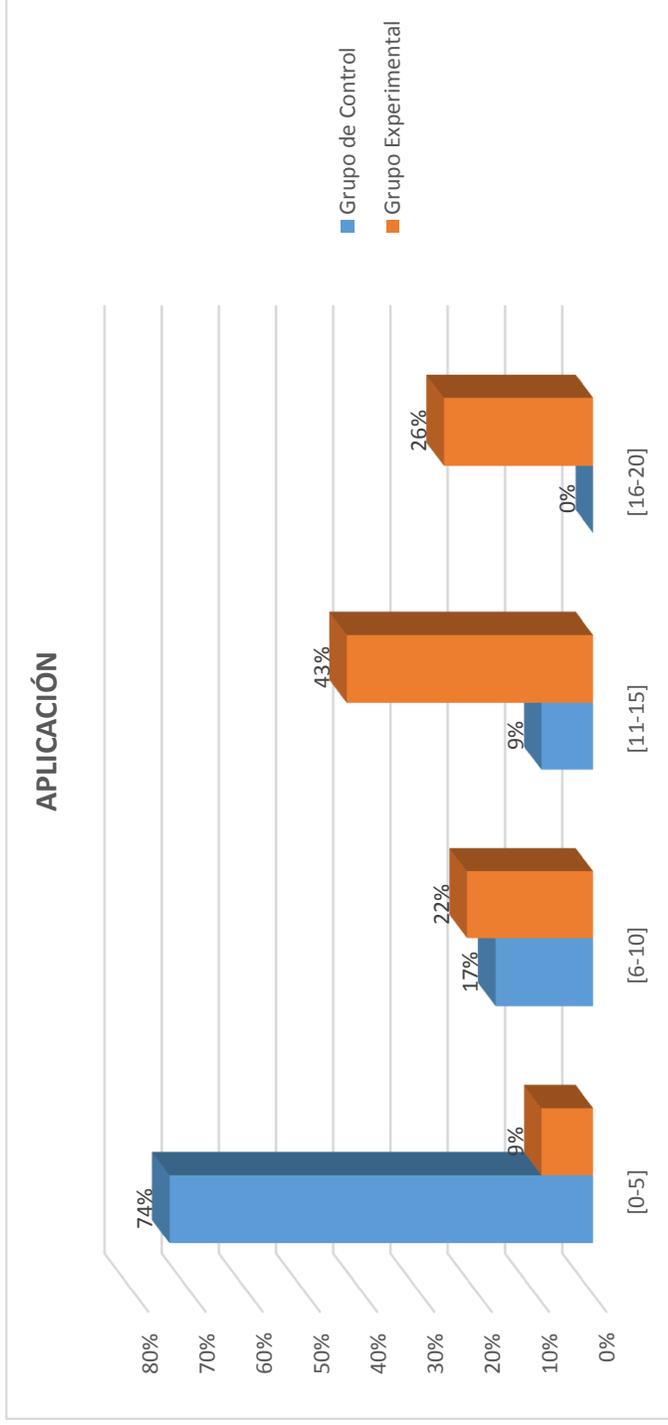
Resultados obtenidos en el post-test en la capacidad de APLICACIÓN en los grupos de control y experimental

Calificación	f _i			h _i %
	G.C	G.E	G.C	
[0-5]	17	2	74	9
[6-10]	4	5	17	22
[11-15]	2	10	9	43
[16-20]	0	6	0	26
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de APLICACIÓN del grupo de control y experimental obtenido en el post-test aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 13

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de APLICACIÓN obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de APLICACIÓN en el área de Aritmética fue de 9% y 69% respectivamente

Tabla 15

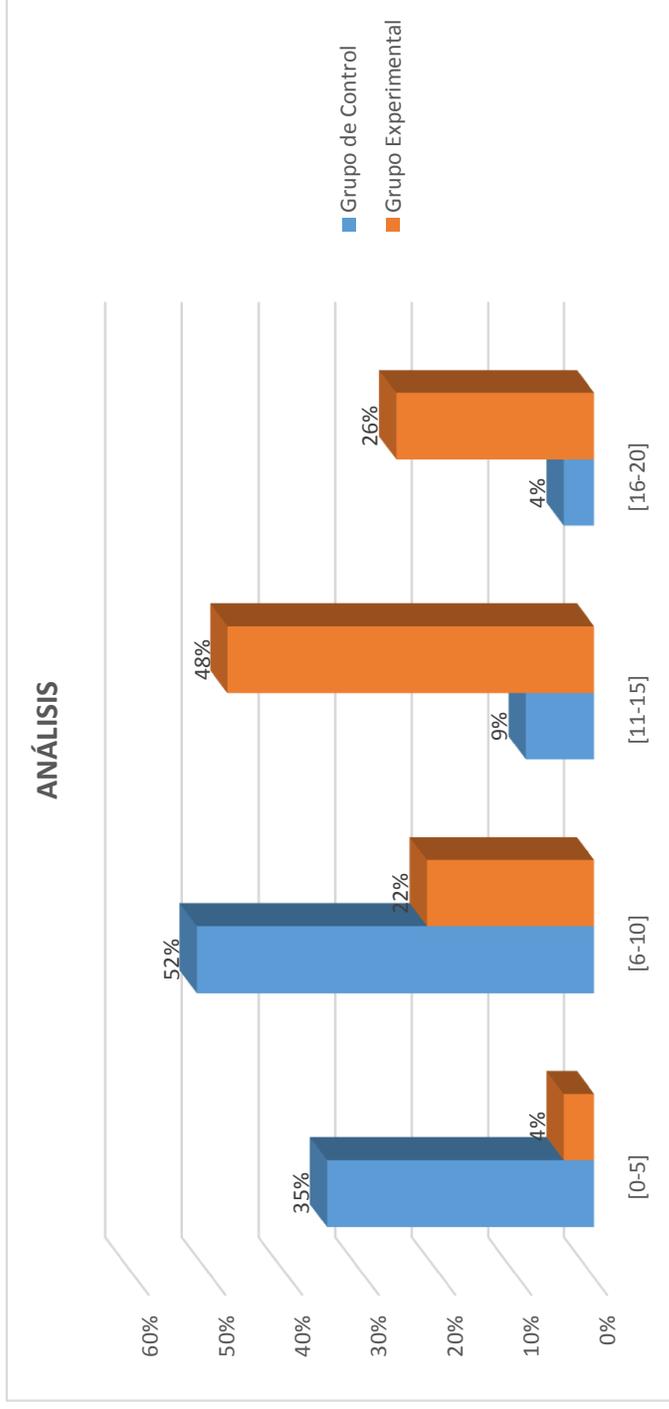
Resultados obtenidos en el post-test en la capacidad de ANÁLISIS en los grupos de control y experimental

Calificación	fi		hi%	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	8	1	35	4
[6-10]	12	5	52	22
[11-15]	2	11	9	48
[16-20]	1	6	4	26
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de ANÁLISIS del grupo de control y experimental obtenido en el post-test aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 14

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de ANÁLISIS obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de ANÁLISIS en el área de Aritmética fue de 13% y 74% respectivamente

Tabla 16

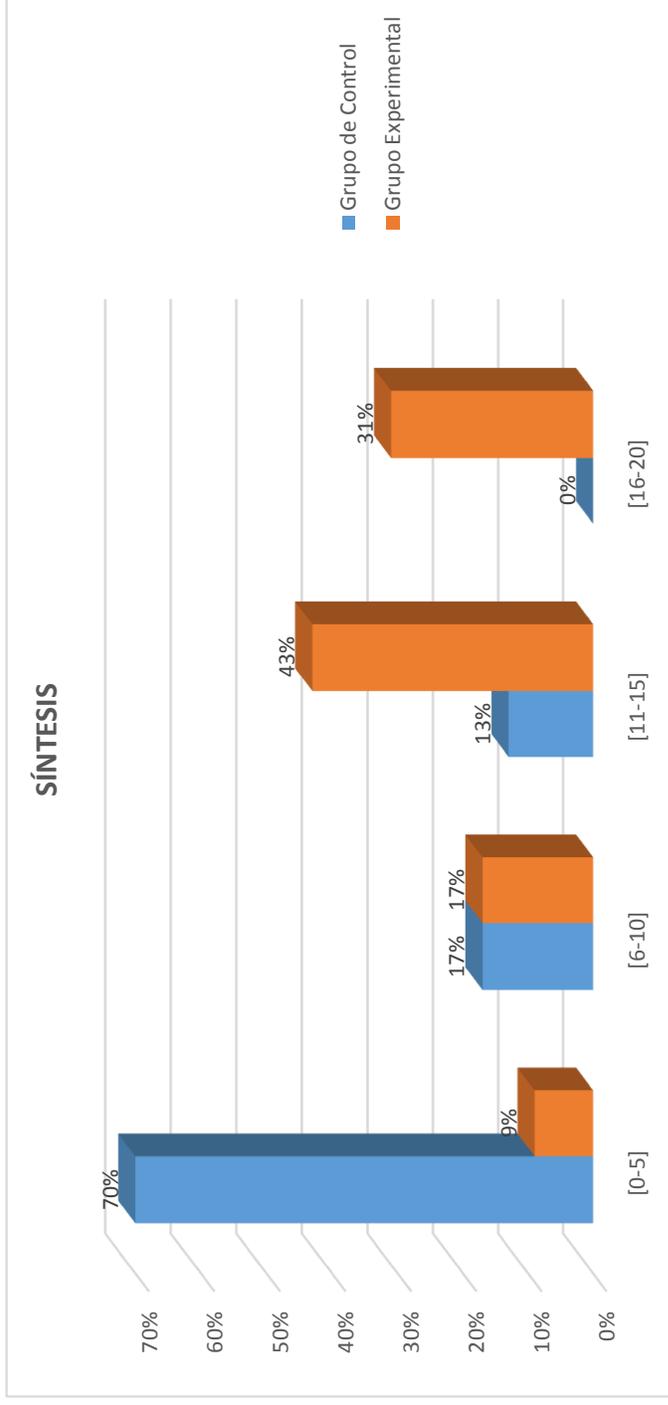
Resultados obtenidos en el post-test en la capacidad de SÍNTESIS en los grupos de control y experimental

Calificación	fi		hi%	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	16	2	70	9
[6-10]	4	4	17	17
[11-15]	3	10	13	43
[16-20]	0	7	0	31
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de SÍNTESIS del grupo de control y experimental obtenido en el post-test aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 15

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de SÍNTESIS obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de SÍNTESIS en el área de Aritmética fue de 13% y 74% respectivamente

Tabla 17

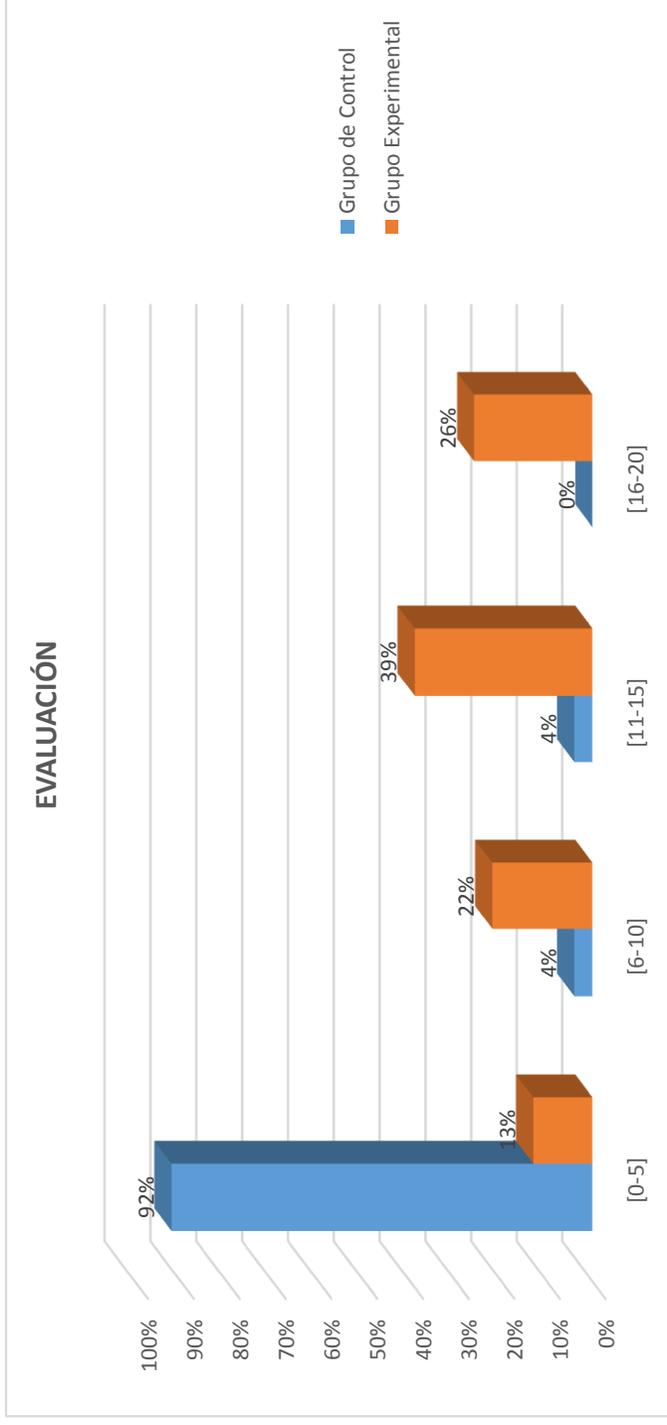
Resultados obtenidos en el post-test en la capacidad de EVALUACIÓN en los grupos de control y experimental

Calificación	fi		hi%	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	21	3	92	13
[6-10]	1	5	4	22
[11-15]	1	9	4	39
[16-20]	0	6	0	26
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra la comparación de las calificaciones de la capacidad de EVALUACIÓN del grupo de control y experimental obtenido en el post-test aplicado a los estudiantes del 1er año A y B de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote-2019

Figura 16

Distribución en porcentajes de los resultados de la capacidad de EVALUACIÓN obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en la capacidad de SÍNTESIS en el área de Aritmética fue de 4% y 65% respectivamente

Tabla 18

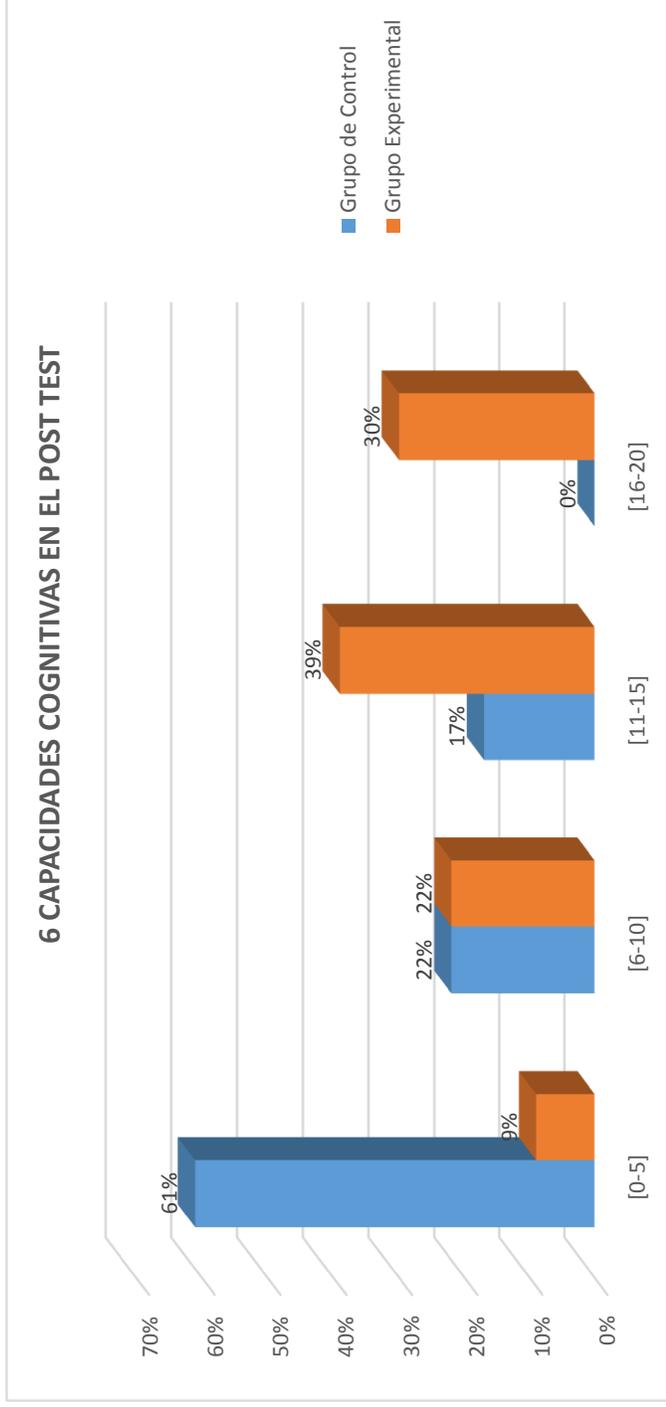
Resultados obtenidos en el post-test en las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental

Calificación	f		h _i %	
	G.C	G.E	G.C	G.E
[0-5]	14	2	61	9
[6-10]	5	5	22	22
[11-15]	4	9	17	39
[16-20]	0	7	0	30
Total	23	23	100	100

Nota. Esta tabla muestra que el 61% y 9% de estudiantes del grupo de control y experimental respectivamente han obtenido calificaciones mínimas, que se encuentran en el intervalo de 0 a 5. Las calificaciones de mayor frecuencia están en el intervalo de 11 a 15 para el grupo experimental y de 0 a 5 para el grupo de control. Así mismo que el 17% y 30% de estudiantes del grupo de control y experimental han obtenido calificaciones máximas que están en el intervalo de 11 a 15 y 16 a 20 respectivamente.

Figura 17

Distribución en porcentajes de los resultados de las 6 capacidades de resolución de problemas de Aritmética obtenidos en el post-test en los grupos de control y experimental



Nota. Se observa que, tanto para el G.C y G.E, el porcentaje de alumnos aprobados en las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de Aritmética es de 17% y 69% respectivamente

Tabla 19

Cuadro comparativo de indicadores estadísticos del post-test en los grupos de control(GC) y grupo experimental(GE)

Análisis del Pre Test	Grupo de Control	Grupo Experimental
1. Medidas de tendencia central		
X: Media	5,7826	12,9130
Me: Mediana	5,0000	12,0000
Mo: Moda	5,00	12,00 ^a
2. Medidas de dispersión		
S: Desviación Estándar	3,48968	4,96271
S ² : Varianza	12,178	24,628
C.V: Coeficiente de Variación	0,60	0,38

a. Hay múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño

Nota. Resultados obtenidos del software estadístico SPSS 26.0 de las calificaciones del pre-test y post-test del GC y GE. Se observa que la calificación promedio del GE es 12,91 puntos, mientras que el GC es 5,78 puntos, generando una diferencia de 7,13 puntos a favor del GE. También se observa mayor dispersión en el GC, pues las calificaciones del GC son más heterogéneas que el GE.

Tabla 20

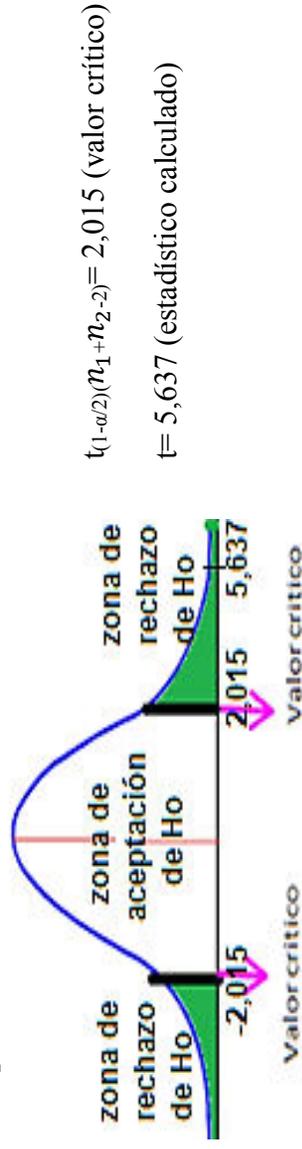
Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos en el post-test respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los grupos de control y experimental

	Prueba de Levene de igualdad de varianzas			Prueba T para la igualdad de medias			
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	de
Calificación- Pre test							
Se asume varianzas iguales	2,572	,116	5,637	44	,000	7,13043	
No se asume varianzas iguales			5,637	39,482	,000	7,13043	

Nota. Resultados obtenidos del software estadístico SPSS 26.0 a partir del análisis de comparación de medias Prueba T para muestras independientes de las calificaciones del post-test en el GC y GE

Figura 18

Distribución t que muestra el rechazo de la H_0 luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el post test del GC y GE con respecto a las 6 capacidades



Nota. Se observa que, el valor “t” ($t = 5,637$) está dentro de la zona de rechazo de la H_0 , entonces se rechaza ésta y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Por lo tanto, se demuestra que hay diferencia significativa en las calificaciones del post-test del GC y GE, a favor del GE.

En la tabla 18, se observa los siguientes resultados:

Prueba de Levene: suponiendo igualdad de varianzas:

En donde se han planteado las siguientes hipótesis:

H₀: No hay diferencia significativa entre las varianzas de las dos poblaciones $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$

H₁: Sí Hay diferencia significativa entre las varianzas de las dos poblaciones $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$

Interpretación:

Se observa que sig.= 0,116 > 0,05; por lo tanto, se acepta la H₁, Luego se asumen las varianzas de las dos poblaciones iguales.

Prueba T de Student para la diferencia de medias

Donde se plantea las siguientes hipótesis:

H₀: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ (n hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental)

H₁: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (si hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental)

Interpretación:

Se observa con un nivel de significancia de 5%, que el sig.=0,000(p valor) < 0,05; por lo tanto, se rechaza la H₀ y se acepta H₁, luego si hay diferencia significativa entre las notas promedio del grupo de control y experimental. Esto quiere decir que la aplicación del programa ARITMOMÁTICA desarrolla la Competencia de Resolución de Problemas en los estudiantes del 1er año de secundaria.

Tabla 21

Cuadro comparativo de frecuencias y distribución porcentual de las calificaciones del pre-test y post-test del grupo de control

GRUPO DE CONTROL					
	PRE TEST		POST TEST		
	Nº DE ALUMNOS	%	Nº DE ALUMNOS	%	%
[0-5]	17	74	14	61	61
[6-10]	5	22	5	22	22
[11-15]	1	4	4	17	17
[16-20]	0	0	0	0	0
Total	23	100	23	100	100

Nota. Se observa una mínima disminución del porcentaje de calificaciones obtenidas por los estudiantes del grupo de control que están en el intervalo de 0 a 5, de un 74% a un 61%; y un aumento nulo en las calificaciones que están en el intervalo de 16 a 20, de un 0%

Tabla 22*Indicadores estadísticos del pre-test y post-test del grupo de control*

INDICADORES	GRUPO DE CONTROL		
ESTADÍSTICOS	PRE TEST	POST TEST	GANACIA INTERNA
MEDIA	4,7391	5,7826	1
MEDIANA	5,0000	5,0000	
MODA	5,00	5,00	

Nota. Se aprecia una ganancia mínima de 1 punto a favor del post-test, así como una permanencia de la mediana de 5 puntos; así mismo, de la moda que continúa con el mismo valor de 5 puntos

Figura 19

Distribución en porcentajes de los resultados del pre-test y post-test del grupo de control

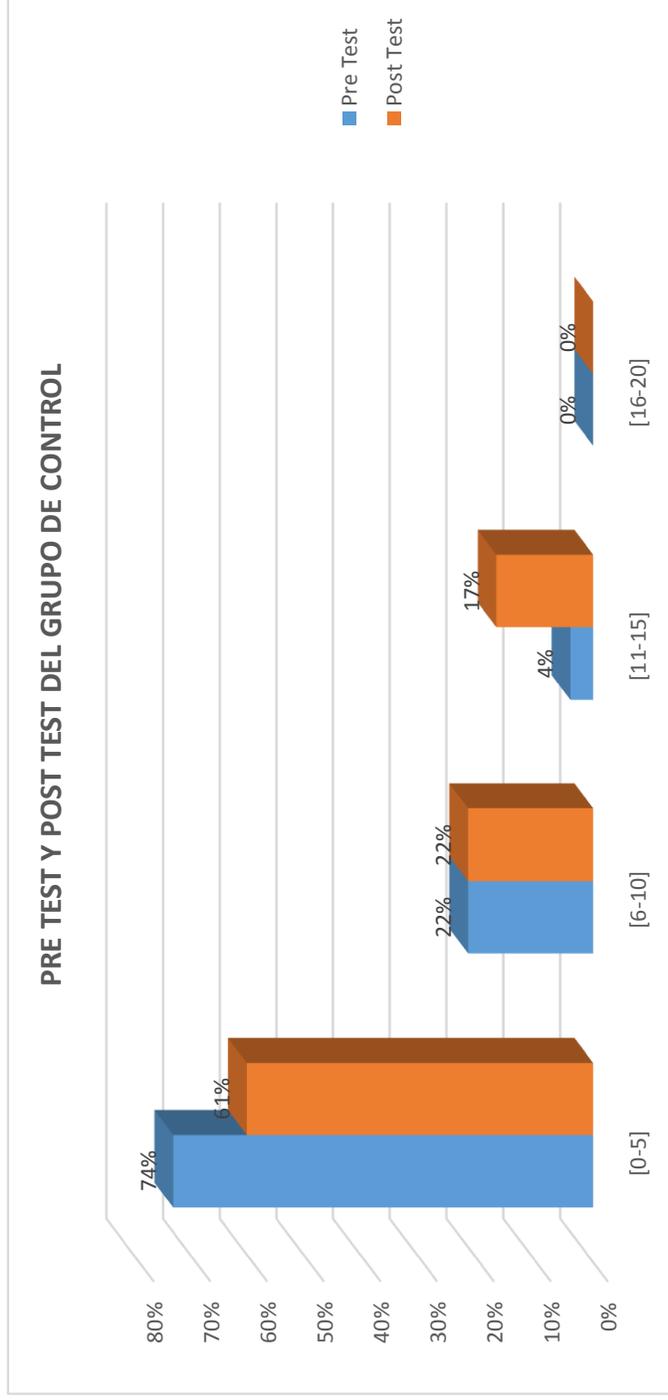


Tabla 23

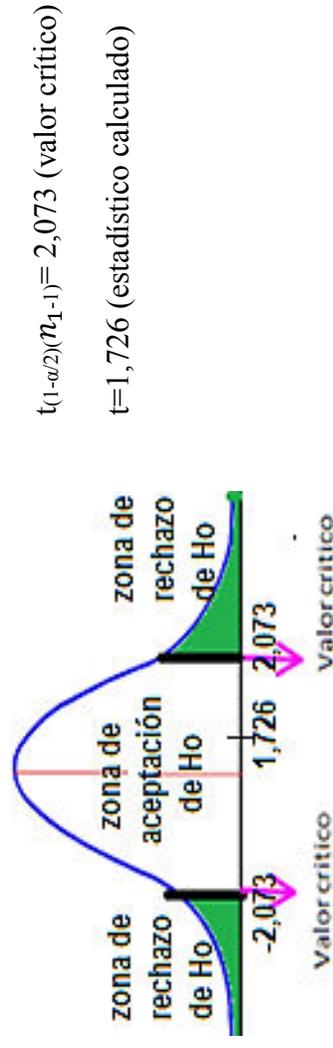
Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos del grupo de control en el pre-test y post-test con respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética

		Diferencias emparejadas				
		Media	Desviación estándar			
				t		
				gl		
				Sig.(bilateral)		
Par 1	PRE TEST-POST TEST	1,04348	2,89950	1,726	22	,098

Nota. Resultados obtenidos del software estadístico SPSS 26.0 a partir del análisis de comparación de medias Prueba T para muestras emparejadas de las calificaciones del pre-test y post-test del GC

Figura 20

Distribución t que muestra la aceptación de la H_0 luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el pre test y post test del GC con respecto a las 6 capacidades



Nota. Se observa que, el valor “t” ($t = 1,726$) está dentro de la zona de aceptación de la H_0 , por lo tanto, se acepta ésta y se deduce que no hay diferencia significativa en las calificaciones del pre-test y post-test del GC

En la tabla 21, se observan los siguientes resultados:

Prueba T de Student para la diferencia de medias

En donde se han planteado las siguientes hipótesis:

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ (no hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del Pre-Test y Post-Test)

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (si hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del Pre-Test y Post-Test)

Interpretación:

Se observa con un nivel de significancia de 5% que el sig.=0,098(p valor) > 0,05, por lo tanto, se acepta la H_0 , luego no hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del Pre-Test y Post-Test obtenidas en el Grupo de Control.

Tabla 24

Cuadro comparativo de frecuencias y distribución porcentual de las calificaciones del pre-test y post-test del grupo experimental

	GRUPO DE CONTROL			
	PRE TEST		POST TEST	
	N° DE ALUMNOS	%	NUMERO DE ALUMNOS	%
[0-5]	14	74	2	9
[6-10]	9	22	5	22
[11-15]	0	4	9	39
[16-20]	0	0	7	30
Total	23	100	23	100

Nota. Se observa una disminución considerable del porcentaje de calificaciones obtenidas por los estudiantes del grupo experimental que están en el intervalo de 0 a 5, de un 74% a un 9%; y un aumento considerable en las calificaciones que están en el intervalo de 16 a 20, de 0% a 30%

Tabla 25*Indicadores estadísticos del pre-test y post-test del grupo experimental*

INDICADORES	GRUPO EXPERIMENTAL	
	PRE TEST	POST TEST
MEDIA	4,8696	12,5217
MEDIANA	5	12
MODA	2 ^a	12 ^a

a. Hay múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño

Nota. Se aprecia una ganancia mínima de 8 punto a favor del post-test, así como un aumento en su mediana, de 5 a 12 puntos; así mismo, de la moda, de 2 a 12 puntos

Figura 21

Distribución en porcentajes de los resultados del pre-test y post-test del grupo experimental

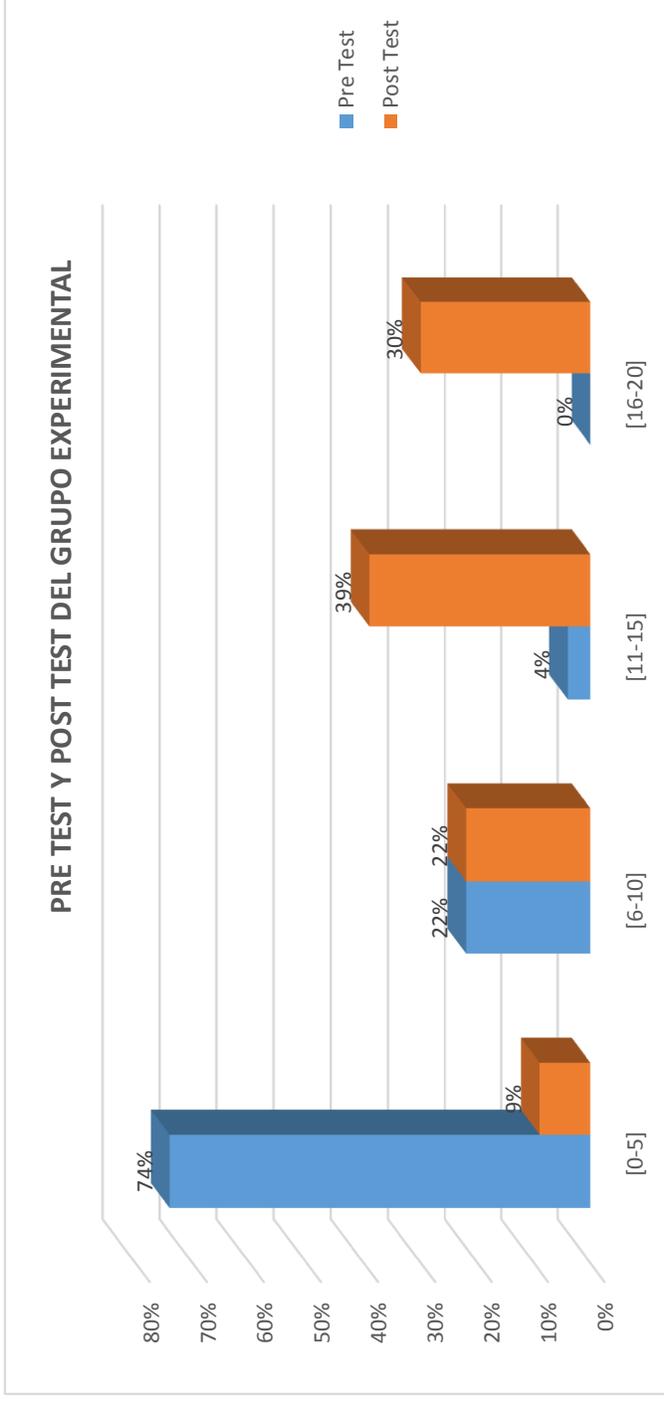


Tabla 26

Prueba de hipótesis para las calificaciones obtenidos del grupo experimental en el pre-test y post-test con respecto a las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética

	Diferencias emparejadas				
	Media	Desviación estándar	t	gl	Sig.(bilateral)
Par 1 PRE TEST-POST TEST	7,65217	4,25984	8,615	22	,000

Nota. Resultados obtenidos del software estadístico SPSS 26.0 a partir del análisis de comparación de medias Prueba T para muestras emparejadas de las calificaciones del pre-test y post-test del GE

Figura 22

Distribución t que muestra el rechazo de la H_0 luego de evaluar si hay diferencias significativas entre el pre test y post test del GE con respecto a las 6 capacidades



Nota. Se observa que, el valor “t” ($t = 8,615$) está dentro de la zona de rechazo de la H_0 , entonces se rechaza ésta y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Por lo tanto, se demuestra que hay diferencia significativa en las calificaciones del pre-test y post-test del GE, a favor del post-test.

En la tabla 24, se observan los siguientes resultados:

Prueba T de Student para la diferencia de medias

En donde se han planteado las siguientes hipótesis:

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ (no hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del Pre-Test y Post-Test)

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (si hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del Pre-Test y Post-Test)

Interpretación:

Se observa con un nivel de significancia de 5%, que el sig.=0,000(p valor) < 0,005; por lo tanto, se rechaza la H_0 y se acepta la H_1 , luego sí hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del Pre-Test y Post-Test obtenidas en el Grupo Experimental. Esto quiere decir que la aplicación del Programa ARITMOMÁTICA desarrolla la Competencia de Resolución de Problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er año de secundaria.

4.3. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS:

4.3.1. DISCUSIÓN GENERAL

La presente investigación se propuso como objetivo demostrar si la aplicación del programa ARITMOMÁTICA basado en el modelo cognitivo desarrolla de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019. Estadísticamente, esto, se traduce en lo siguiente: si la aplicación del programa denominado ARITMOMÁTICA basado en el modelo cognitivo produce diferencias significativas en dos grupos tomados como muestras (Grupo de control y grupo experimental).

Los resultados obtenidos demuestran que, de acuerdo al análisis estadístico hecho, para cada una de las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas propuestas por Miguel Luengo (Reconocimiento, Comprensión, Aplicación, Análisis, Síntesis, Evaluación), tanto en el pre-test y post-test del grupo de control y grupo experimental, es positivo a favor del grupo experimental. Se observa lo siguiente:

Entre los promedios aritméticos hallados de acuerdo al tratamiento estadístico en el post-test del grupo control de ($X_c = 5,7826$) y grupo experimental ($X_e = 12,9130$) se determina una diferencia de 7,13 puntos. De tal modo que la aplicación del programa ARITMOMÁTICA basado en el modelo cognitivo resultó positiva a favor de los estudiantes del grupo experimental.

Para facilitar el análisis y comparación de resultados se han considerado 4 niveles de rendimiento, deficiente (00 - 05), bajo (06 -10), regular (11 - 15), bueno (16 – 20). Los resultados indican que en el post-test, en el grupo experimental, 69% de los estudiantes alcanzaron un puntaje de aprobatorio (de 11 a 20) y únicamente un 17% de estudiantes del grupo de control obtuvo un logro con estos mismos puntajes aprobatorios (de 11 a 20).

Antes de aplicar este programa ARITMOMÁTICA de desarrollo de competencias de resolución de problemas de aritmética, se midió el nivel intelectual y rendimiento académico de los alumnos de los grupos de control y experimental. Se les aplicó el pre-test que midió el rendimiento en las 6 capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética propuestas por Luengo.

Como primer procedimiento se comprobó la hipótesis de investigación ya que, en la comparación de puntajes del pre-test, como se observa en la Tabla 8, está lejos de reflejar una superioridad significativa del promedio del GE (4,86) respecto al promedio del GC (4,73). Diferencia no significativa que se justificó mediante la prueba T-Student con nivel de confianza de 95%, al obtener una probabilidad significativa de ($p=0.882$) mayor que el nivel de significancia de ($\alpha =0,05$), por lo que se acepta la H_0 . Luego no hay diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental en el pre-test. Éste resultado se suponía, ya que ninguno de los grupos está

bajo la aplicación de algún programa.

Así mismo, a través del pre-test se pudo notar, tanto en el GC como en el GE, la falta de desarrollo de las siguientes capacidades: Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación pues en tales capacidades se obtuvieron los menores puntajes y la mayor cantidad de desaprobados; siendo el siguiente porcentaje de desaprobados: GC (Aplicación 96%, Análisis 83%, Síntesis 96%, Evaluación 100%) y de manera similar el GE (Aplicación 100%, Análisis 88%, Síntesis 100%, Evaluación 96%).

Los aspectos mencionados anteriormente, ponen en concreto lo indicado por Luengo (1998):

Es claro que, en los ejemplos propuestos anteriormente, la edad y la “información” que el alumno posee debe tenerse siempre presente. A "igualdad" de conocimientos, lo que para un alumno de 16 años es un problema de Aplicación, puede serlo de Análisis para otro de 14. Cuando la edad es la misma, pero la "información" (o el adiestramiento) es diferente, idéntico problema puede ser de Comprensión, Aplicación, Análisis, etc. Y desde otro punto de vista, la dificultad de algunos conceptos matemáticos puede convertir su comprensión en un problema de análisis para muchos alumnos. También es interesante constatar que el desarrollo de las capacidades de análisis, síntesis y valoración es más frecuente en la enseñanza universitaria que en las enseñanzas medias.

Después de la aplicación del programa y posteriormente al post-test, se demuestra la influencia significativa del programa ARITMOMÁTICA, pues se obtuvo un gran avance del grupo experimental con respecto al grupo de control. El primero obtuvo ventajas, al nivel de significancia propuesto, en el desarrollo de las capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética; y los segundos, se mantuvieron con niveles bajos, como se puede observar en las Tablas 20 y 23, la ganancia interna que obtuvieron ambos grupos, control y experimental fueron de 1 y 8 puntos respectivamente. Además, la comparación del post-test de ambos grupos permitió conocer la ganancia externa, a favor del grupo experimental, la cual fue de 7 puntos en el desarrollo de las capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética.

Se observó que los estudiantes del grupo experimental mejoraron en su rendimiento, evidenciando un desarrollo en las 6 las capacidades de competencia de resolución de problemas de aritmética: Reconocimiento, Comprensión, Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación. Motivados y haciendo uso de los procedimientos y técnicas proporcionados en el programa ARITMOMÁTICA. Dejaron de lado estrategias monótonas y sin motivación para emplear las estrategias proporcionados en tal programa.

Finalmente, se comprobó la hipótesis de investigación, ya que, en la comparación de puntajes promedios del post test, como se observa en la Tabla 17, se reflejó superioridad significativa del promedio del GE (12,91) respecto al promedio del grupo de control (5,78). Diferencia que se justificó mediante la prueba T-student, al obtener una probabilidad de significancia ($p=0,000$) menor que el nivel de significancia ($\alpha=0,05$). Por lo que se rechazó la H_0 y se aceptó la H_1 , Tabla 18. En consecuencia, la aplicación del programa ARITMOMATICA basado en el modelo cognitivo determinó significativamente mejores resultados en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas de aritmética, que el grupo de control que trabajó sin la aplicación de este programa, con un nivel de confianza de 95%.

Estos resultados concuerdan con lo reportado por Diaz (2017) quien obtuvo conclusiones similares al aplicar el programa educativo “REPROMAT”; logró mejorar el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de matemáticas en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la IE “República de Panamá”-Trujillo, 2017. Al aplicar tal programa educativo activo a estudiantes del primer grado de secundaria se encontró diferencias significativas entre el desarrollo de las capacidades de resolución de problemas de matemáticas por los estudiantes expuestos al programa realizado.

Los alumnos del grupo experimental han logrado desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética a diferencia del grupo de control, y la diferencia de estos resultados es estadísticamente significativa; es decir que la aplicación del programa ARITMOMATICA basado en el modelo cognitivo ha permitido desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019

Por todo lo anterior, se acepta como válido la propuesta didáctica debido a que los promedios del grupo experimental fueron más elevados en comparación con el grupo de control, obteniéndose un mayor desarrollo de las capacidades de la competencia de resolución de problemas de aritmética. Confirmando la relevancia de la aplicación de este programa, así como el logro de los objetivos de esta investigación.

CONCLUSIONES

Después de haber recolectado y procesado la información pertinente para su posterior análisis, de los resultados se concluye que:

- ✓ Se ha logrado diseñar, implementar y aplicar el programa ARITMOMÁTICA basado en el modelo cognitivo para lograr el desarrollo de la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre”
- ✓ La aplicación del programa ARITMOMÁTICA desarrolla la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes de 1er grado de secundaria de la IE 89009 “8 de Octubre”
- ✓ Se logró desarrollar significativamente la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del grupo experimental en contraste con el grupo de control, como lo demuestra la prueba de hipótesis Tabla 18, un sig.=0,000(p valor) <0,05, por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula H_0 , y se aceptó la hipótesis alterna H_1 ; luego hay una diferencia significativa entre las calificaciones promedio del grupo de control y experimental.
- ✓ En el post-test se obtuvo una ganancia interna de 8 puntos a favor del grupo experimental en relación con el pre-test, Tabla 23; así como una ganancia externa de 7 en relación con el grupo de control
- ✓ Los estudiantes como el docente de aula quedaron motivados con el uso de materiales y estrategias empleados en el programa ARITMOMATICA, y decidieron continuar con su empleo en sus clases cotidianas.

SUGERENCIAS

Se hace las siguientes sugerencias:

- ✓ Que al aplicar cualquier programa educativo similar al aplicado se concentren las actividades en el desarrollo cognitivo de capacidades y competencias matemáticas que tengan una aplicación concreta y real en las actividades cotidianas, de este modo se contribuye al desarrollo cognitivo concreto de los estudiantes.
- ✓ Elegir adecuadamente las actividades y ejercicios aritméticos a impartirse. Que estén relacionados con las actividades cotidianas y concretas en un contexto real. Con ello se aseguraría el éxito de la aplicación del programa.
- ✓ Generar en todo momento un clima propicio en el salón de clases para el proceso de aprendizaje-enseñanza
- ✓ Se sugiere a los docentes estar preparados y capacitados constantemente para que en el momento de la construcción de los conocimientos de los estudiantes les permita orientarlos adecuadamente, desarrollando sus habilidades cognitivas sin dejar de lado lo actitudinal.
- ✓ Futuras investigaciones podrían desarrollar la experiencia de la aplicación del programa en un mayor tiempo como podría ser en un semestre completo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alzate, A., & de la Hoz, J. (2004). *Programas académicos de educación superior (Tesis de licenciatura)*. Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá.
- Ander-Egg, E., & Aguilar, M. (2005). *Cómo elaborar un proyecto*. Buenos Aires: Lumen.
- Blanco, L., Cardenas, J., & Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas*. Extremadura: Universidad de Extremadura.
- Bueno, A. (2005). *El programa de mejora de la inteligencia P.A.T. (pensamiento, aprendizaje y transferencia) y las transferencias al currículo (Tesis de doctorado)*. Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Chávez, M. (2018). *Estrategias cognitivas para desarrollar las capacidades matemáticas de los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa N°88044 – Coishco, 2017(Tesis de maestría)*. Universidad Nacional del Santa, Nuevo Chimbote.
- Cobos, P. (2013). *Programa de desarrollo de las habilidades cognitivas DHAC en la enseñanza de la matemática (Tesis de maestría)*. Universidad de Cuenca, Cuenca.
- Diaz, A. (2017). *Programa REPROMAT"y capacidad de resolución de problemas en los estudiantes de educación secundaria*. Trujillo: Universidad Nacional de Trujillo.
- Fernandez, J. (1959). Programa escolar. *Revista de educación*, 36(102), 10.
- Gómez, M., & Polaina, N. (2008). *Estilos de enseñanza y modelos pedagogicos: Un estudio con profesores del Programa de Ingeniería Financiera de la Universidad Piloto de Colombia (Tesis de maestría)*. Universidad de La Salle, Bogotá.
- Gunset, V. (2012). *El enfoque piagetano y la construcción del conocimiento*. Ecuador: Universidad Central de Ecuador.
- Gutiérrez, Á. (2008). El profesor como mediador o facilitador del aprendizaje. *Enfoques y Modelos Educativos Centrados en el estudiante* (pág. 1). México: Universidad Autónoma metropolitana.
- Gutiérrez, F. (2005). *Teorías del desarrollo cognitivo*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España.
- Herrera, S., Espinosa, M., Saucedo, M., & Diaz, J. (2010). Solución de problemas como proceso de aprendizaje cognitivo. *Boletín Redipe*, 110.
- Instituto Tecnológico de Costa Rica. (2002). Teorías y modelos: formas de representación de la realidad. *Comunicación*, 1.
- Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa. (s.f). *Evaluación diagnóstica*. Bilbao: Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa.
- Jairo, J. (1993). Jerome Bruner y la educación para adultos. *Proyecto principal de educación*, 49.

- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 203.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 204.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 203.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 206.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 208.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 209.
- Luengo, M. (1998). Taxonomía de capacidades aplicada a las matemáticas. *Aula abierta*, 211.
- Luyo, J., & Trujillo, I. (2001). *Aplicaciones del método creativo y método de redescubrimiento para elevar la capacidad de resolver problemas de matemáticas (Tesis de licenciatura)*. Universidad Nacional del Santa, Nuevo Chimbote.
- Martínez, S. (1994). La memoria y su relación con el aprendizaje. *Sinéctica*, 5.
- Massié, A. (2010). El estudiante autónomo y autoregulado. *Los recursos TIC, favorecedores de estilos docentes flexibles y de estrategias de aprendizaje autónomo*, (pág. 5).
- MINEDU. (2015). *Rutas de aprendizaje*. Lima: MINEDU.
- MINEDU. (2019). *Curriculo Nacional de Educación Básica*. Lima: MINEDU.
- Murillo, H. (2010). Misión del docente: propiciar en el estudiante aprendizajes significativos. *Enfermería universitaria*, 7(4), 48.
- Ospina, J. (2006). La motivación, motor del aprendizaje. *Revista Ciencias de la Salud*, 158.
- Palomino, W., Delgado, Z., & Valcarcel, L. (2006). Teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel. *Temas básicos de educación*, 3.
- Perez, R. (2000). Evaluación de programas educativos. *Revista de investigación educativa*, 18(2), 22.
- Quispe, F. (2014). *Modelo de gestión dialógica para la optimización de las relaciones conflictuales en la IE "Independencia Americana" de Arequipa (Tesis de maestría)*. Universidad Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque.
- Romero, F. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación*, 1.
- Romero, F. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación*, 3.
- Salas, R. (2010). *Adaptación y aplicación del programa de desarrollo de estrategias metacognitivas "Aprendo a Pensar" en el aprendizaje de la aritmética en alumnas del 1° grado de educación secundaria (Tesis de maestría)*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima.

- Salazar, J. (2019). *Programa de Comprensión Lectora basado en el Enfoque Cognitivo para desarrollar las Habilidades de Resolución de Problemas Matemáticos en los estudiantes del 1° Ciclo de la Carrera de Administración del I.E.S. "Paul Müller" (Tesis de maestría)*. Universidad Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque.
- Schunk, D. (2012). *Teorías del aprendizaje (6ta. edi.)*. Mexico: Pearson Educación.
- UMC. (2001). Perú en el primer estudio internacional comparativo de la UNESCO sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grado. *Boletín UMC (Unidad de Medición de la Calidad Educativa)*, 5.
- UNESCO. (2015). *Informe de seguimiento de la EPT en el Mundo 2015*. Francia: Ediciones UNESCO.
- UNESCO. (2016). *Informe de resultados del Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo*. Santiago: UNESCO.
- Universidad de Granada. (2008). El concepto de competencia en el desarrollo de la educación y formación profesional en algunos Estados miembros de la UE: un análisis crítico. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 4.
- Universidad del Norte. (2011). Definición y clasificación teórica de las competencias académicas, profesionales y laborales. Las competencias del psicólogo en Colombia. *Psicología desde el Caribe*, 6.
- Universidad del Norte. (2011). Definición y clasificación teórica de las competencias académicas, profesionales y laborales. Las competencias del psicólogo en Colombia. *Psicología desde el Caribe*, 14.
- Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco. (2013). *Programas sociales distrito de Paucartambo*. Paucartambo: Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco.
- Vilafranca, I. (2012). La filosofía de la educación de Rousseau: el naturalismo eudamonista. *Educació i Història: Revista d'Història de l'Educació*, 42.
- Vilafranca, I. (2012). La filosofía de la educación de Rousseau: el naturalismo eudamonista. *Educació i Història: Revista d'Història de l'Educació*, 49.
- Zambrano, G., Tejada, J., & Gonzales, A. (2007). El programa, su diseño y evaluación como estrategia de mejora educativa. *Evaluación e investigación*, 70.

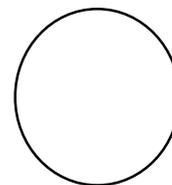
REFERENCIAS VIRTUALES

- Alayo, F. (6 de Diciembre de 2016). *Perú sale del último lugar en la prueba PISA*. Obtenido de El Comercio: <https://elcomercio.pe/peru/peru-sale-lugar-prueba-pisa-2015-152124>
- Caldeiro, G. (s.f.). *Estrategias para la enseñanza desde un marco conceptual cognitivo: Aprendizaje significativo, resolución de problemas, cambio conceptual e inteligencias múltiples*. Obtenido de La enseñanza desde una perspectiva cognitiva: https://educacion.idoneos.com/teorias_del_aprendizaje/enfoque_cognitivo/
- CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN. (2019). *Planes y programas de estudio*. Recuperado el 6 de Agosto de 2019, de <https://www.cned.cl/planes-y-programas-de-estudio>
- FAO. (1997). *Estudio FAO Producción y Sanidad Animal*. Recuperado el 9 de Agosto de 2019, de <http://www.fao.org/3/w7452s/w7452s00.htm#Contents>
- GCF Global. (2019). *Informática básica ¿Qué es un programa o aplicación?* Recuperado el 8 de Agosto de 2019, de <https://edu.gcfglobal.org/es/informatica-basica/que-es-un-programa-o-aplicacion/1/>
- Ibañez, J. (10 de mayo de 2008). *Un universo invisible bajo nuestros pies. Los suelos y la vida*. Recuperado el 9 de Agosto de 2019, de Blogs Madrid: <https://www.madrimasd.org/blogs/universo/2008/05/10/91441>
- Martinez-Salanova, E. (s.f). *La evaluación de los aprendizajes*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2019, de Aularia: http://www.minam.gob.pe/proyecolegios/Curso/curso-virtual/Modulos/modulo2/1Inicial/m2_inicial/La_evaluacion_de_los_aprendizajes.pdf
- Pérez, J., & Merino, M. (2013). *Definicion.de*. Recuperado el 6 de Agosto de 2019, de <https://definicion.de/programa-social/>
- Petilu, A., & Rainier, J. (17 de junio de 2015). *Competencia de resolución de problemas*. Recuperado el 09 de Septiembre de 2019, de Slideshare: <https://es.slideshare.net/Rainier3048/competencia-de-resolucin-de-problemas>
- SISTEMAS. (2016). *Definición de programa*. Recuperado el 6 de Agosto de 2019, de <https://sistemas.com/programa.php#>

ANEXOS

ANEXO 01

PRE TEST-POST TEST



Apellidos y Nombres:.....

Grado: 1ero

Sección:"....."

Grupo: Control

Experimental

Docentes: Roger Villanueva López - Lorenzo Alberto Flores Almendras

NUMEROS ENTEROS

Reconocimiento:

1.- Relaciona las igualdades de columna de la izquierda con las propiedades de la columna de la derecha

(5 pts.)

- | | |
|---|------------------------------------|
| a. $(-2)+0 = -2$ | () Propiedad del Elemento inverso |
| b. $(-2)+(4)=(4)+(-2)$ | () Propiedad asociativa |
| c. $(-2) + [(-4)+(2)] = [(-2)+(-4)]+(+8)$ | () Propiedad conmutativa |
| d. $(-2)+(2)=0$ | () Propiedad del Elemento neutro |

2.-Una de las reglas de los signos en la adición de números enteros afirma que:

(5 pts.)

- a. Números del mismo signo, se restan
- b. Números de signos diferentes, se restan y el resultado queda con el signo del número mayor
- c. Números de signos diferentes, se restan y el resultado queda con el signo del número menor
- d. Números de signos diferentes, se suman

Comprensión:

3.-A continuación se muestra una operación de adición realizada en números enteros, aplicando la regla de los signos. Realiza el procedimiento para obtener el resultado indicado? (5 pts.)

$$(+2) + (-4) = -2$$

4.- A continuación se muestra una operación de multiplicación realizada con números enteros, aplicando la regla de los signos. Realiza el procedimiento para obtener el resultado indicado? (5pts.)

$$(+4)(-2)(-1)(-4) = -32$$

Aplicación:

5.-Resuelve el siguiente ejercicio aplicando las reglas de los signos de la adición

(5 pts.)

$$15 - 16 - 9 + 8 - 2 + 4$$

6.-Resuelve el siguiente ejercicio aplicando las reglas de los signos de la multiplicación (5 pts.)

$$(-4)(-2) + (-2)(+1)$$

Análisis:

7.-Resuelve el siguiente ejercicio aplicando las propiedades de los números enteros (6 pts.)

Antonio decide escalar el nevado Pastoruri. Al iniciar avanza 28 metros, resbala y desciende 4m, nuevamente sube 15, resbala y cae 2m, luego asciende nuevamente 9m y descendiendo al final 1m.

¿Realiza el procedimiento respectivo para responder y averiguar a qué distancia está Antonio respecto del inicio de su travesía?

Síntesis:

8.-Un ejército libro 2 batalla consecutivas. En cada batalla perdió 200 soldados y recibió 50 soldados para compensar las pérdidas. Al final de la segunda batalla se quedó con 800 soldados. ¿Realiza el procedimiento para responder y averiguar qué cantidad de soldados había antes de iniciar las batallas?

(6 pts.)

Evaluación:

9.- Elabora un ejercicio operación combinada donde apliques la regla de los signos y emplees las siguientes operaciones: suma, resta, multiplicación y división. Luego indica el proceso para la respuesta al ejercicio

(6 pts.)

PROPORCIONALIDAD

Reconocimiento:

- 1.- Indica los 2 tipos de PROPORCIONALIDAD SIMPLE que hay? (5 pts.)
- a. Directa y Contraria
 - b. Directa e Inversa
 - c. Simétrica y Opuesta
 - d. Simétrica y Recíproca

Comprensión:

- 2.-A Roberto le hacen la siguiente pregunta: una gaseosa cuesta S/2, cuanto costaran 1 docena de gaseosas?

Y para la resolución ha planteado el siguiente esquema: (5 pts.)

1 gaseosa \rightarrow s/2 Indica el procedimiento para obtener X.
12 gaseosas \rightarrow x

Aplicación:

- 3.- Los números que corresponden al Costo Unitario y el Número de Chocolates están dispuestos de modo que avanzan EN PROPORCIONALIDAD DIRECTA. Averigua el resultado de "a + b + c" luego de llenar el cuadro. (5 pts.)

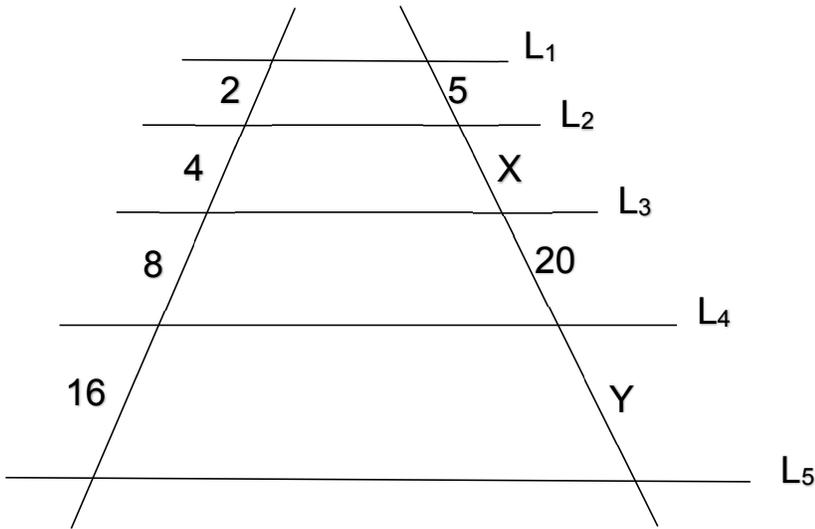
Costo unitario(soles)	2	8	10	b	20
Número de chocolates	1	4	a	7	c

Análisis:

- 4.- De acuerdo a las reglas de PROPORCIONALIDAD INVERSA, se plantea el siguiente ejercicio:
4 personas tardan 20 días en pintar una casa. Si fueran 8 personas ¿en cuántos días pintarán la misma casa?
(Realiza el planteamiento para responder y obtener la respuesta). (7 pts.)

Síntesis:

5.-El siguiente grafico muestra segmentos entre las rectas paralelas L_1 , L_2 , L_3 , L_4 y L_5 que están en una PROPORCIONALIDAD DIRECTA, según esto, averigua la suma de "X + Y" (7 pts.)



Evaluación:

6.-Basándose en las reglas y propiedades de la proporcionalidad, elabora un ejercicio aplicando PROPORCIONALIDAD SIMPLE DIRECTA, y luego indica el procedimiento para obtener la respuesta. (7 pts.)

PROGRESION ARITMETICA

Reconocimiento:

1.-Para averiguar el término que ocupa un lugar cualquiera (lugar "n") en una PROGRESIÓN ARITMÉTICA se emplea una de las siguientes formulas. Identifica cuál de ellas sería: (5 pts.)

- a. $a_n = a_1 + (n-1).r$
- b. $a_n = a_1 + (n-2).r$
- c. $a_n = a_0 + (n-1).r$
- d. $a_n = a_0 + (n-2).r$

Comprensión:

2.-Al cuarto término de una progresión aritmética le corresponde el número 12 y al sexto término le corresponde 18 como se muestra en la parte inferior. Completa los espacios en blanco y luego de descubrir el primer término, explica a tu manera cual fue la regla de formación de esta progresión aritmética: (5 pts.)

____; ____; ____; 12; ____; 18; ____; ____

Aplicación:

3.- Determine el término de lugar 20 en la siguiente PROGRESIÓN ARITMÉTICA (5 pts.)

2; 6; 10; 14;.....; a_{20}

Análisis:

4.- Aplicando las propiedades y fórmulas de una PROGRESIÓN ARITMÉTICA resuelve el siguiente ejercicio referido a la compra de una colección de textos de matemáticas:

El precio del primer texto de la colección es de 12 soles y cada texto siguiente cuesta 2 soles más que el texto anterior. Si la colección constaba de 20 textos, en total. ¿Cuánto se pagó para obtener la colección completa de los textos? (7 pts.)

Síntesis:

5.- Siguiendo las reglas de la PROGRESIÓN ARITMÉTICA, desarrolla el siguiente ejercicio aplicado a la geometría:

En un triángulo ABC, sus ángulos internos están en progresión aritmética cuya razón aritmética es 30° .
Averigua la medida del mayor ángulo (7 pts.)

Evaluación:

6.- Basándose en las propiedades y formulas de la PROGRESIÓN ARITMÉTICA Plantea un ejercicio simple de PROGRESIÓN ARITMÉTICA, y luego indica el procedimiento para resolverlo. (7 pts.)

ANEXO 02

SESIÓN DE APRENDIZAJE 01

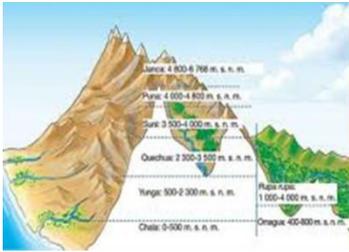
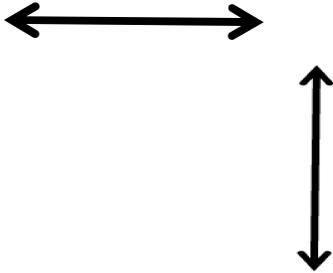
CLASES DE NÚMEROS ENTEROS Y RELACIÓN DE ORDEN

DATOS INFORMATIVOS:

- 1.-UGEL: Santa
- 2.-INSTITUCIÓN EDUCATIVA: 89009 "8 de octubre"
- 3.-ÁREA CURRICULAR: Matemática
- 4.-SUB ÁREA: Aritmética
- 5.-GRADO: 1ero
- 6.-TESISTAS: Roger Villanueva López
Alberto Flores Almendras

TÍTULO:

"Identificando los tipos de números enteros en la recta numérica y determinando el mayor de 2 ó más números enteros"

	Procesos didácticos	Actividades de aprendizaje	Medios y materiales	Tiempo 150'
INICIO	Generador motivacional	<p>-Se saluda amablemente a los estudiantes y se informa que se va a iniciar con una serie de sesiones como parte del PROGRAMA ARITMOMÁTICA, enfocado a desarrollar su competencia de resolución de problemas en el área de aritmética.</p> <p>- Los estudiantes identifican y diferencian los tipos de números enteros que hay en la recta numérica. Esto lo hacen relacionándolo con una información sobre las medidas de: sobre el nivel del mar (msnm), en el nivel del mar (nm) y bajo el nivel del mar(mbnm); de tal modo que logran hacer la diferencia entre los grandes subconjuntos de los números enteros en la recta numérica: los números enteros positivos, el entero neutro y los números enteros negativos. DISCRIMINANDO estos grupos.</p> <p>-Se les presenta la gráfica de las regiones altitudinales del Perú y las zonas de las profundidades del mar peruano</p> <p>-Luego de haber identificado los números enteros positivos, números enteros negativos y el entero neutro se les presenta una situación problemática que generará un CONFLICTO COGNITIVO en ellos. Esto se emplearía como una motivación adicional y podrán solucionar ellos al culminar la sesión.</p> <p>- Se les hace las siguientes preguntas: ¿Cómo resolverían los ejercicios empleando la recta numérica? ¿Cómo lo resolverían sin emplear la recta numérica? ¿Cómo se relaciona con los grandes subconjuntos de los números enteros: ¿positivos, neutro y negativos? ¿Podrías hacer una gráfica diferente a la recta numérica para desarrollarlo?</p>	<p>Gráfica de las regiones altitudinales del Perú</p>  <p>Plantillas coloreadas</p> <p>Recta numérica horizontal y vertical</p>  <p>Expresión oral</p> <p>Paleógrafo</p>	20'

PROCESO	Verificación	<p>-Se presentan un grupo de gráficas donde puedan identificar y diferenciar claramente como comprobación de lo realizado en la parte motivacional, ejercitando su MEMORIA DISCRIMINATIVA mediante estos gráficos.</p> <p>- Los estudiantes aprenden a emplear la DISCRIMINACIÓN realizada anteriormente del número entero positivo, negativo y neutro, relacionándolo con los retrocesos y adelantos en la recta numérica para aplicarla al juego “LA SERPIENTE BIPOLAR” donde logran avanzar y retroceder en la recta numérica entre los grandes subgrupos de la recta numérica (Z^+, Z^0 y Z^-). Relacionando los enteros negativos con el retroceso, los enteros positivos con el adelanto y el entero neutro con permanecer en su lugar. De este modo, manipulan abstractamente los números enteros dentro de la recta numérica y aprenden a discriminar que enteros serían mayores que otros, ingresando al tema: RELACIÓN DE ORDEN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.</p>	<p>Cuadro para ubicar los números enteros en subgrupos: positivos, negativos y neutro</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Z^-</td> <td style="text-align: center;">Z^0</td> <td style="text-align: center;">Z^+</td> </tr> <tr> <td style="height: 80px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Juego didáctico “LA SERPIENTE BIPOLAR”</p>  <p style="text-align: center;">Expresión oral</p> <p>Pizarra, plumones, limpiatipo, fichas</p>	Z^-	Z^0	Z^+				25'
	Z^-	Z^0	Z^+							
Desarrollo de contenidos	<p>-Se proporciona el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE para desarrollar los contenidos requeridos en el tema los NÚMEROS ENTEROS en la recta numérica y la RELACION DE ORDEN DE NÚMEROS ENTEROS. Tal contenido se realiza con las estrategias adecuadas y propuestas en el módulo para poder determinar e identificar cuál número sería el mayor entre dos cualesquiera.</p> <p>- Esto se hace según 2 reglas definidas, las que empleará en los ejercicios.</p> <p>Con esto se desarrolla la parte cognitiva de ANÁLISIS en el estudiante:</p> <p>REGLA 1: el número mayor está a la derecha en la recta numérica</p> <p>REGLA 2: la abertura del símbolo “>”, “<” señala el número mayor</p>	<p>Contenidos sobre relación de orden en números enteros.</p> <p>Auxiliándose la recta numérica. REGLA 1 y REGLA 2</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p>	30'							

	Incubación	Se desarrolla en el MODULO DE AUTOAPRENDIZAJE proporcionado; inicialmente con apoyo del docente y luego el estudiante de manera individual. Aplicando las estrategias de la parte desarrollo de contenidos . Se continúa fomentando su capacidad de ANALISIS .	Módulo de autoaprendizaje Expresión oral	30'
	Resolución de problemas	-Se realiza la resolución de ejercicios de aplicación propuestos en el módulo de autoaprendizaje. Mediante esto se desarrolla su capacidad de SÍNTESIS . -Desarrollan la situación problemática planteada al inicio.	Hoja de ejercicios Módulo de autoaprendizaje Cuaderno	30'
SALIDA	Evaluación y metacognición	-Se aplica una práctica evaluativa para evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas: reconocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación -En esta etapa se pone énfasis e indica al estudiante que confeccione sus propios ejercicios similares a los realizados en las fases anteriores y que luego los desarrolle el mismo. Al final, se le solicita que evalúe en mismo su propio aprendizaje (que opinión considera de lo aprendido) Desarrollándose de esta forma la parte METACOGNITIVA	Práctica evaluativa Hojas	15'

SESIÓN DE APRENDIZAJE 02
ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN CON NÚMEROS ENTEROS

DATOS INFORMATIVOS:

- 1.-UGEL:** Santa
- 2.-INSTITUCIÓN EDUCATIVA:** 89009 “8 de octubre”
- 3.-ÁREA CURRICULAR:** Matemática
- 4.-SUB ÁREA:** Aritmética
- 5.-GRADO:** 1ero.
- 6.-TESISTAS:** Roger Villanueva López
Alberto Flores Almendras

TÍTULO:

“Aprendemos Adición y Sustracción en Z con la serpiente bipolar”

	Procesos didácticos	Actividades de aprendizaje	Medios y materiales	Tiempo 150'
INICIO	Generador motivacional	<p>-Se saluda amablemente a los estudiantes y se recuerda el tema realizado anteriormente como un preámbulo a lo que se va a realizar en la presente sesión.</p> <p>-En esta sesión se va a emplear nuevamente la dinámica de la Serpiente Bipolar que se había empleado en la sesión anterior (para la relación de orden de números enteros).</p> <p>-Ahora se aplicará a la Adición y Sustracción de números enteros. Para ello, se le indica al alumno que tire dos dados confeccionados con números positivos y negativos, que se han preparado y proporcionado especialmente para este juego didáctico. Se le solicita que avance o retroceda por el cuerpo de la serpiente según los resultados obtenidos en los dados. Una vez realizado esto, se le pregunta al alumno cómo podría hacer lo mismo sin avanzar ni retroceder casillero por casillero.</p> <p>-En este punto se genera el conflicto cognitivo y se motiva a contestar las preguntas que se le plantean con las siguientes interrogantes: ¿Qué estrategia podría realizar para ello? ¿Podría sumarse los resultados de los dados como números enteros similares a los naturales? ¿Qué significa $+2 - 5$? ¿Cuándo ha retrocedido 8 y ha avanzado 2 sería lo mismo que haber retrocedido 6? ¿Cómo podría hacerse esto en operaciones? Una vez que el estudiante ha manifestado sus respuestas se le indica que $-8 + 2$ sale como resultado -6 siguiendo las reglas de la Adición y Sustracción y se realizan algunos ejemplos.</p>	<p>Juego didáctico “La Serpiente Bipolar”</p>  <p>Expresión oral</p> <p>Pizarra, plumones, limpiatipo, fichas</p>	20'
		Verificación	<p>Se empleará el juego didáctico “La calculadora de Papel” para que los estudiantes comprueben sus resultados luego de operar los números enteros que salieron al arrojar los dados con la dinámica anterior. De esta manera los estudiantes van adquiriendo las bases de cómo operar números enteros.</p>	<p>Calculadora de papel</p> 

	Desarrollo de contenidos	<p>Se presenta el MÓDULO DE APRENDIZAJE donde se va a desarrollar el tema de Adición y Sustracción poniendo énfasis en las 2 reglas de la Adición y Sustracción. Se considerará las siguientes reglas:</p> <p>1.-Regla de la Adición: Números de signos iguales se suman conservando el mismo signo en el resultado</p> <p>2.- Regla de la Sustracción: Números de signos diferentes se restan colocando el signo del número mayor al resultado.</p> <p>De esta manera va desarrollando su MEMORIA y su capacidad de ANÁLISIS. Se les deja a los estudiantes algunos ejemplos tipos y rutinarios sobre operaciones de Adición y Sustracción de números enteros, desarrollando esta vez, la capacidad de APLICACIÓN.</p>	<p>Contenidos sobre Adición y Sustracción en números enteros.</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p>	30'
	Incubación	<p>En esta parte se desarrolla el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE en donde los contenidos están relacionados con la fase anterior. Hay ejemplos explicativos sobre cómo aplicar las 2 reglas propuestas de Adición y Sustracción. También se les proporciona a los estudiantes estrategias para operar números enteros y cuando hay más de 2 números enteros, con paréntesis y sin paréntesis. De esta manera se continúa desarrollando su capacidad de SÍNTESIS y REFLEXIÓN.</p>	<p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>Expresión oral</p>	30'
	Resolución de problemas	<p>Se desarrolla las situaciones problemáticas planteadas al inicio de la etapa motivacional y los ejercicios de aplicación propuestos en el módulo de autoaprendizaje con lo cual los estudiantes desarrollando su capacidad de SÍNTESIS.</p>	<p>Hoja de ejercicios</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>Cuaderno</p>	30'
SALIDA	<p>Evaluación y metacognición</p> <p>-Se aplica una práctica evaluativa para evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas: reconocimiento, comprensión aplicación, análisis, síntesis y evaluación</p> <p>-En esta etapa se pone énfasis e indica al estudiante que confeccione sus propios ejercicios similares a los realizados en las fases anteriores y que luego los desarrolle el mismo. Al final se le solicita que evalúe en mismo su propio aprendizaje (que opinión considera de lo aprendido) Desarrollándose de esta forma la parte METACOGNITIVA</p>	<p>Práctica evaluativa</p> <p>Hojas</p>	15'	

SESIÓN DE APRENDIZAJE 03

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

DATOS INFORMATIVOS:

- 1.- UGEL:** Santa
- 2.-INSTITUCION EDUCATIVA:** 89009 “8 de octubre”
- 3.-ÁREA CURRICULAR:** Matemática
- 4.-SUB ÁREA:** Aritmética
- 5.-GRADO:** 1ero.
- 6.-TESISTAS:** Roger Villanueva López
Alberto Flores Almendras

TÍTULO:

“Aprendemos la multiplicación y división en Z resolviendo cuadrados mágicos”

	Procesos didácticos	Actividades de aprendizaje	Medios y materiales	Tiempo 150'																		
INICIO	Generador motivacional	<p>-Se saluda amablemente a los estudiantes.</p> <p>-Se recuerda el tema realizado en la sesión anterior (adición y sustracción de números enteros).</p> <p>-Se indica que en esta sesión se va a realizar un nuevo tema que continua y está en relación con lo realizado anteriormente. Para ello se muestra un nuevo juego didáctico: CUADRADO MÁGICO MULTIPLICATIVO DE 3X3. Una vez presentado ello, se motiva a solucionar el cuadrado mágico. Se le pregunta al alumno cómo podría llenar los casilleros vacíos tomando en cuenta que la multiplicación de los números enteros en horizontal, vertical y diagonal sea la misma. Generando el conflicto cognitivo en el alumno y motivándolo para contestar las preguntas siguientes:</p> <p>¿Podría emplearse las mismas reglas que la adición y sustracción en Z?</p> <p>¿significa lo mismo $+10 - 50$ y $(+10) (-50)$?</p> <p>¿Qué reglas podrían emplearse para resolver el cuadrado mágico?</p> <p>-Para contrastar con las reglas de la adición, se presenta un cuadrado mágico aditivo y se desarrolla para generar una diferencia con el cuadrado mágico multiplicativo y las reglas de la multiplicación y división de números enteros.</p> <p>Una vez que el estudiante ha manifestado sus respuestas se le indica que $+10 - 50$ sale como resultado -40 y es diferente a $(+10) (-50)$ en donde se van aplicar reglas distintas. Se soluciona el cuadrado mágico multiplicativo y se realizan algunos ejemplos sencillos de multiplicación y división en Z.</p>	<p>Juego didáctico "Cuadrado mágico multiplicativo 3x3"</p> <table border="1" data-bbox="1117 373 1398 552"> <tr><td></td><td>-1</td><td>-50</td></tr> <tr><td></td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>-100</td><td></td></tr> </table> <p>"Cuadrado mágico aditivo"</p> <table border="1" data-bbox="1143 659 1386 800"> <tr><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>-3</td></tr> </table> <p>Expresión oral</p> <p>Pizarra, plumones, limpiatipo, fichas</p>		-1	-50		10			-100		3				0	2		4	-3	20'
	-1	-50																				
	10																					
	-100																					
3																						
	0	2																				
	4	-3																				
PROCESO	Verificación	<p>Se utilizó el juego didáctico "cuadrado mágico multiplicativo 3x3". De esa manera los estudiantes comprueban sus resultados. Luego de verificar sus respuestas al resolver el cuadrado mágico aditivo y el cuadrado mágico multiplicativo, los estudiantes van adquiriendo las bases de cómo operar números enteros, y diferencian entre adición y sustracción con multiplicación y división en Z.</p>	<p>Expresión oral</p> <p>Cuaderno</p>	25'																		

	<p>Desarrollo de contenidos</p>	<p>Se presenta el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE y se desarrolla el tema de multiplicación y división en Z poniendo énfasis en las reglas de estas operaciones. Se considerará las siguientes reglas:</p> <p>1.-Regla de la Multiplicación:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\begin{aligned} (+) \times (+) &= + \\ (-) \times (-) &= + \\ (+) \times (-) &= - \\ (-) \times (+) &= - \end{aligned}$ <p style="text-align: center;">Multiplicación</p> </div> <p>2.- Regla de la División:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\begin{aligned} (+) \div (+) &= + \\ (-) \div (-) &= + \\ (-) \div (+) &= - \\ (+) \div (-) &= - \end{aligned}$ <p style="text-align: center;">División</p> </div> <p>De esta manera va desarrollando su MEMORIA y su capacidad de ANÁLISIS. Se proporciona a los estudiantes algunos ejemplos tipos y rutinarios sobre operaciones de multiplicación y división de números enteros, desarrollando esta vez, la capacidad de APLICACIÓN.</p>	<p>Contenidos sobre multiplicación y división de números enteros.</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p>	<p>30'</p>
	<p>Incubación</p>	<p>En esta parte se desarrolla la teoría y los ejercicios propuestos en el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE. En donde los contenidos están relacionados con las reglas propuestas de multiplicación y división en Z. También se proporciona a los estudiantes estrategias para operar números enteros con estas operaciones. De 2 ó más números enteros, con paréntesis y sin paréntesis. De esta manera se continúa desarrollando su capacidad de SÍNTESIS y REFLEXIÓN.</p>	<p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>Expresión oral</p>	<p>30'</p>
	<p>Resolución de problemas</p>	<p>Se desarrolla las situaciones problemáticas planteadas al inicio de la etapa motivacional y en el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE solucionando los ejercicios de aplicación con lo cual los estudiantes continúan desarrollando su capacidad de SÍNTESIS.</p>	<p>Hoja de ejercicios</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>cuaderno</p>	<p>30'</p>
<p>SALIDA</p>	<p>Evaluación y metacognición</p>	<p>-Se aplica una práctica evaluativa para evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas: reconocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación</p> <p>-En esta etapa se pone énfasis e indica al estudiante que confeccione sus propios ejercicios similares a los realizados en las fases anteriores y que luego los desarrolle él mismo. Al final se le solicita que evalúe en mismo su propio aprendizaje (que opinión considera de lo aprendido) Desarrollándose de esta forma la parte METACOGNITIVA</p>	<p>Práctica evaluativa</p> <p>Hojas</p>	<p>15'</p>

SESIÓN DE APRENDIZAJE 04

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

DATOS INFORMATIVOS:

- 1.- UGEL: Santa
- 2.-INSTITUCION EDUCATIVO: 89009 “8 de octubre”
- 3.-ÁREA CURRICULAR: Matemática
- 4.-SUB ÁREA: Aritmética
- 5.-GRADO: 1ero.
- 6.-TESISTAS: Roger Villanueva López
Alberto Flores Almendras

TÍTULO:

“Obteniendo la regla de tres simple directa mediante inducción para definir la proporcionalidad directa”

	Procesos didácticos	Actividades de aprendizaje	Medios y materiales	Tiempo 150'
INICIO	Generador motivacional	<p>-Se saluda amablemente a los estudiantes.</p> <p>-Se manifiesta que en esta sesión se va a realizar un nuevo tema muy diferente a los anteriores. Para ello se muestra unas graficas que representan el tema a realizarse en esta oportunidad. Tales graficas consisten en figuras de cantidades específicas de gaseosas (de la misma capacidad).</p> <p>-Se pegan en la pared imágenes de 1 botella de gaseosa, 2 botellas de gaseosa, 4 botellas de gaseosa, ½ docena de gaseosas y 1 docena de gaseosas. Luego se indica el precio de una gaseosa en el mercado(s/2).</p> <p>-Para generar el conflicto cognitivo en los estudiantes y motivándolos se anima a contestar las siguientes preguntas: ¿Cuánto costarían 2 gaseosas? ¿Cuánto costarían 4 gaseosas? ¿Cuánto costarían 6 gaseosas (1/2 docena)? ¿Cuánto costaría 1 docena de gaseosas? ¿Cuánto costarían 100 gaseosas? ¿Cuánto costarían 2 docenas y media?</p> <p>-En la pregunta final se genera el conflicto cognitivo. Se anima a que desarrollen con algún método personal la respuesta a la pregunta final.</p> <p>Una vez que el estudiante ha emitido sus respuestas, se le indica cuales son los verdaderos resultados de las preguntas.</p> <p>-Se propone nuevamente las siguientes preguntas: ¿Qué observan en los resultados realizados? ¿Observaron que mientras aumenta la cantidad de botellas aumenta también el precio de esa cantidad? Se indica que es el caso de PROPORCIONALIDAD DIRECTA.</p>	<p>Experiencia didáctica “Proporcionalidad directa entre número de gaseosas y su precio”</p>  <p>Expresión oral</p> <p>Pizarra, plumones, limpiatipo, fichas</p>	20'
PROCESO	Verificación	<p>Se indica las respuestas a la pregunta final: ¿Cuánto costarían 100 gaseosas? ¿Cuánto costarían 2 docenas y media?</p> <p>Indicando que es el caso de una proporcionalidad directa donde cuando una magnitud aumenta la otra también aumenta en la misma proporción. Y se añade que sucede lo mismo cuando una magnitud disminuye, la otra también disminuye.</p> <p>Los estudiantes verifican la veracidad de esta regla con ejemplos sencillos</p>	<p>Expresión oral</p> <p>Cuaderno</p>	25'

	Desarrollo de contenidos	<p>Proporcionalidad directa en el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE, poniendo énfasis en la regla de tres simple:</p> $ \begin{array}{ccc} 1 \text{ gaseosa} & \rightarrow & 2 \\ & \swarrow & \nearrow \\ & & x \\ & \nwarrow & \searrow \\ 12 \text{ gaseosas} & \rightarrow & x \end{array} $ $x = \frac{12 \times 2}{1} = 24$ <p>De esta manera va desarrollando su MEMORIA y su capacidad de ANÁLISIS. Se les deja a los estudiantes algunos ejemplos tipos y rutinarios sobre operaciones de Multiplicación y división de números enteros, desarrollando a la misma vez, la capacidad de APLICACIÓN.</p>	<p>Contenidos sobre proporcionalidad directa. Aplicación de la regla de tres simple en cuaderno</p> <p>Módulo de auto aprendizaje</p>	30'
	Incubación	<p>En esta parte se continúa desarrollando los ejercicios del MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE en donde los contenidos están relacionados con la resolución de ejercicios de proporcionalidad directa empleando el método de la REGLA DE TRES SIMPLE y otros métodos alternativos. Reglas propuestas de multiplicación y división en Z. De esta manera se continúa desarrollando su capacidad de SÍNTESIS y REFLEXIÓN.</p>	<p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>Expresión oral</p>	30'
	Resolución de problemas	<p>Se desarrolla las situaciones problemáticas planteadas al inicio de la etapa motivacional y en MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE, después se realizan los ejercicios de aplicación con lo cual los estudiantes desarrollando su capacidad de SÍNTESIS.</p>	<p>Hoja de ejercicios</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>cuaderno</p>	30'
SALIDA	<p>Evaluación y metacognición</p> <p>-Se aplica una práctica evaluativa para evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas: reconocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación</p> <p>-En esta etapa se pone énfasis e indica al estudiante que confeccione sus propios ejercicios similares a los realizados en las fases anteriores y que luego los desarrolle el mismo. Al final se le solicita que evalúe en mismo su propio aprendizaje (que opinión considera de lo aprendido) Desarrollándose de esta forma la parte METACOGNITIVA</p>	<p>Práctica evaluativa</p> <p>Hojas</p>	15'	

SESIÓN DE APRENDIZAJE 05

PROPORCIONALIDAD INVERSA

DATOS INFORMATIVOS:

- 1.-UGEL:** Santa
- 2.-INSTITUCIÓN EDUCATIVA:** 89009 “8 de octubre”
- 3.-ÁREA CURRICULAR:** Matemática
- 4.-SUB ÁREA:** Aritmética
- 5.-GRADO:** 1ero.
- 6.-TESISTAS:** Roger Villanueva López
Alberto Flores Almendras

TÍTULO:

“Proporcionalidad Inversa: capacidad de los envases y la relación inversa con su cantidad”

	Procesos didácticos	Actividades de aprendizaje	Medios y materiales	Tiempo 150'
INICIO	Generador motivacional	<p>-Se saluda amablemente a los estudiantes.</p> <p>-Se recuerda el tema realizado en la sesión anterior (proporcionalidad directa).</p> <p>-Se manifiesta que en esta sesión se va a realizar un tema relacionado con ello. Corresponde a proporcionalidad inversa.</p> <p>-Como actividad motivacional y para generar el conflicto cognitivo, se proporciona una experiencia didáctica que consiste en lo siguiente:</p> <p>Se presenta a los estudiantes una botella de plástico transparente de 1 litro lleno con un líquido de color rojo. Así mismo, se presenta varios depósitos de plástico transparente de varias capacidades y diferentes tamaños: de 1 litro(1000ml), de ½ litro (500 ml), de ¼ de litro (250 ml), de 1/8 de litro(125ml) y de 1/20(50ml).</p> <p>Para generar el conflicto cognitivo en el alumno y motivándolo, se anima a contestar las siguientes preguntas:</p> <p>¿si se desea verter el líquido total de la botella de litro en depósitos de 500 ml, cuántos de estos depósitos se requerirán?</p> <p>¿Si se desean verter el líquido total de la botella de litro en depósitos de 250 ml, cuántos de estos depósitos se requerían?</p> <p>¿Si se desea realizar el mismo procedimiento en depósitos de 125 ml, cuántos de estos depósitos se requieren?</p> <p>¿Si se desea repetir el mismo procedimiento en depósitos de 50 ml, cuantos se requieren?</p> <p>¿Si se desea repetir el mismo procedimiento en depósitos de 20 ml, cuantos se requieren?</p> <p>¿Si se desean repetir el mismo proceso con depósitos de 10ml, cuantos se requieren?</p> <p>-En este punto, específicamente en las 2 preguntas finales, se genera el conflicto cognitivo.</p> <p>Se anima a que desarrollen con algún método personal la respuesta a las 2 preguntas finales.</p> <p>-Una vez que el estudiante ha emitido sus respuestas, se le indica cuales son los resultados de las preguntas.</p> <p>Se continua con las siguientes preguntas:</p> <p>¿Qué observan en los resultados realizados?</p> <p>¿Observaron que mientras disminuye la capacidad de los depósitos donde se verterá el líquido, aumenta la cantidad a emplear de estos?</p> <p>-Se indica que es el caso de PROPORCIONALIDAD INVERSA.</p>	<p>Experiencia didáctica "capacidad de los envases y la relación inversa con su cantidad"</p>  <p>Expresión oral</p> <p>Pizarra, plumones, limpiatipo, fichas</p>	20'

PROCESO	Verificación	<p>Se indica las respuestas a las 2 pregunta finales: ¿Si se desea repetir el mismo procedimiento en depósitos de 20ml cuantos se requieren? ¿Si se desean repetir el mismo proceso con depósitos de 10ml? Esta comprobación se hace de manera concreta, es decir vertiendo el líquido en los diferentes depósitos (de diferente capacidad) presentados. De tal modo que los estudiantes comprueban sus resultados de manera concreta y experimental, observando cómo se obtienen los resultados. Indicando que es el caso de una proporcionalidad inversa donde: <i>Cuando una magnitud aumenta, la otra disminuye en la misma proporción. O también, cuando una magnitud disminuye la otra aumenta</i></p>	<p>Expresión oral</p> <p>Cuaderno</p>	25'
	Desarrollo de contenidos	<p>Se proporciona la información sobre Proporcionalidad Inversa en el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE, poniendo énfasis en la regla de tres simple inversa:</p> $25 \text{ máquinas} \rightarrow 180 \text{ horas}$ $x = \frac{25 \times 180}{90} = 50$ $90 \text{ máquinas} \rightarrow x$ <p>De esta manera va desarrollando la MEMORIA y la capacidad de ANÁLISIS de los estudiantes. Se les proporciona algunos ejemplos tipos y rutinarios sobre operaciones de proporcionalidad inversa; desarrollando a la misma vez, la capacidad de APLICACIÓN.</p>	<p>Contenidos sobre proporcionalidad inversa. Regla de tres simples inversa</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p>	30'
	Incubación	<p>En esta parte se continúa desarrollando los ejercicios del MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE en donde los contenidos están relacionados con la resolución de ejercicios de proporcionalidad inversa empleando el método de la REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA y otros métodos alternativos. De esta manera se continúa desarrollando su capacidad de SÍNTESIS y REFLEXIÓN.</p>	<p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>Expresión oral</p>	30'
	Resolución de problemas	<p>Se desarrolla las situaciones problemáticas planteadas al inicio de la etapa motivacional y en el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE. Después se realizan los ejercicios de aplicación con lo cual los estudiantes continúan desarrollando su capacidad de SÍNTESIS.</p>	<p>Hoja de ejercicios</p> <p>Módulo de autoaprendizaje cuaderno</p>	30'
SALIDA	Evaluación y metacognición	<p>-Se aplica una práctica evaluativa para evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas: reconocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación -En esta etapa se pone énfasis e indica al estudiante que confeccione sus propios ejercicios similares a los realizados en las fases anteriores y que luego los desarrolle el mismo. Al final se le solicita que evalúe en mismo su propio aprendizaje (que opinión considera de lo aprendido) Desarrollándose de esta forma la parte METACOGNITIVA</p>	<p>Práctica evaluativa</p> <p>hojas</p>	15'

SESIÓN DE APRENDIZAJE 06

PROGRESIÓN ARITMÉTICA

DATOS INFORMATIVOS:

1.-UGEL SANTA

2.-INSTITUCIÓN EDUCATIVA: 89009 “8 de octubre”

3.-ÁREA CURRICULAR: Matemática

4.-SUB ÁREA: Aritmética

5.-GRADO: 1ero.

6.-TESISTAS: Roger Villanueva López
Alberto Flores Almendras

TÍTULO:

“Progresión aritmética: Adivinando la cantidad de trocitos de papel por inducción y formula del término general”

	Procesos didácticos	Actividades de aprendizaje	Medios y materiales	Tiempo 150'
INICIO	Generador motivacional	<p>-Se saluda amablemente a los estudiantes.</p> <p>-Se manifiesta que en esta sesión se va a realizar un tema distinto a los realizados anteriormente. Corresponde a PROGRESIÓN ARITMÉTICA.</p> <p>-Para ello se presenta una experiencia didáctica nueva a los estudiantes:</p> <p>Consiste en proporcionar a cada uno de los estudiantes una cantidad específica y diferente de pequeños trocitos de papel preparados previamente en el siguiente orden y cantidad: 2,6,10,14, 18, etc. hasta que el estudiante que ocupa el orden y #23 recibe 90 trocitos de papel. Los estudiantes ignoran la cantidad que corresponde a cada uno pues están ocultos y protegidos en un vaso invertido.</p> <p>-Se va preguntando a cada estudiante sobre qué cantidad supondrían que tendría cada uno después de descubrir el primer y segundo estudiante. Se realiza las siguientes preguntas:</p> <p>¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante #3? ¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante # 4? ¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante #5?</p> <p>Los estudiantes van deduciendo las cantidades que corresponderían a cada ubicación a medida que se van descubriendo las cantidades de trocitos de papel de cada uno.</p> <p>-Para generar el conflicto cognitivo en el alumno y motivándolo se anima contestar las siguientes preguntas:</p> <p>¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante #10? ¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante # 20? ¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante #23? ¿Qué cantidad suponen que tendría el estudiante #50 y el #100, el #150 y el #500?</p> <p>En este punto se genera el conflicto cognitivo.</p> <p>-Se anima a que desarrollen con algún método personal la respuesta a las 4 preguntas finales.</p> <p>Una vez que el estudiante ha emitido sus respuestas, se le indica cuales son los resultados de las preguntas.</p> <p>-Para descubrir las cantidades que corresponden a los alumnos #100, #150 y #500, se anima a obtener una regla general.</p> <p>-Se indica que es el caso de PROGRESIÓN ARITMÉTICA.</p>	<p>Experiencia didáctica “Adivinando la cantidad de trocitos de papel por inducción y formula del termino general”</p>   <p>Expresión oral</p> <p>Pizarra, plumones, limpiatipo, fichas</p>	20'
PROCESO	Verificación	<p>Se indica las respuestas a las 4 pregunta finales:</p> <p>Indicando que es el caso de una progresión aritmética y que las respuestas podrían obtenerlo lógicamente descubriendo un ordenamiento de los números con una regla general o con una fórmula que está establecida (la fórmula del término general).</p>	Expresión oral	25'

		<p>Los estudiantes verifican concretamente la veracidad de sus respuestas al descubrir la cantidad de trocitos que corresponden los estudiantes #10, #20 y #23.</p> <p>Y realizan una inducción para obtener la cantidad de los que ocuparían las ubicaciones #100, #150 y #500. Proporcionándoseles una regla general, sin proporcionar aun la fórmula del termino general.</p> <p>El estudiante comprueba sus respuestas.</p>	Cuaderno	
	<p>Desarrollo de contenidos</p>	<p>Se proporciona la información sobre progresión aritmética en el MODULO DE AUTOAPRENDIZAJE, poniendo énfasis en la fórmula del término general:</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ <p>FORMULA DEL TERMINO GENERAL:</p> <p>De esta manera va desarrollando su MEMORIA y su capacidad de ANÁLISIS. Se les proporciona a los estudiantes algunos ejemplos tipos y rutinarios sobre progresión aritmética; desarrollando a la misma vez, la capacidad de APLICACIÓN.</p>	<p>Contenidos sobre progresión aritmética. Fórmula del termino general</p> <p>Módulo de auto aprendizaje</p>	30'
	<p>Incubación</p>	<p>En esta parte se continúa desarrollando los ejercicios del MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE en donde los contenidos están relacionados con la resolución de ejercicios de PROGRESIÓN ARITMÉTICA empleando la <i>fórmula del término general</i> y otros métodos alternativos. De esta manera se continúa desarrollando su capacidad de SÍNTESIS y REFLEXIÓN.</p>	<p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>Expresión oral</p>	30'
	<p>Resolución de problemas</p>	<p>Se desarrolla las situaciones problemáticas planteadas al inicio de la etapa motivacional y en el MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE, después se realizan los ejercicios de aplicación con lo cual los estudiantes continúan desarrollando su capacidad de SÍNTESIS.</p>	<p>Hoja de ejercicios</p> <p>Módulo de autoaprendizaje</p> <p>cuaderno</p>	30'
<p>SALIDA</p>	<p>Evaluación y metacognición</p>	<p>-Se aplica una <i>práctica evaluativa</i> para evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas: <i>reconocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación</i></p> <p>-En esta etapa se pone énfasis e indica al estudiante que confeccione <i>sus propios ejercicios</i> similares a los realizados en las fases anteriores y que luego los desarrolle el mismo. Al final se le solicita que <i>evalúe en mismo su propio aprendizaje</i> (que opinión considera de lo aprendido) Desarrollándose de esta forma la parte METACOGNITIVA</p>	<p>Práctica evaluativa</p> <p>hojas</p>	15'

ÍCONOS DE MI MÓDULO



Cuando observes este ícono, entonces vas a desarrollar el ejercicio de manera individual



Cuando observes este ícono, entonces vas a desarrollar el ejercicio con tus compañeros



Cuando observes este ícono, entonces vas a desarrollar el ejercicio con tus docentes



Cuando observes este ícono, entonces vas a desarrollar el ejercicio con algún o algunos integrantes familiares

MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE 01

NÚMEROS ENTEROS Y SU RELACIÓN DE ORDEN

Parte I

En el siguiente gráfico, se muestran los números enteros divididos en 3 partes



z^-	z^0	z^+
-2		+2
-4		+4
	0	+2
-8		
-12		+12
-14		+14



Propón inventando términos con los cuales podría denominarse a cada parte o subconjuntos de los números enteros?

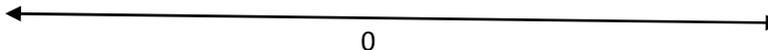
Parte II

¿CÓMO DETERMINAR EL MAYOR DE 2 NÚMEROS ENTEROS ?:

Ante la pregunta: ¿Cuál sería mayor -4 o -2? Se realizan 2 pasos:

Paso 1: Graficar los números en la recta numérica: Se grafica la recta numérica y se ubica los números enteros en donde corresponden (los negativos a la izquierda y los positivos a la derecha del cero), en caso haya solamente negativos se ubican ambos a la izquierda del cero.

Entonces los números -4 y -2 estarían ubicados en la recta numérica en: (*ubica los números*)



Paso 2: Indicar el número mayor y poner el símbolo <, > o =: Se divide en 2 procedimientos: A y B. Cada procedimiento posee su regla: Regla 1 para el procedimiento 1 y regla 2 para el procedimiento 2, así como sigue:

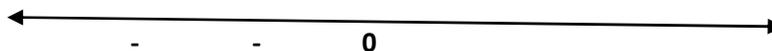


A.-Marcar el número mayor: Para ello se selecciona el número mayor en la recta numérica, encerrándolo en un círculo o subrayándolo.

Tomando en cuenta la regla 1:

El número entero mayor sería el que está más a la derecha en la recta numérica

(Márcalo aquí)



El mayor sería:



B.- Indicar el símbolo $>$, $<$ ó $=$: Se aplica la regla 2:

De este modo:

La abertura mayor o "boca" del símbolo ($<$, $>$ o $=$): señala el número mayor, para cualquier caso.

Abertura del símbolo o "boca" del símbolo \rightarrow $>$

$<$ \leftarrow Abertura del símbolo o "boca" del símbolo



Para finalizar el ejercicio:

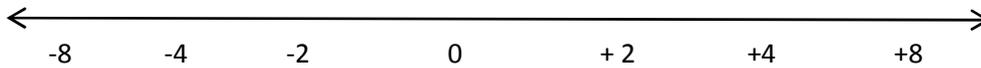
Del ejemplo anterior, con -4 y -2:

Obtenido el número mayor, indica el símbolo que corresponderá: ($>$, $<$ o $=$)

-4.....-2

Ejemplos:

En la recta numérica, se señalan varios números ordenados:



Recuerda: **Regla 1:** el número mayor está más a la derecha

Recuerda: **Regla 2:** La abertura del símbolo o "boca" del símbolo ($<$, $>$ o $=$) señala el número mayor



Según esto, Indicar el símbolo en los siguientes ejercicios:

-2 _____ -4

-8 _____ -2

+2 _____ +4

+4 _____ -2

0 _____ -4

-8 _____ 0

-8 _____ +4

-4 _____ +4

Indica 4 ejemplos de cuales serían mayores y cuales menores empleando $<$, $>$ ó $=$ de acuerdo a la recta numérica y las 2 reglas anteriores.



Entonces

1.-el ordenamiento del menor al mayor (forma creciente) de los números sería: (*indicar en el espacio en blanco*):



2.- Y el ordenamiento de mismos números del mayor al menor (forma decreciente) sería: (*indicar en el espacio en blanco*):

I.-Siguiendo las estrategias anteriores desarrolla los ejercicios:

1.- ordena los siguientes números enteros en forma creciente:

-8, -2, +4, -12, -14, +18

Recta numérica:



Luego indica los números ordenados en forma ascendente:

2.- Ordena los siguientes números en forma decreciente:

0, -12, +4, -20, +8, +2

Recta numérica



Luego indica los números ordenados en forma descendente:

II.-Siguiendo las estrategias anteriores ordenar en forma creciente y decreciente los números siguientes: 0, -4, -8, +14, +20, +8, +2, -2

1.- forma creciente:

2.-forma decreciente:



MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE 02

ADICIÓN Y SUSTRACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para operar números enteros en la adición o sustracción se requiere tomar en cuenta 2 reglas, que se denominaran:

REGLA DE SIGNOS PARA LA ADICIÓN Y SUSTRACIÓN

Parte I

Regla 1: Números del mismo signo, se suman y el resultado queda con el mismo signo en que están.

Ejemplos: $+4 + 8 = +12$ $-4 - 12 = -16$
 $+2 + 12 = +14$ $-12 - 8 = -20$

Ahora aplica tú mismo, la regla anterior:

$+12 + 2 = \underline{\quad}$ $-12 - 4 = \underline{\quad}$
 $+8 + 12 = \underline{\quad}$ $-18 - 8 = \underline{\quad}$



Regla 2: Números de diferente signo, se restan y el resultado queda con el signo del número mayor.

Ejemplos: $-8 + 4 = -4$ $-12 + 8 = -4$
 $+12 - 4 = +8$ $+4 - 18 = -14$

Ahora aplica Tú mismo, la regla anterior:

$-12 + 14 = \underline{\quad}$ $-2 + 4 = \underline{\quad}$
 $+18 - 20 = \underline{\quad}$ $-4 + 12 = \underline{\quad}$



RESUMEN: Hay 2 reglas tanto para la adición como para la sustracción de números enteros:

NÚMEROS DE MISMO SIGNO → SE SUMAN
(Y el resultado queda con el mismo signo)

NÚMEROS DE SIGNOS DIFERENTES → SE RESTAN
(Y el resultado queda con el signo del número mayor)

Para más de 2 números:

Para más de 2 números, las operaciones de adición o sustracción se desarrollan de 2 en 2, iniciando por la izquierda y avanzando hacia la derecha. Siguiendo las 2 reglas anteriores.

Ejemplo:

$$+2-4+8-12-8$$

$$-12+14-2-20+8$$



Ahora, hazlo Tú mismo:

$$-4-2-8+12-2$$

$$-2-4-8-12$$



Parte II.

Para números enteros con signo “+” ó “-” entre ellos:

Hay 2 casos:



a.- Con el signo “+” entre ellos (ADICION DE NUMEROS ENTEROS):

Se elimina el signo “+” y los números enteros quedan como estaban

Luego se aplican las 2 reglas anteriores de la parte I

Ejemplo:

$$+4 + +4 \rightarrow \text{queda como: } +4 +4$$

$$+4 + -8 \rightarrow \text{queda como: } +4 -8$$

$$-2 + -20 \rightarrow \text{queda como: } -2 -20$$

$$-12 + +8 \rightarrow \text{queda como: } -12 +8$$

$$\left. \begin{array}{l} +4 +4 = +8 \\ +4 -8 = -4 \\ -2 -20 = -22 \\ -12 +8 = -4 \end{array} \right\}$$



Ahora hazlo Tú mismo:

$+4 + +8 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$-2 + -12 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$-8 + +12 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$+8 + -4 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

b.- Con el signo “-“entre ellos (*Sustracción de números enteros*):

Se elimina el signo “-“y el segundo número entero, pasa con su signo contrario.

Luego se aplican las 2 reglas anteriores de la parte I



Ejemplo

$+4 - +4 \rightarrow$ queda como $+4 - 4$

$+4 - -8 \rightarrow$ queda como $+4 +8$

$-2 - -20 \rightarrow$ queda como $-2 +12$

$-12 - +8 \rightarrow$ queda como $-12 -8$



$+4 - 4 = 0$

$+4 + 8 = +12$

$-2 + 20 = +18$

$-12 - 8 = -20$

Ahora hazlo tú mismo:



$-8 - -12 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$+4 - +8 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$-20 - +2 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$+18 - -2 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$-2 - -18 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

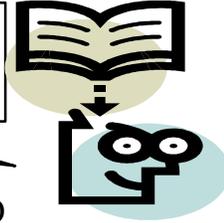
$+4 - -4 \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

Parte III:

Con números enteros con paréntesis y signo “+” ó “-” entre ellos



Se aplican las mismas estrategias anteriores a) y b) desapareciendo los paréntesis.



Para tener en cuenta

Antes de ello, se tendría en cuenta lo siguiente:

Cuando hay solamente un número entero con paréntesis y un signo afuera:

- **Con signo positivo afuera:** el número entero dentro del paréntesis queda con el mismo signo y el paréntesis desaparece.

Ejm:



$+(+2)=$ _____ $+(+8)=$ _____

$+(-4)=$ _____ $+(-16)=$ _____

Ahora hazlo tú mismo: $+(+12)=$ _____ $+(-2)=$ _____

NOTA: Cuando fuera del paréntesis esta sin signo, se supone que esta el signo “+”



Ejemplo:

$(+2)$ se supone $\rightarrow +(+2)=$ _____ (-4) se supone $\rightarrow +(-4)=$ _____

(-18) se supone $\rightarrow +(-18)=$ _____ $(+20)$ se supone $\rightarrow +(20)=$ _____



El número entero dentro del paréntesis queda con el mismo signo y el paréntesis desaparece.

➤ **Haciéndolo de frente (en un paso) quedaría:**

$(+2)=$ _____ $(-4)=$ _____ $(-18)=$ _____ $(+20)=$ _____

Ahora hazlo tú mismo: $(-18)=$ _____ $(-24)=$ _____



$(+2)=$ _____ $(-8)=$ _____

- **Con signo negativo afuera:** el número entero dentro del paréntesis pasa con signo contrario y el paréntesis desaparece.

Ejm:



$$\begin{array}{cccc} -(+8)=\underline{\quad\quad} & -(+14)=\underline{\quad\quad} & -(-2)=\underline{\quad\quad} & -(+4)=\underline{\quad\quad} \\ -(-12)=\underline{\quad\quad} & -(-18)=\underline{\quad\quad} & -(-4)=\underline{\quad\quad} & -(+2)=\underline{\quad\quad} \end{array}$$

Ahora hazlo tú mismo:  $-(-20)=\underline{\quad\quad}$ $-(+22)=\underline{\quad\quad}$

Entonces, se podrían aplicar las estrategias a) y b) de la parte II:

a.- Con el signo “+” entre ellos (*Adición de números enteros*):

Se elimina el signo “+” y los números enteros, quedan como estaban.

Ejemplo:



$(+2) + (+2) \rightarrow$	queda como :	$+2 + 2$	}	$+2 + 2 = +4$
$(+8) + (-4) \rightarrow$	queda como :	$+8 - 4$		$+8 - 4 = +4$
$(-4) + (-18) \rightarrow$	queda como :	$-4 - 18$		$-4 - 18 = -22$
$(-8) + (+12) \rightarrow$	queda como :	$-8 + 12$		$-8 + 12 = +4$

Comprueba

Desarrollando cada paréntesis mediante la estrategia de *número por número*

Ahora hazlo tú mismo:



$(+2) + (+20) \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$(+2) + (-4) \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$(-8) + (-12) \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

$(-2) + (+2) \rightarrow$ queda como _____ aplicando las dos reglas el resultado sería: _____

b.- Con el signo “-” entre ellos (*Sustracción de números enteros*):

Se elimina el signo “-” y el segundo número entero, pasa con su signo contrario.

Ejemplo:



$(+2) - (+2) \rightarrow$	queda como :	$+2 - 2$	}	$+2 - 2 = 0$
$(+8) - (-4) \rightarrow$	queda como :	$+8 + 4$		$+8 + 4 = +12$
$(-4) - (-18) \rightarrow$	queda como :	$-4 + 18$		$-4 + 18 = +14$
$(-8) - (+12) \rightarrow$	queda como :	$-8 - 12$		$-8 - 12 = -20$

Comprueba



Desarrollando cada paréntesis mediante la estrategia de número por número

Ahora hazlo tú mismo:

$$(+2) - (+20) \rightarrow \text{queda como } \underline{\hspace{2cm}} \text{ aplicando las dos reglas el resultado sería: } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(+4) - (-4) \rightarrow \text{queda como } \underline{\hspace{2cm}} \text{ aplicando las dos reglas el resultado sería: } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-8) - (-12) \rightarrow \text{queda como } \underline{\hspace{2cm}} \text{ aplicando las dos reglas el resultado sería: } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) - (+12) \rightarrow \text{queda como } \underline{\hspace{2cm}} \text{ aplicando las dos reglas el resultado sería: } \underline{\hspace{2cm}}$$

Para más de 2 números: se desarrolla de izquierda a derecha

Sin paréntesis:

$$-4 - -8 + +2 + -8 - -12$$

$$-4 - -12 + -14 - -2$$



Con paréntesis:

$$(-2) + (-4) - (-2) - (+8)$$

$$4 - (+8) - (-12) - (+14) - 2$$



Ahora hazlo tú mismo:

$$-4 - +2 - -8 + -12 - -2$$

$$2 - +4 - +8 - +12$$

$$-4 - 8 - (-2) + (-12)$$

$$-(+4) - (-8) + (-2) - (12) + (-4)$$

SITUACIÓN PROBLEMATICA

A las 7:30 am la temperatura en Arequipa es de 13° , en Puno de 17° bajo cero y en Cuzco de -2° .

- ¿Dónde hace más frío?
- ¿Qué diferencia de temperatura hay entre Arequipa y Puno?
- ¿Qué diferencia de temperatura hay entre Cuzco y Puno?



OTRAS SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Plantea las siguientes situaciones problemáticas y desarróllalos de acuerdo a las reglas de los signos de la adición o sustracción:

- 1.-Un submarino está ubicado a 120 metros de profundidad. Entonces decide ascender 40 metro ¿Cuál sería su ubicación ahora?
- 2.-Un avión vuela a 1000 m de altura y un submarino está a -850 m. ¿Cuál es la diferencia de altura entre ambos?
- 3.-En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido de -2° C, y la más baja, de -23° C. ¿Cuál ha sido la diferencia de temperatura?
- 4.- Después de subir 8 pisos el ascensor de un edificio se ubica en el piso numero 7 ¿de qué planta ha salido?

MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE 03

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para multiplicar o dividir números enteros se requiere tomar en cuenta un grupo de regla que se resumen en solamente 2 cuadros, que se denominaran:



REGLA DE SIGNOS PARA LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

Para la multiplicación

$+ \times + = +$
$+ \times - = -$
$- \times + = -$
$- \times - = +$

Para la división

$+ \div + = +$
$+ \div - = -$
$- \div + = -$
$- \div - = +$

Con paréntesis, saldrían los mismos resultados:

Para la multiplicación

$(+) (+) = +$
$(+) (-) = -$
$(-) (+) = -$
$(-) (-) = +$

Para la división

$(+) \div (+) = +$
$(+) \div (-) = -$
$(-) \div (+) = -$
$(-) \div (-) = +$



Para la multiplicación

A.-Para 2 números enteros: Se multiplican los números y después también se multiplican los signos

- Sin paréntesis:

$$+2 \times +4 = \underline{\quad} \quad +4 \times -8 = \underline{\quad} \quad -8 \times +2 = \underline{\quad} \quad -4 \times -8 = \underline{\quad}$$

$$+12 \times +2 = \underline{\quad} \quad +2 \times -4 = \underline{\quad} \quad -2 \times +2 = \underline{\quad} \quad -4 \times -4 = \underline{\quad}$$

Ahora hazlo tú mismo:

$$-2 \times -12 = \underline{\quad} \quad +4 \times -12 = \underline{\quad} \quad -4 \times +8 = \underline{\quad} \quad -2 \times -12 = \underline{\quad}$$



➤ También faltando un signo “+”

Hazlo tú mismo:

$$2 \times -4 = \underline{\quad} \quad -8 \times 2 = \underline{\quad} \quad 4 \times -2 = \underline{\quad} \quad -4 \times 4 = \underline{\quad}$$



- Con paréntesis:

$$(+4) (+4) = \underline{\quad} \quad (+12) (-4) = \underline{\quad} \quad (-8) (+2) = \underline{\quad} \quad (-12) (-4) = \underline{\quad}$$

Ahora hazlo tú mismo:

$$(+2)(+12) = \underline{\quad} \quad (+4) (-4) = \underline{\quad} \quad (-12) (+12) = \underline{\quad} \quad (-14) (-2) = \underline{\quad}$$



➤ También faltando un signo “+”

Hazlo tú mismo:

$$(2) (-4) = \underline{\quad} \quad (-8) (2) = \underline{\quad} \quad (4) (-2) = \underline{\quad} \quad (-4) (4) = \underline{\quad}$$



B.-Para más de 2 números enteros :

Se multiplican los números y después también se multiplican los signos de 2 en 2

Ejm:



$$-2 \times 4 \times +8 \times -2 = \underline{\quad} \quad +2 \times -2 \times -2 \times -4 = \underline{\quad}$$

$$(-2)(+4)(-2)(-2) = \underline{\quad} \quad (-2)(+2)(-4)(-4) = \underline{\quad}$$



Ahora hazlo tú mismo:

$-2 \times -2 \times +2 \times -2 \times -2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$+8 \times -2 \times -2 \times -4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$-2 \times -8 \times 2 \times +2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 \times -2 \times -4 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Para la división

Se realizan los mismos procedimientos: Se dividen los números y después también se dividen los signos



• Sin paréntesis:

$+8 \div +4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$+8 \div -2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$-12 \div +4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$-12 \div -2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$+16 \div +2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$+16 \div -8 = \underline{\hspace{1cm}}$

$-16 \div +4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$-18 \div -9 = \underline{\hspace{1cm}}$

• Con paréntesis:

$(+8) \div (-4) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(+12) \div (-4) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(-18) \div (+9) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(-24) \div (-12) = \underline{\hspace{1cm}}$

➤ También faltando un signo “+”

$24 \div -12 = \underline{\hspace{1cm}}$

$-8 \div 2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$4 \div -2 = \underline{\hspace{1cm}}$

$-16 \div 4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$(8) \div (-4) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(-8) \div (2) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(18) \div (-2) = \underline{\hspace{1cm}}$

$(-24) \div (12) = \underline{\hspace{1cm}}$

EJERCICIOS DE OPERACIONES COMBINADAS

Para desarrollar ejercicios de operaciones combinadas se sigue la siguiente estrategia:

Se desarrollan **INICIANDO** con:

1.- las multiplicaciones y/o divisiones..... **Y DESPUÉS**

2.- las adiciones o sustracciones.

CADA UNA DE ACUERDO A LA REGLAS DE LOS SIGNOS REALIZADAS ANTERIORMENTE

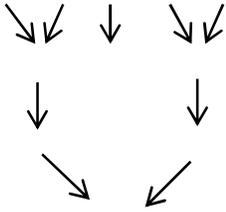




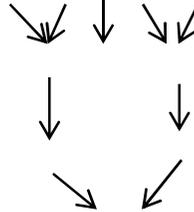
Ejm:

Realizar las operaciones combinadas siguientes:

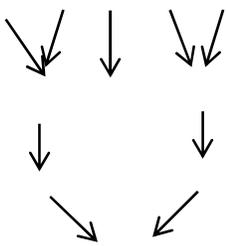
$$(-2)(-4) + (-4)(+4)$$



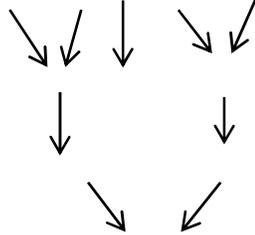
$$(+4)(-2) - (-2)(-2)$$



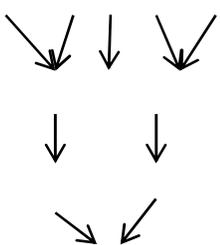
$$-2 \times +2 - -4 \times +2$$



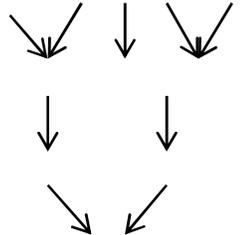
$$+4 \times -4 + -8 \times -2$$



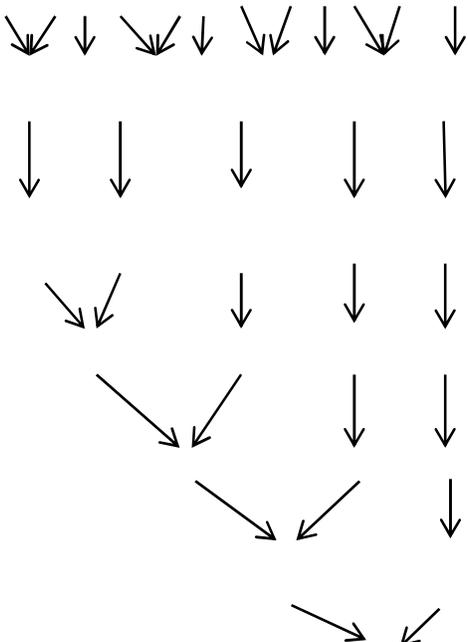
$$2 \times -4 + -4 \times 2$$



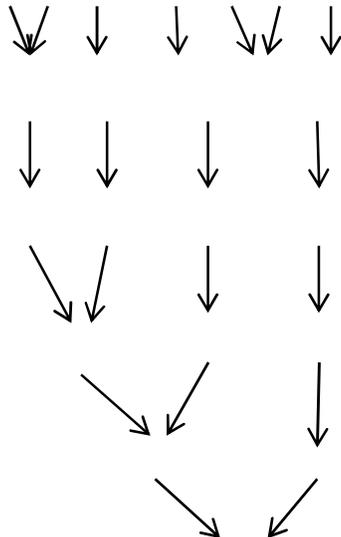
$$-8 \times +4 - -2 \times 4$$



$$2 \times 4 + (-2)(2) - (2) \times -4 + 2 \times (-4) - 2$$



$$(2)(2) - (-8) + (-4)(-2) - 4$$



Ahora hazlo tú mismo:

$$(-2)(-8) + (-2)(+4)$$



$$-2 \times +9 - -4 \times +2$$

$$2 \times 2 + (-2)(4) - (2) \times -8 + 4 \times (-4) - 2$$



$$(2)(8) - (-2) + (-2)(-2) - 12$$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS

Son 4 las propiedades de la adición en números enteros



1.-Propiedad conmutativa: Al invertir el orden de los sumandos, el resultado permanece siendo el mismo

Ejm:



$$(-2) + (-4) = (-4) + (-2)$$



=

$$(-8) + (+4) = (+4) + (-8)$$



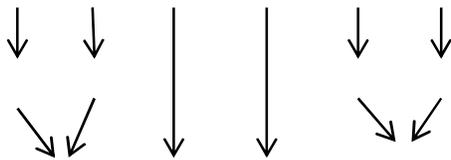
=

2.-Propiedad asociativa: los sumandos podrían agruparse de diferente modo y el resultado continúa siendo lo mismo

Ejm:

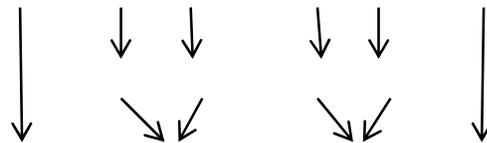


$$[(-2) + (-4)] + (-8) = (-2) + [(-4) + (-8)]$$



=

$$(-2) + [(-14) + (+12)] = [(-2) + (-14)] + (+12)$$



=

3.-Propiedad del elemento neutro: cuando se realiza la adición de un número entero con el entero neutro aditivo ("0") se obtiene como resultado el mismo número entero.

Ejm:



$$(-2) + 0 = \underline{\quad}$$

$$0 + (-8) = \underline{\quad}$$

4.-Propiedad del inverso aditivo: Cuando se realiza la adición de un número con su inverso aditivo se obtiene de resultado el "0" (entero neutro)

Ejm:

$$(+4) + (-4) = \underline{\quad}$$

$$(-12) + (+12) = \underline{\quad}$$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN CON NÚMEROS ENTEROS

Son 4 las propiedades de la multiplicación en números enteros. Similares a las de la adición



1.-Propiedad conmutativa: Al invertir el orden de los factores, el resultado permanece siendo el mismo



Ejm:

$$(-2) (-4) = (-4) (-2)$$

$$(-8) (+4) = (+4) (-8)$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

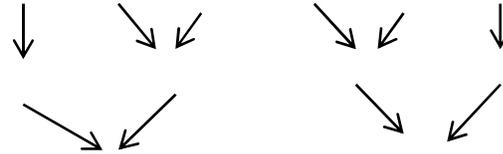
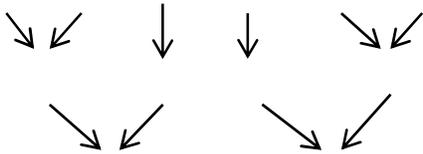
2.-Propiedad asociativa: los factores podrían agruparse de diferente modo y el resultado continúa resultando el mismo



Ejm:

$$[(-2) \times (-4)] \times (-8) = (-2) \times [(-4) \times (-8)]$$

$$(-2) \times [(-14) \times (+12)] = [(-2) \times (-14)] \times (+12)$$



=

=

3.-Propiedad del elemento neutro multiplicativo: cuando se realiza la multiplicación de un número entero con el elemento neutro multiplicativo (1) se obtiene como resultado el mismo número entero



Ejm:

$$(-2) \times 1 = \underline{\quad}$$

$$1 \times (-8) = \underline{\quad}$$

4.-Propiedad del inverso multiplicativo: Cuando se realiza la multiplicación de un número con su inverso aditivo se obtiene el resultado "1" (entero neutro multiplicativo)



Ejm:

$$(+4) \times \left(+\frac{1}{4}\right) = \underline{\quad}$$

$$(-8) \times \left(-\frac{1}{8}\right) = \underline{\quad}$$

MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE 04

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Antes de realizar la aplicación de los ejercicios de proporcionalidad directa, se requiere definir lo que sería una magnitud:

¿Qué cosa sería una magnitud para Ud.? Elabora algunas definiciones de lo que podría significar para ti una magnitud:

Magnitud sería:.....

Magnitud sería:.....



Según las definiciones que has elaborado se van a presentar ejemplos de magnitudes para luego elaborar una definición en las matemáticas._

Ejemplos de magnitud:

- Temperatura
- Tiempo
- Longitud (largo y ancho de objetos)
- Velocidad
- Peso



La característica común a estos ejemplos sería:

1:.....

2:.....

Menciona otras magnitudes:.....

Recuerda:

Una magnitud sería:
Aquello que puede aumentar o disminuir y además se puede medir

Una vez definido lo que sería una magnitud.

Podría definirse lo que sería una proporcionalidad directa:

PROPORCIONALIDAD DIRECTA consiste en relacionar 2 magnitudes en la cual cuando una de ellas aumenta la otra magnitud también aumenta; o también cuando una magnitud disminuye la otra también disminuye en la misma proporción.

Entonces, se diría que las 2 magnitudes son **DIRECTAMENTE PROPORCIONALES**, pues: cuando la cantidad de galletas *aumenta*, el tiempo también *aumenta*.

Recuerda: las dos magnitudes serían **DIRECTAMENTE PROPORCIONALES**.

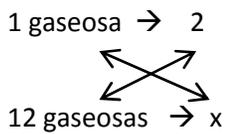
Para desarrollar los ejercicios de manera práctica se va a aplicar una regla práctica:

LA REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

Aplicando a un ejemplo. Del siguiente modo:

Ejemplo1:

Ricardo desea comprar una docena de gaseosas. Él va a la tienda y pregunta el precio de una gaseosa y le dicen: 1 gaseosa está a S/2. Para averiguar cuanto gastara en la docena de gaseosa realiza el siguiente esquema:



Luego realiza las operaciones: Multiplicando en aspa

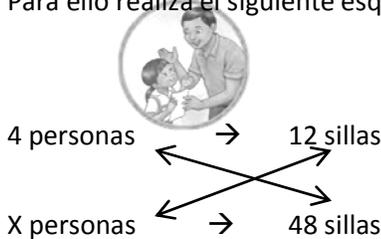
$$X = \frac{12 \times 2}{1} = 24$$

Entonces, la docena de gaseosas le costará: S/24

Ejemplo2:

Ricardo observa que 4 personas podrían hacer 12 sillas. Él quiere confeccionar 48 sillas. Entonces se pregunta ¿cuántas personas tendría que contratar?

Para ello realiza el siguiente esquema basado en la regla de tres simple.



Luego realiza la siguiente operación: Multiplicando en aspa

$$X = \frac{48 \times 4}{12} = 16$$

Entonces, se tendrían que contratar 16 personas.

Otra estrategia para desarrollar los mismos tipos de ejercicios sería plantearlo en ecuaciones:

Para el ejemplo 1 de Ricardo quedaría de esta manera:

$$\frac{1}{12} = \frac{2}{x}$$

Luego al multiplicar en aspa → $x = 12 \times 2$ → $x = 24$

Para el ejemplo 2 de Ricardo:

$$\frac{4}{x} = \frac{12}{48} \quad \text{luego al multiplicar en aspa} \rightarrow (4)(48) = (x)(12) \rightarrow \frac{192}{12} = x \rightarrow x = 16$$

Ahora plantea tú mismo los esquemas para resolver por **REGLA DE TRES SIMPLE** los siguientes ejercicios:



Ejercicio 1:

Ana desea comprar 2 docenas de manzanas. Cada manzana está a S/ 0.50. ¿Cuánto gastara en las 2 docenas?

1 manzana →

Operaciones en aspa (por regla de tres simple):

2 docenas () →

Ana desea contratar personas para confeccionar muebles. Se percata que 12 personas podrían realizar 4 muebles ¿cuántas personas contratara para hacer 9 muebles?

..... personas →muebles

operaciones en aspa (por regla de tres simple)

.....personas →muebles

También podría haber ejercicios en cuadros

El siguiente cuadro presenta 2 magnitudes que están en proporcionalidad directa, en donde un par de galletas cuestan S/4. Llenar el cuadro y responde la pregunta: Averiguar “a + b + c + d”



Costo unitario (S/)	4	8	12	16	20	d
N° de galletas	2	4	a	b	c	12

Observar que podría resolverse por:

$$\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{12}{a} = \frac{16}{b} = \frac{20}{c} = \frac{d}{12}$$



La constante de proporcionalidad sería:.....

MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE 05

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Antes de realizar la aplicación de los ejercicios de proporcionalidad Inversa, se requiere recordar lo que se había definido como Magnitudes Directamente proporcionales:

Cuando una magnitud aumenta, la otra magnitud también aumenta; o también, cuando una magnitud disminuye, la otra también disminuye.

Ahora las magnitudes también podría estar en una relación **INVERSA**, a las que se denominarían **MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES**

A continuación, se presentan algunos ejemplos para discriminar magnitudes directamente proporcionales de las inversamente proporcionales:

¿De los siguientes pares de magnitudes identifica las opciones que según tu criterio están en una relación inversamente proporcional?_

1.- **Nº DE GASEOSAS** que se compra en una tienda y **COSTO** total a pagar



2.- **VELOCIDAD** a la que se traslada un auto y el **TIEMPO** de demora en recorrer su viaje

3.- **Nº DE MAQUINAS** para elaborar polos y **TIEMPO** que demoran en realizar un pedido

4.- **CANTIDAD DE ESTUDIANTES** de la IE. 8 de octubre y **NÚMERO DE UNIFORMES** que se compran

¿QUE SUCEDE CON ESTAS OPCIONES QUE SELECCIONASTE?

En el caso No. 2:



Cuando el auto **aumentaría** su **VELOCIDAD**, entonces el **TIEMPO** que demoraría en recorrer y completar su viaje ¿aumenta o disminuye?

O también, cuando el auto **disminuye** su **VELOCIDAD**, entonces el **TIEMPO** que demoraría en recorrer y completar su viaje ¿aumenta o disminuye?

En el caso No. 3:



En caso **aumenten** el **Nº DE MÁQUINAS** para confeccionar polos, entonces el **TIEMPO** que demoraría en entregar el pedido ¿aumenta o disminuye?

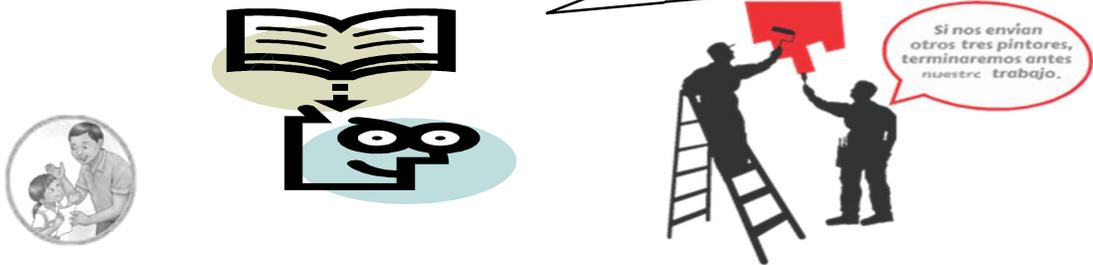
O también, en caso **disminuyan** el **Nº DE MÁQUINAS** para confeccionar polos, entonces el **TIEMPO** que demoraría en entregar el pedido ¿aumenta o disminuye?

De esto se concluye que estas magnitudes están en una relación inversa o se diría que:

LAS MAGNITUDES SON INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Ya que:

Cuando una magnitud aumenta, la otra magnitud disminuye en la misma proporción; o viceversa, cuando una magnitud disminuye, la otra magnitud aumenta en la misma proporción



A continuación, se presentan algunas situaciones para identificar que magnitudes son **INVERSAMENTE PROPORCIONALES**. Completa los cuadros según indica.

Situaciones	Magnitudes	¿Son inversamente proporcionales? ¿Por qué?
La velocidad de un auto y el tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.		
El número de personas y el número de días que tardan en construir un edificio.		
La cantidad de aceite y el número de empanadas que se fríen.		
Los litros de gasolina del tanque de un automóvil y los kilómetros que rinde.		
El número de caños que hay en un estanque y el tiempo que demora en llenar ese estanque		
La cantidad de operarios y el tiempo empleado en pintar una pared de 800 m ² .		

Ahora, hazlo tú mismo:

Menciona 2 situaciones en las que se observen que las magnitudes están en una relación inversamente proporcional (como en los ejemplos anteriores).



- 1.-.....
- 2.-.....

Para desarrollar los ejercicios de proporcionalidad inversa de manera práctica, se va a aplicar la siguiente regla:

LA REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA

Aplicando a un ejemplo:

Ejemplo1:

25 máquinas producen cierta cantidad de camisas en 180 horas ¿Cuántas horas demorarán 90 máquinas en producir la misma cantidad de camisas?

Para averiguar cuantas horas se demorarían las maquinas en realizar la misma cantidad de camisas se realiza el siguiente esquema:

25 máquinas	→	180 horas	Luego realiza las operaciones: Multiplicando HORIZONTALMENTE
90 máquinas	→	x	$X = \frac{25 \times 180}{90} = 50$



Entonces, 90 máquinas demorarían: 50 horas

Observa: cuando el **Nº DE MÁQUINAS**.....--> el **TIEMPO**.....

Otra estrategia para desarrollar los mismos tipos de ejercicios sería plantearlo en ecuaciones:

Para el ejemplo 1

$$25 \times 180 = 90 \times X \quad \rightarrow \quad \frac{25 \times 180}{90} = 50$$

Ejemplo 2:

Un automóvil va a 120 km/h y demora 4 horas en recorrer cierta distancia. Cuantas horas demoraría, en recorrer la misma distancia, el mismo automóvil con una una velocidad de 80 km/h?

Para averiguar cuantas horas se demorarían el auto a una velocidad de 80 km/h, se realiza el siguiente esquema:

120 km/h	→	4 horas	Luego realiza las operaciones: Multiplicando HORIZONTALMENTE
80 km/h	→	x horas	$X = \frac{120 \times 4}{80} = 6$

Entonces, el auto viajando a una velocidad de 80 km/h demoraría 6 horas



Observa: cuando la **VELOCIDAD**.....→ el **TIEMPO**.....

Otra estrategia para desarrollar los mismos tipos de ejercicios sería plantearlo en ecuaciones:

Para el ejemplo 1

$$120 \times 4 = 80 \times X \quad \rightarrow \quad \frac{120 \times 4}{80} = 6$$



Ahora hazlo tú mismo desarrollando los siguientes ejercicios:

1.- 40 operarios demoran 12 días en pintar un edificio ¿Cuántos días tardaran 24 operarios en realizar el mismo servicio? Realiza el esquema de la regla de 3 simple y responde la pregunta

2.- 8 sastres confeccionan una cantidad fija de abrigos en 24 días. ¿Cuántos días se demorarán 12 sastres igualmente eficientes para confeccionar la misma cantidad de abrigos? Realiza el esquema de la regla de 3 simple y responde la pregunta

También podría haber ejercicios en cuadros:

El número de operarios y los días que tardan en pintar una torre representa una situación de proporcionalidad inversa. Completa la siguiente tabla y luego averigua $a+b+c+d$

Observar que mientras el número de operarios van aumentando por medio de multiplicaciones, el número de días van disminuyendo por medio de divisiones.

Completa las multiplicaciones y divisiones y luego averigua $a+b+c+d$

Multiplican por:

N° de operarios	1	2	3	b	6	9	18
N° de días	90	45	a	18	c	d	5

Dividen por:

También podría resolverse del siguiente modo:

$$1 \times 90 = 2 \times 45 = 3 \times a = b \times 18 = 6 \times 6 = 9 \times d = 18 \times 5$$



En donde la constante de proporcionalidad sería:

También hay ejercicios de este tipo:

Siendo A y B² magnitudes Inversamente Proporcionales. Cuando A = 100 y B= 4, hallar el valor de B cuando A = 25?

MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE 06

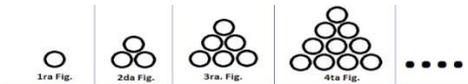
PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Antes de realizar la aplicación de los ejercicios de PROGRESIONES, se requiere definir claramente lo que sería una SUCESIÓN

SUCESIÓN

Una sucesión se refiere a un conjunto de cosas (letras, números, figuras, cosas, etc...) una detrás de otra, formando un cierto orden.

Indica lo que continua:



a, b, c, d, e,...

a, l, f, r, e, d,...._

20, 25, 30, 35,...

Sucesión Numéricas:

Conjunto ordenado de números, cada uno de ellos denominados términos o elementos de la sucesión

0, 1, 0, 1,0,...

1, 4, 9, 16, 25, 36,...



Sin razón constante

4, 8, 12,16,.....

20, 18, 16, 14,....



Con razón constante



PROGRESIONES

una **progresión aritmética** es una sucesión de números, en donde la diferencia de cualquier par de términos consecutivos de la secuencia resulta constante(que se repite en cada caso), dicha cantidad constante se le denomina «diferencia» o «razón» de la progresión.

Podría haber progresiones ascendentes o descendentes:

1.- Progresiones ascendentes:

Cuando los términos son cada vez mayores y la razón resulta positiva

En la sucesión 4, 12, 20, 28, 36, 44, para pasar de un término a otro, se tendría que sumar.....; por tanto, la razón sería $r=8$ y la progresión es ascendente.



2.- Progresiones descendentes:

Cuando los términos se van haciendo cada vez más pequeños y la razón resulta negativa, sin embargo, en esta otra sucesión 17, 13, 9, 5, para pasar de un término al siguiente, tienes que restar..... (o sumar -4); entonces, la razón sería $r = -4$ y la progresión es descendente.



Las progresiones más comunes son las progresiones

Averiguar el término que continúa en una progresión se hace sencillo, cuando se obtiene la razón aritmética, es decir cuando el número en que van aumentando la progresión, por ejemplo:

a) ¿Qué número continúa? 2, 8, 14, 20, 24,....



Rápidamente te puedes dar cuenta que los números van aumentando de.....en....., por lo tanto la razón aritmética sería:..... y el número que continúa en dicha sucesión sería :.....

La manera como obtener la razón aritmética se realiza del siguiente modo: restando un término cualquiera con su anterior:

Como se podría observar la razón aritmética se podría obtener restando: $24 - 20$ que resulta:..... $20 - 14$ que resulta:..... $14 - 8$ que resulta:..... ó $8 - 2$, que resulta:.....

Lo mismo sucede con una progresión descendente:

b) ¿Qué número continúa en la progresión? 24, 20, 16, 12, 8,....

Rápidamente te puedes percatar que los números en este caso van disminuyendo de..... en....., por lo tanto la razón aritmética sería:.....Lo que significa que los números van restando de.....en.....y el número que continúa sería:.....

La razón aritmética se podría obtener restando: $8 - 12$, que resulta:..... $12 - 16$, que resulta:..... $16 - 20$, que resulta:.....o $20 - 24$, que resulta:.....



Y como se haría en siguiente caso:

**Ejemplo 1: Averiguar el término 41 en la siguiente progresión aritmética?
2, 4, 6, 8,....**

Para averiguar el término 41, tendría que obtenerse los números restantes sumando la razón correspondiente, lo cual demoraría demasiado. Entonces para evitar ello se ha elaborado una fórmula denominada la FÓRMULA DEL TÉRMINO GENERAL en la progresión aritmética:

FORMULA DEL TERMINO GENERAL:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

En donde:

Recuerda....

a_n = el término que se va a averiguar

a_1 = el termino primero en la progresión

n = el número de términos por la que está formada la progresión

r = la razón

De tal modo que para averiguar el término 41, se haría lo siguiente:

Ubicando los datos: _

$a_n = ?$

$a_1 = 2$

$n = 41$

$r = 2$

Reemplazando en la FÓRMULA DEL TERMINO GENERAL resultaría:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$



Recuerda....

$$a_n = 2 + (41-1) \cdot 2 = 2 + (40) \cdot 2 = 2 + 80 = 82$$

→ El termino 41 seria= 82

De la misma manera podría resolverse el siguiente ejercicio:

Ejemplo 2: Averiguar el término 51 en la siguiente progresión aritmética:

8, 12, 16, 20,



Ubicando los datos:

$a_n = ?$

$a_1 = 8$

$n = 51$

$r = 4$

Remplazando en la FORMULA DEL TERMINO GENERAL

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \rightarrow a_n = 8 + (51-1) \cdot 4 \rightarrow a_n = 8 + (50) \cdot 4 = 8 + 200 = 208$$

Ahora hazlo tú mismo

Averiguar el término de lugar 41 en la progresión aritmética

12, 20, 28, 36,



También hay casos en que faltan algunos términos en la progresión aritmética y tendría que deducirse la razón aritmética, del siguiente modo:

Ejm 1:

En la siguiente progresión aritmética averiguar los términos que faltan:

____,____,____,20,____,28,____

Una manera de averiguar los términos faltantes sería deducir el **TERMINO CENTRAL** entre 20 y 28 Realizándose las siguientes preguntas:



Pregunta 1: Suponiendo que la razón salga 2 → Entonces, luego del 20, continuaría 22 → y luego para 28 faltaría: ¿sería 2 la razón?

Pregunta 2: Suponiendo que la razón salga 4 →Entonces, luego del 20, continuaría 24 → y luego del 24, sumando la razón resulta 28, lo que coincide con el ejercicio propuesto. Por lo tanto, la razón sería:.....

Entonces, los números que faltan en los espacios en blanco serían:

8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

Ahora hazlo tú mismo:



Ejercicio 1: En la siguiente progresión aritmética , averiguar los términos que faltan.

____,____,____,20,____,24,____

Ejercicio 2: En la siguiente progresión aritmética averiguar los términos que faltan:

____,____,____,28,____,44,____

De una manera práctica para averiguarlos términos faltantes, se podría realizar la aplicación de una fórmula auxiliar denominada: LA FORMULA DEL TERMINO CENTRAL

TERMINO CENTRAL= $\frac{a_n - a_1}{2}$



En los ejercicios el término central sería

Ejercicio 1 Termino central= $\frac{20+24}{2}$ =..... A partir de allí, saldría la razón y los otros términos

Ejercicio 2 Termino central= $\frac{28+44}{2}$ =..... A partir de allí saldría la razón y los otros términos.

LA FORMULA DEL TERMINO GENERAL APLICADO A SITUACIONES PROBLEMATICAS

01.- La población de cierto pueblo pequeño aumenta en 2 personas cada año. Actualmente son un total de 120 personas. ¿En 8 años cuantas personas habrá?

Esquema de la sucesión:

$a_n =$



$a_1 =$

$n =$

$r =$

02.- Un estudiante del 1er año del colegio 8 de octubre desea comprar una colección de textos.

El precio de un primer texto de colección es de 12 y cada texto siguiente cuesta 2 más que el texto anterior. Si la colección consta de 20 textos, en total ¿Cuánto se pagará para obtener la colección completa de textos?

Esquema de la sucesión:

$a_n =$

$a_1 =$

$n =$

$r =$

PROGRESIONES ARITMETICAS APLICADAS A LA GEOMETRIA

01.- En un triángulo ABC sus ángulos internos están en progresión aritmética cuya razón aritmética sería 20. Averiguar la medida del mayor ángulo.



02.- En un cuadrilátero ABCD sus ángulos están en progresión aritmética cuya razón sería 15, Averiguar la medida del mayor ángulo

ANEXO 04



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACION SECUNDARIA

PLANILLA DE JUICIO DE EXPERTOS

Respetado Experto: Usted ha sido seleccionado para evaluar el instrumento: PRE TEST/POST TEST Programa educativo ARITMOMÁTICA basado en el modelo cognitivo para desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética, que hace parte de la investigación titulada: **“Programa educativo ‘ARITMOMÁTICA’ basado en el modelo cognitivo para desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er. grado de educación secundaria de la I.E. 89009 ‘8 de Octubre’ de Chimbote-2019”**

La evaluación de los instrumentos es de gran relevancia para lograr que sean válidos y que los resultados obtenidos a partir de éstos sean utilizados eficientemente; aportando tanto a la elaboración de las Tesis como de sus aplicaciones. Agradecemos su valiosa colaboración.

NOMBRES Y APELLIDOS DEL JUEZ:

FORMACIÓN ACADÉMICA:

ÁREAS DE EXPERIENCIA PROFESIONAL:

TIEMPO: _____ CARGO ACTUAL _____.

INSTITUCIÓN: _____

Objetivo de la investigación: Demostrar que la aplicación del programa educativo “ARITMOMÁTICA” basado en el modelo cognitivo desarrolla la competencia de resolución de problemas de Aritmética en los estudiantes del 1er. grado de secundaria de la I.E. 89009 “8 de Octubre” de Chimbote del año 2019.

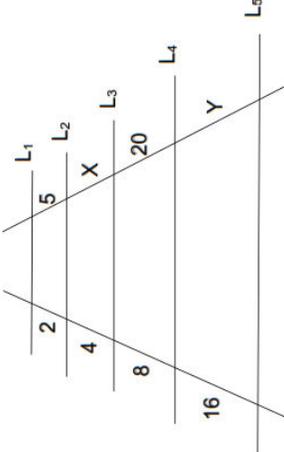
De acuerdo con los siguientes indicadores califique cada uno de los ítems según corresponda.

CATEGORÍA	CALIFICACIÓN	INDICADOR
SUFICIENCIA Los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de ésta.	1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel.	-Los ítems no son suficientes para medir la dimensión. -Los ítems miden algún aspecto de la dimensión, pero no corresponden con la dimensión total. -Se deben incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión completamente. -Los ítems son suficientes.
CLARIDAD El ítem se comprende fácilmente, es decir su sintáctica y semántica son adecuadas.	1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	-El ítem no es claro -El ítem requiere bastantes modificaciones o una modificación muy grande en el uso de las palabras de acuerdo con su significado o por la ordenación de las mismas. -Se requiere una modificación muy específica de algunos de los términos del ítem. -El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.
COHERENCIA El ítem tiene relación lógica con la dimensión o indicador que está midiendo.	1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	-El ítem no tiene relación lógica con la dimensión. -El ítem tiene una relación tangencial con la dimensión. -El ítem tiene una relación moderada con la dimensión que está midiendo. -El ítem se encuentra completamente relacionado con la dimensión que está midiendo.
RELEVANCIA El ítem es esencial o importante; es decir, debe ser incluido.	1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	-El ítem puede ser eliminado sin que se vea afectada la medición de la dimensión. -El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que mide éste. -El ítem es relativamente importante.

MATRIZ DE VALIDACIÓN POR EXPERTOS

TÍTULO DE LA TESIS: ‘Programa educativo ‘ARITMOMÁTICA’ basado en el modelo cognitivo para desarrollar la competencia de resolución de problemas de aritmética en los estudiantes del 1er. grado de educación secundaria de la I.E. 89009 ‘8 de Octubre’ de Chimbote-2019’

DIMENSIÓN	ITEM	SUFICIENCIA	COHERENCIA	RELEVANCIA	CLARIDAD	OBSERVACIONES (Si debe modificarse un ítem por favor indique)
Reconocimiento	<p>1.-Relaciona las igualdades de columna de la izquierda con las propiedades de la columna de la derecha</p> <p>a. $(-2)+0 = -2$ () Propiedad del Elemento Inverso b. $(-2)+(+4)=(+4)+(-2)$ () Propiedad asociativa c. $(-2)+ [(-4)+(+2)]=[(-2)+(-4)]+(+2)$ () Propiedad conmutativa d. $(-2)+(+2)=0$ () Propiedad del Elemento neutro</p>					
	<p>2.-Una de las reglas de los signos en la adición de números enteros afirma que:</p> <p>a. Números del mismo signo, se restan b. Números de signos diferentes, se restan y el resultado queda con el signo del número mayor c. Números de signos diferentes, se restan y el resultado queda con el signo del número menor d. Números de signos diferentes, se suman</p>					
	<p>3.-Indica los 2 tipos de PROPORCIONALIDAD SIMPLE que hay?</p> <p>a. Directa y Contraria b. Directa e Inversa c. Simétrica y Opuesta d. Simétrica y Recíproca</p>					
	<p>4.-Para averiguar el término que ocupa un lugar cualquiera (lugar “n”) en una PROGRESIÓN ARITMÉTICA se emplea una de las siguientes fórmulas. Identifica cuál de ellas sería:</p> <p>a. $a_n = a_1 + (n-1).r$ b. $a_n = a_1 + (n-2).r$ c. $a_n = a_0 + (n-1).r$ d. $a_n = a_0 + (n-2).r$</p>					
Comprensión	<p>1.-A continuación se muestra una operación de adición realizada en números enteros, aplicando la regla de los signos. Realiza el procedimiento para obtener el resultado indicado?</p> <p>$(+2) + (-4) = -2$</p>					
	<p>2.-A continuación se muestra una operación de multiplicación realizada con números enteros, aplicando la regla de los signos. Realiza el procedimiento para obtener el resultado indicado?</p> <p>$(+4)(-2)(-1)(-4) = -32$</p>					
	<p>3.-A Roberto le hacen la siguiente pregunta: una gaseosa cuesta S/2, cuanto costaran 1 docena de gaseosas? Y para la resolución ha planteado el siguiente esquema:</p> <p>1 gaseosa → S/2 Indica el procedimiento para obtener X. 12 gaseosas → X</p>					

	<p>4.-Al cuarto término de una progresión aritmética le corresponde el número 12 y al sexto término le corresponde 18 como se muestra en la parte inferior. Completa los espacios en blanco y luego de descubrir el primer término, explica a tu manera cual fue la regla de formación de esta progresión aritmética. (5 pts.)</p> <p>_____ ; _____; 12; _____; 18; _____ ; _____</p>													
	<p>1 -Resuelve el siguiente ejercicio aplicando las reglas de los signos de la adición</p> $15 - 16 - 9 + 8 - 2 + 4$ <p>2 -Resuelve el siguiente ejercicio aplicando las reglas de los signos de la multiplicación</p> $(-4)(-2) + (-2)(+1)$ <p>3.-Los números que corresponden al Costo Unitario y el Número de Chocolates están dispuestos de modo que avanzan EN PROPORCIONALIDAD DIRECTA. Averigua el resultado de "a + b + c" luego de llenar el cuadro.</p> <table border="1" data-bbox="446 1375 495 1764"> <tr> <td>Costo unitario(soles)</td> <td>2</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>b</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>Número de chocolates</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>a</td> <td>7</td> <td>c</td> </tr> </table> <p>4.-.Determine el término de lugar 20 en la siguiente PROGRESIÓN ARITMÉTICA</p> <p>2; 6; 10; 14;.....; a; 20</p> <p>1.-Resuelve el siguiente ejercicio aplicando las propiedades de los números enteros</p> <p>Antonio decide escalar el nevado Pastoruri. Al iniciar avanza 28 metros, resbala y desciende 4m, nuevamente sube 15, resbala y cae 2m, luego asciende nuevamente 9m y descendiendo al final 1m.</p> <p>¿Realiza el procedimiento respectivo para responder y averiguar a qué distancia está Antonio respecto del inicio de su travesía?</p>	Costo unitario(soles)	2	8	10	b	20	Número de chocolates	1	4	a	7	c	
Costo unitario(soles)	2	8	10	b	20									
Número de chocolates	1	4	a	7	c									
<p>Aplicación</p>														
<p>Análisis</p>	<p>2.-De acuerdo a las reglas de PROPORCIONALIDAD INVERSA, se plantea el siguiente ejercicio:</p> <p>4 personas tardan 20 días en pintar una casa. Si fueran 8 personas ¿en cuántos días pintarán la misma casa? (Realiza el planteamiento para responder y obtener la respuesta).</p> <p>3.-Aplicando las propiedades y fórmulas de una PROGRESIÓN ARITMÉTICA resuelve el siguiente ejercicio referido a la compra de una colección de textos de matemáticas:</p> <p>El precio del primer texto de la colección es de 12 soles y cada texto siguiente cuesta 2 soles más que el texto anterior. Si la colección constaba de 20 textos, en total. ¿Cuánto se pagó para obtener la colección completa de los textos?</p>													
<p>Síntesis</p>	<p>1.-Un ejército libro 2 batalla consecutivas. En cada batalla perdió 200 soldados y recibió 50 soldados para compensar las pérdidas. Al final de la segunda batalla se quedó con 800 soldados. ¿Realiza el procedimiento para responder y averiguar qué cantidad de soldados había antes de iniciar las batallas?</p> <p>2.-El siguiente gráfico muestra segmentos entre las rectas paralelas L_1, L_2, L_3, L_4 y L_5 que están en una PROPORCIONALIDAD DIRECTA, según esto, averigua la suma de "X + Y"</p> 													

	<p>3.- Siguiendo las reglas de la PROGRESIÓN ARITMÉTICA, desarrolla el siguiente ejercicio aplicado a la geometría: En un triángulo ABC, sus ángulos internos están en progresión aritmética cuya razón aritmética es 30°. Averigua la medida del mayor ángulo</p>					
Evaluación	1.- Elabora un ejercicio operación combinada donde apliques la regla de los signos y emplees las siguientes operaciones: suma, resta, multiplicación y división. Luego indica el proceso para la respuesta al ejercicio					
	2.- Basándose en las reglas y propiedades de la proporcionalidad, elabora un ejercicio aplicando PROPORCIONALIDAD SIMPLE DIRECTA, y luego indica el procedimiento para obtener la respuesta.					
	3.- Basándose en las propiedades y fórmulas de la PROGRESIÓN ARITMÉTICA plantea un ejercicio simple de PROGRESIÓN ARITMÉTICA, y luego indica el procedimiento para resolverlo.					

Calificar de 1 a 4 puntos

ASPECTOS GENERALES

ASPECTOS	SI	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario			
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación.			
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial.			
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera los ítems a añadir.			
Hay alguna dimensión que hace parte del constructo y no fue evaluada.			
VALIDEZ			
APLICABLE			
APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES			
Validado por:			Fecha:
Firma:			Teléfono: Email:

NOMBRES Y APELLIDOS DEL JUEZ: Dr. Alfredo Medina Corcuera

FORMACIÓN ACADÉMICA: Licenciado en Educación

ÁREAS DE EXPERIENCIA PROFESIONAL: Docencia, Investigación Científica.

TIEMPO: 20 años.

CARGO ACTUAL: Docente Investigador

INSTITUCIÓN: Universidad César Vallejo

ASPECTOS	SI	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario	X		
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación.	X		
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial.	X		
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera los ítems a añadir.	X		
Hay alguna dimensión que hace parte del constructo y no fue evaluada.		X	
VALIDEZ			
APLICABLE			SI x NO
APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES			SI x NO
Validado por: Alfredo Medina Corcuera		Fecha: 02 de Octubre del 2019	
Firma: 	Teléfono: 943 887 954	Email: amedinac_04@hotmail.com	

NOMBRES Y APELLIDOS DEL JUEZ: Mg. César Augusto Enriquez Lozano

FORMACIÓN ACADÉMICA: Licenciado en Educación

ÁREAS DE EXPERIENCIA PROFESIONAL: Docente de Matemática

TIEMPO: 30 años.

CARGO ACTUAL: Coordinador Pedagógico

INSTITUCIÓN: I.E. N°88047 Augusto Salazar Bondy

ASPECTOS	SI	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario	X		
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación.	X		
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial.	X		
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera los ítems a añadir.	X		
Hay alguna dimensión que hace parte del constructo y no fue evaluada.		X	
VALIDEZ			
APLICABLE			SI x NO
APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES			SI x NO
Validado por: César Enriquez Lozano		Fecha: 03 de Octubre del 2019	
Firma: 	Teléfono: 943 606 498	Email: enriquez.2007@hotmail.com	

NOMBRES Y APELLIDOS DEL JUEZ: Isabel Deycy Capillo Lúcar

FORMACIÓN ACADÉMICA: Doctora en Educación

ÁREAS DE EXPERIENCIA PROFESIONAL: Docencia, Matemáticas

TIEMPO: 15 años

CARGO ACTUAL: Docente universitaria

INSTITUCIÓN: Universidad Nacional del Santa

ASPECTOS	SI	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para responder el cuestionario	X		
Los ítems permiten el logro del objetivo de la investigación.	X		
Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial.	X		
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera los ítems a añadir.	X		
Hay alguna dimensión que hace parte del constructo y no fue evaluada.		X	
VALIDEZ			
APLICABLE			SI x NO
APLICABLE ATENDIENDO A LAS OBSERVACIONES			SI x NO
Validado por: Isabel Deycy Capillo Lucar			Fecha: 04 de Octubre del 2019
Firma: 	Teléfono: 917 398088	Email: icapillo@uns.edu.pe	

ANEXO 05







