



**UNS**  
ESCUELA DE  
POSGRADO

---

**“INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN ALUMNOS DEL 4to AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E.P. “ EL NAZARENO” - Nvo. CHIMBOTE - 2019”**

---

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN MENCIÓN  
DOCENCIA E INVESTIGACIÓN**

**AUTORA:**

**Bach. BEDREGAL RIOS, Liz Heidi del Rosario**

**ASESOR:**

**Dr. MOORE FLORES, Teodoro**

**NUEVO CHIMBOTE - PERÚ  
2022**



**UNS**  
ESCUELA DE  
POSGRADO

## CONSTANCIA DE ASESORAMIENTO DE LA TESIS

Yo, Teodoro Moore Flores, mediante la presente certifico mi asesoramiento de la Tesis de Maestría titulada: "INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN ALUMNOS DEL 4TO AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E.P. "EL NAZARENO"- NVO. CHIMBOTE - 2019", elaborada por la bachiller Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios, para obtener el Grado Académico de Maestro en Ciencias de la Educación mención Docencia e Investigación en la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa.

Nuevo Chimbote, agosto del 2022

**Dr. Teodoro Moore Flores**

ASESOR



**UNS**  
ESCUELA DE  
POSGRADO

**CONFORMIDAD DEL JURADO EVALUADOR**

**"INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN ALUMNOS DEL 4TO AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E.P. "EL NAZARENO"- NVO. CHIMBOTE – 2019"**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MENCION DOCENCIA E INVESTIGACIÓN**

Revisado y Aprobado por el Jurado Evaluador:

Dra. Eva María Rojas Cordero

PRESIDENTE

Mg. Brinelda Lilia Julca Castillo

SECRETARIA

Dr. Teodoro Moore Flores

VOCAL



## Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Liz Heidi Del Rosario BEDREGAL RIOS  
Título del ejercicio: MENCIÓN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN  
Título de la entrega: INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGO...  
Nombre del archivo: A\_O\_DE\_EDUCACI\_N\_SECUNDARIA\_DE\_LA\_I.E.P.\_EL\_NAZAREN...  
Tamaño del archivo: 13.21M  
Total páginas: 217  
Total de palabras: 48,934  
Total de caracteres: 260,465  
Fecha de entrega: 09-ago.-2022 03:15p. m. (UTC-0500)  
Identificador de la entrega... 1159867062



TESIS

---

INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE  
VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN  
ALUMNOS DEL 4TO AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA  
I.E.P. "EL NAZARENO"- NVO. CHIMBOTE – 2019

---

PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
CON MENCIÓN EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN.

AUTOR:

Dr. BEDREGAL RIOS, Liz Heidi del Rosario

ASESOR:

Dr. Teodoro Moore Flores  
NUEVO CHIMBOTE – PERÚ

2021

1

## DEDICATORIAS

Dedico el presente trabajo a mi madre Rosario Ríos Guevara cuya fortaleza me sirvió de inspiración para sobresalir en los momentos más difíciles.

A mis hijos: Lizbeth, Illich, Khaleesi y Daenerys, quienes son la razón para buscar siempre ser mejor y ser su ejemplo.

A la mamita Albertina Paredes Polo, quien me enseñó que la nobleza y la bondad rompe barreras en un mundo lleno de adversidad. Gracias mamita.

A mi compañero de vida, la persona más íntegra y completa que conozco, gracias por ser mi faro en los momentos de oscuridad.

***Heidi***

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a mi asesor Dr. Teodoro Moore Flores, quien con su paciencia y conocimientos supo guiarme en la elaboración de la tesis.

A mis profesores de tesis Dr. Javier Mucha Paitán y Dr. Benito Zavaleta Cabrera, quienes con mucho profesionalismo cimentaron los conocimientos de la Investigación e inspiraron la búsqueda de la excelencia en aras de mejorar la educación.

Al Dr. Herón Morales Marchena, cuya exigencia en la elaboración de los instrumentos me permitió aprender a conciencia sobre la importancia de investigar en pleno siglo XXI.

*Heidi*

## ÍNDICE

	<b>Pág.</b>
Carátula.....	i
Hoja de conformidad del asesor.....	ii
Hoja de aprobación del Jurado Evaluador.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimiento.....	v
Índice.....	vi
Resumen.....	xi
Abstract.....	xii
Introducción.....	13

### **CAPÍTULO I**

#### **PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN**

1.1. Planteamiento y fundamentos del problema.....	16
1.2. Antecedentes de la investigación.....	18
1.3. Formulación del problema de investigación.....	22
1.4 Delimitación del estudio.....	22
1.5. Justificación e importancia de la investigación.....	22
1.6. Objetivos de la investigación.....	24
1.6.1. General.....	24
1.6.2. Específicos.....	24

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

2.1. Enfoque Sociocultural de Vigotsky.....	26
2.1.1. Definición .....	26
2.1.2. Elementos del Enfoque Sociocultural de Vigotsky.....	29
A. Procesos Mentales o Psicológicos Superiores .....	30
B. De la Acción al Pensamiento .....	30
C. Mediación .....	31
D. Internalización .....	34
E. Procesos Primitivos .....	35
2.1.3. Teoría del Desarrollo de Vigotsky .....	36
A. Zona de Desarrollo Real o Efectivo .....	37
B. Zona de Desarrollo Potencial .....	38
C. Zona de Desarrollo Próximo .....	39
C.1. Estadios de la Zona de Desarrollo Próximo.....	43
C.2. Determinación de la Zona de Desarrollo Próximo.....	44
2.1.4. Aprendizaje.....	45
A. Concepto.....	45
B. Bases Psicológicas del Aprendizaje .....	46
C. Aprendizaje Escolar .....	47
D. Aprendizaje Matemático .....	49
D.1. Traducción de datos.....	50
D.2. Comunicación de la comprensión sobre relaciones algebraicas	53

D.3. Uso de estrategias y procedimientos .....	54
D.4. Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia ...	55
2.1.5. Lenguaje Matemático .....	56
A. Lenguaje y Desarrollo .....	56
B. Lenguaje y Pensamiento .....	58
C. Lenguaje y Abstracción .....	59
D. Lenguaje Matemático .....	61
2.1.6. Zona de Desarrollo Próximo y el Lenguaje Matemático.....	64
2.1.7. Zona de Desarrollo Próximo y el Aprendizaje de la Matemática	67
2.2. Marco conceptual .....	73
2.2.1 Zona de Desarrollo Próximo .....	73
2.2.2. Zona de Desarrollo Real .....	73
2.2.3. Pensamiento .....	73
2.2.4. Lenguaje .....	74
2.2.5. Abstracción .....	74
2.2.6. Lenguaje Matemático .....	74
2.2.7. Aprendizaje Matemático .....	74
2.2.8. Mediación .....	74
 <b>CAPÍTULO III</b>	
<b>MARCO METODOLÓGICO</b>	
3.1. Hipótesis central de la investigación .....	76
3.2. Variables e indicadores de la investigación.....	76
3.2.1. Variable independiente.....	76
• Definición conceptual.....	76
3.2.2. Variable dependiente.....	76

• Definición conceptual.....	76
3.2.3. Definición operacional de las variables .....	77
3.3. Métodos de la investigación.....	78
3.3.1. Tipo de investigación .....	78
3.3.2. Métodos de investigación .....	78
3.4. Diseño de la investigación.....	79
3.5. Población y muestra.....	80
3.6. Actividades del proceso investigativo.....	80
3.7. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	82
3.8. Validación y confiabilidad de instrumento.....	84
3.9. Técnicas de procesamiento y análisis de datos.....	88

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

4.1. Resultados.....	91
4.1.1. Contrastación de hipótesis.....	97
4.2. Discusión.....	98

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

5.1. Conclusiones.....	112
5.2.Recomendaciones.....	114
Referencias Bibliográficas.....	115
Anexos.....	124

## **Lista de tablas**

Tabla 1 .....	80
Tabla 2 .....	85
Tabla 3 .....	85
Tabla 4 .....	86
Tabla 5 .....	86
Tabla 6 .....	87
Tabla 7 .....	87
Tabla 8 .....	91
Tabla 9 .....	92
Tabla 10 .....	93
Tabla 11 .....	94
Tabla 12 .....	95
Tabla 13 .....	96
Tabla 14 .....	97

## **Lista de figuras**

Figura 1 .....	91
Figura 2 .....	92
Figura 3 .....	93
Figura 4 .....	95
Figura 5 .....	96

## RESUMEN

El presente informe de investigación titulado “Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote - 2019”, se realizó con el objetivo de demostrar que la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, permite mejorar el nivel de aprendizaje de la matemática de los alumnos del cuarto grado de educación secundaria de la mencionada institución educativa. La muestra estuvo constituida por la población total de 26 alumnos entre varones y mujeres del cuarto grado de educación secundaria.

Para la investigación se utilizaron el método analítico; que nos sirvió para analizar el fenómeno educativo y las variables de estudio, inductivo; para analizar los resultados; hipotético-deductivo, para plantear la hipótesis y llegar a las conclusiones y experimental ya que la investigación se ha aplicado en una realidad determinada a fin de contrastar la hipótesis planteada con los resultados obtenidos.

Las técnicas e instrumentos de la investigación que fueron utilizados para recoger información fueron la observación y el instrumento la ficha de observación, así como la técnica de prueba con su instrumento la prueba objetiva.

Los resultados obtenidos permiten verificar que el nivel de aprendizaje de la matemática ha mejorado, de manera significativa, en la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas, comunicación de su comprensión sobre las relaciones algebraicas, uso de estrategias y procedimientos, así como en la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Las conclusiones a las que se llegó en este trabajo de investigación respaldan la tesis de que sí existe influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática en cuanto permitió mejorar el nivel de conocimiento en los alumnos del 4to año de educación secundaria, mostrando una mejoría significativa.

La autora

## ABSTRACT

This research report entitled “Influence of the Vigotsky Zone of Proximate Development in the Learning of Mathematics, in students of the 4th year of secondary education of the I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote – 2019, was carried out with the objective of demonstrating that the application of the Proximate Development Zone, allows improving the level of learning of mathematics of the students of the fourth grade of secondary education of the aforementioned educational institution. The sample was made up of the total population of 26 students between males and females in the fourth grade of secondary education.

For the investigation the analytical method was used; which helped us to analyze the educational phenomenon and the study variables, inductive; to analyze the results; hypothetical-deductive, to raise the hypothesis and reach the conclusions and experimental since the research has been applied in a certain reality in order to contrast the hypothesis with the results obtained.

The research techniques and instruments that were used to collect information were observation and its instrument the observation sheet, as well as the test technique with its instrument the objective test.

The results obtained allow us to verify that the level of learning of mathematics has significantly improved in the translation of data and conditions to algebraic expressions, communication of their understanding of algebraic relationships, use of strategies and procedures as well as in argumentation of statements about exchange and equivalence relations.

The conclusions reached in this research work support the thesis that there is influence of the Vigotsky Zone of Proximate Development in the Learning of Mathematics as it allowed to improve the level of knowledge in the students of the 4<sup>th</sup> year of secondary education, showing significant improvement.

The author

## Introducción

El trabajo de investigación denominado “Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo en el Aprendizaje de la Matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote - 2019”, es una investigación que pone de manifiesto la deficiencia de nuestro Sistema Educativo en la enseñanza de la matemática ya que no responde a las necesidades de los estudiantes peruanos, dicha situación es consecuencia de un incorrecto enfoque al momento de enseñar, con tendencias a almacenar información en el estudiante sin tomar en cuenta “cómo” aprenden, por consiguiente, no hay un manejo práctico de estrategias adecuadas a la realidad de cada estudiante.

En el Perú, no existen mejoras respecto al aprendizaje de la matemática, al contrario, nos encontramos cada vez más relegados a nivel mundial, con leves mejoras, que no apuntan al problema crucial a resolver que involucra a los esquemas mentales del adolescente peruano quienes se encuentran inmersos en una determinada realidad. El aprender matemática involucra aspectos como la memoria, la internalización, la mediación y el lenguaje, estas habilidades que se relacionan, deben siempre tomarse en cuenta al momento de enseñar, al mismo tiempo, el conocimiento de la Zona de Desarrollo es de vital importancia al momento de enseñar. Esto permite conocer cuánto sabe el alumno, cuánta ayuda necesita y hasta qué punto está en la capacidad de aprender en un primer momento, así, el docente puede determinar la cantidad de información que brindará y cómo lo hará.

Esta realidad se encuentra presente en todos los niveles de la enseñanza sin discriminar el grado o metodología, pero se acentúa en mayor medida en la educación pública donde no existe interés por interpretar cómo aprende el alumno y se descuidan las estrategias que involucran al lenguaje matemático como parte crucial en el aprendizaje del estudiante. Es por ello el interés de investigar la mencionada teoría, abordada anteriormente, como estrategia en la enseñanza de la matemática en secundaria, el cual tiene el siguiente esquema:

El primer capítulo, Problema de investigación está constituido por el planteamiento del problema referido al aprendizaje de la matemática, formulación del problema, justificación, limitaciones, antecedentes y objetivos de la investigación.

El segundo capítulo, Marco teórico aborda las definiciones referentes a: fundamentos teóricos de la Teoría Sociocultural de Vigotsky donde se plantea como cuestión central la Zona de Desarrollo y en particular la Zona de Desarrollo Próximo que es de nuestro interés; aprendizaje, aprendizaje matemático, lenguaje matemático, y la relación existente entre las variables estudiadas; y finaliza con el marco conceptual en base al fundamento científico de la presente investigación.

El tercer capítulo, Marco metodológico que abarca las hipótesis planteadas respecto a la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky y su influencia en el aprendizaje de la matemática; variables con la definición conceptual y operacional; la metodología; población y muestra; método de investigación; técnicas e instrumentos de recolección de datos y el método de análisis de datos.

El cuarto capítulo, los resultados que demuestran la influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática elevando el nivel de los estudiantes, contiene la descripción de los datos obtenidos del trabajo de campo y la discusión que es la descripción, exposición cuantitativa y cualitativa de los resultados encontrados y como se relaciona con hallazgos de otras investigaciones, confrontación de teorías, en relación a los objetivos y la hipótesis propuestas.

El quinto capítulo, presenta conclusiones y recomendaciones de la investigación realizada.

Y por último las referencias bibliográficas que contienen las fuentes bibliográficas que nos han servido para nuestro trabajo, los anexos y evidencias.

**LA AUTORA**

**CAPÍTULO I**  
**EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

## **1.1. Planteamiento y fundamentación del problema de investigación.**

En la actualidad tenemos problemas en el aprendizaje de la matemática sobre todo en países de América Latina, donde muchos sistemas educativos no cuentan con los recursos económicos necesarios, para implementar un modelo educativo acorde con las necesidades y ligada a los avances científicos y tecnologías del milenio.

Al respecto es importante conocer datos relacionados con el rendimiento académico de la matemática: En Latinoamérica, el 63% de los estudiantes demostraron un nivel bajo de desempeño. En otras palabras, no lograron el nivel mínimo de aprendizaje, que PISA define como nivel 2 de la prueba. Los estudiantes que no alcanza el nivel 2 de la prueba no pueden usar fórmulas básicas, procedimientos o reglas para resolver problemas con números enteros. (Oviedo, Fizbein y Sucre, 2015, p.4)

Los problemas educativos también se presentan en diferentes partes de la región, teniendo por ejemplo:

En México, se han establecido ciertos rasgos de normalidad mínima, es decir, los requerimientos mínimos que un alumno debe adquirir para justificar su estancia en el grado escolar correspondiente. Uno de ellos, establece que los alumnos deben consolidar el dominio de la lectura, la escritura y las matemáticas de acuerdo con el grado en el que se encuentran; en este aspecto se observan deficiencias: un poco más de la mitad de los estudiantes se encuentra en los niveles de aprendizaje insuficientes y elementales, solo un reducido porcentaje alcanza el nivel bueno y excelente. (Delgado, 2015, p. 2)

Esta situación deja entrever que a pesar de los esfuerzos por reducir la valla educativa respecto a aprendizaje de la matemática, aún en países grandes, como México, no se ha llegado a cubrir las expectativas del país en materia de educación.

La mayoría de los estudiantes de América del Sur presentan deficiencia en sus aprendizajes, según la Secretaría de Innovación y Calidad Educativa (2018):

Dentro de los países vecinos, se toma como referencia el siguiente país: En Argentina, en el nivel secundario encontramos que, en los últimos cinco años, 7 de cada 10 estudiantes no logran niveles Satisfactorios o Avanzados de desempeño. Solo el 31% de los/as estudiantes alcanza niveles de desempeño Satisfactorio o Avanzado 1, el 27,5% de los/as estudiantes alcanza un nivel Básico 2 y el 41% de los/as estudiantes está por debajo del básico. (p. 13-14)

Con base a lo expresado, el problema del aprendizaje matemático no es exclusivo de nuestro país, ya que menos del 50% presenta serios problemas al alcanzar los estándares establecidos por sus propias entidades educativas.

Según el informe planteado por el Ministerio de Educación (2016), nos señala que:

Aunque en los últimos años se han presentado algunas mejoras en el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes peruanos, gran parte de estos todavía no logra alcanzar los aprendizajes matemáticos esperados para su edad o para el grado escolar que cursan. Esto representa un gran desafío, sobre todo porque dicha dificultad se extiende a lo largo de las trayectorias escolares de los estudiantes, quienes estarían concluyendo su educación básica sin un adecuado desarrollo de esta competencia fundamental. (p. 11)

Mejorar el aprendizaje matemática constituye un gran reto porque los estudiantes traen consigo desde años anteriores, problemas que involucran capacidades básicas matemáticas y esto les dificulta lograr la competencia fundamental.

En Nvo. Chimbote la I.E.P. "El Nazareno", presenta en los últimos años un déficit considerable en cuanto al aprendizaje de la matemática. Se ha detectado dificultades por parte de los alumnos de 4to año de secundaria, en lo que respecta a comprender las explicaciones y / o expresar en lenguaje formal, las

asignaturas que precisen del uso de símbolos y números en los grados de secundaria.

Estas dificultades ponen de manifiesto un claro obstáculo en el avance académico de los estudiantes, ya que, al no entender una clase de matemática, los estudiantes optan por realizar otras actividades, hacer desorden e impiden la concreción de lo planificado por el docente. No solo existen dificultades en la comprensión lectora de los problemas que se le presentan al estudiante, sino también ausencia de saberes previos, situación que vienen presentando desde años anteriores, porque no cimentaron bases matemáticas que les permitan avanzar a niveles superiores. Esto debido a que carecen de los pre requisitos necesarios para comprender los temas subsecuentes, esta situación impulsa a los docentes a hacer un replanteamiento de cómo se viene enseñando el curso y las medidas para revertir dicha realidad.

## **1.2. Antecedentes de la Investigación.**

Para el presente trabajo de investigación se han consultado diversas fuentes, entre las que destacamos las siguientes tesis internacionales.

La tesis titulada “Estrategias que utilizan los estudiantes para la resolución de un problema matemático y su incidencia en el rendimiento académico” realizada Albán (2018) en Machala, Ecuador; dicho estudio fue aplicado a una muestra de 154 estudiantes del 1er ciclo de la Unidad Académica de Ciencias Agropecuarias, cuyo objetivo general fue determinar las estrategias de resolución de problemas matemáticos empleadas por los estudiantes y su relación con el rendimiento académico. En el cual se obtuvieron los siguientes resultados: entre las principales estrategias empleados para resolver problemas, 42 estudiantes aplicaron determinación de incógnitas y datos; 30 estudiantes optaron por identificar el problema; 24, interpretaron la situación descrita; 9, distinguieron conceptos matemáticos. Concluyendo que entre las principales estrategias implementadas para la resolución del problema se

mencionan: la determinación de incógnitas, identificación del problema e interpretación de la situación descrita. (p.51)

Otra de las investigaciones consultadas fue la tesis doctoral “Vocabulario matemático y habilidad matemática en estudiantes de 7mo grado” de Bulos (2021) efectuada en Filipinas, aplicada a una muestra de 138 estudiantes pertenecientes al 7mo grado de la Dulangan National High School, cuyo objetivo general fue el de medir el vocabulario matemático y la habilidad matemática de los estudiantes de 7mo grado. En esta investigación, los resultados encontrados fueron: El 80% de los estudiantes no poseen un entendimiento del lenguaje matemático presentado porque no siempre fueron expuestos a diferentes actividades que involucren un alto nivel de vocabulario matemático. Finalmente, se concluyó que los estudiantes aún tienen dificultad para comunicar la información pertinente en palabras, variables, símbolos, letras y terminologías matemáticas debido a la escasa exposición de términos matemáticos.

De igual modo, se consideró la tesis de maestría titulada “Relación entre tutoría personalizada y actitud hacia las matemáticas de un estudiante destacado de secundaria”, cuyo autor es González (2017) llevada a cabo en México y aplicada a una muestra de 128 estudiantes pertenecientes a la institución educativa “Tizayuca Hidalgo”, cuyo objetivo general fue determinar la relación que existe entre la tutoría personalizada y la actitud hacia la matemática. En ese estudio se llegó a los siguientes resultados: El 55,5% de los estudiantes están de acuerdo en poder resolver ejercicios más complicados de matemática con la tutoría de otra persona más capaz y un 7,8% se encuentra en desacuerdo. Concluyendo que: un punto a favor de una tutoría personalizada como agente que modifica la actitud de un estudiante, tiene que ver con la socialización, hubo otros tres estudiantes que estuvieron presentes pero que no eran destacados en matemáticas, ellos asistieron por invitación del estudiante destacado, cuando el estudiante resolvía un problema compartía sus resultados tratando de involucrar a sus compañeros haciendo de la matemática algo interesante y ameno. (p.36)

También tenemos la tesis de posgrado titulada “La Resolución de problemas en el proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática en décimo año E.G.B. de la U.E. “Manuel Gonzalo A. Rumazo”, realizada por Tapia (2020), aplicada en la provincia de Cotopaxi, Ecuador; a una muestra de 48 estudiantes de la U.E. “Manuel Gonzalo A. Rumazo” y cuyo objetivo general fue mejorar el proceso de resolución de problemas mediante un algoritmo base para fortalecer el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática. En este trabajo obtuvieron los siguientes resultados: el 79% establecen un orden para encontrar solución a un problema mientras el 17% no establece un orden ya que tiene vacíos que lo arrastran de subniveles anteriores con lo que concluyó, que se argumentó científicamente el uso de un algoritmo base para la resolución de problemas matemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. (p.75).

Otra de las fuentes, es la tesis de maestría titulada “Diagnóstico de la Zona de Desarrollo Próximo de los estudiantes en matemáticas instrucción de diseño: un análisis de Rasch”, elaborada por Suranata (2018), ejecutada en Indonesia y aplicada a una muestra de 28 estudiantes de la I.E. Padangkeling, cuyo objetivo general fue analizar la zona de desarrollo próximo de estudiantes en habilidades numéricas en el aprendizaje de matemáticas. Aquí, la autora arribó a los siguientes resultados: El 90% de los estudiantes mostraron un nivel de aprendizaje óptimo mediante el Rasch tomando en cuenta su ZDP. Concluye con lo siguiente: el análisis de la zona de desarrollo próximo de los 28 estudiantes en el dominio de las matemáticas tomando en cuenta la comprensión de la lección basada en una prueba de 10 preguntas indica la existencia de una variación única de la zona de desarrollo próximo en cada niño. (p.141)

Entre las tesis nacionales hemos citado las siguientes:

Además, se consultó la tesis de doctorado titulada “Modelo didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático en estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la institución educativa “San José” de Chiclayo”, efectuada por Alarcón (2018) en la ciudad

de Chiclayo y aplicada a una muestra de 44 estudiantes del tercer grado en la institución educativa “Colegio Nacional de San José”, cuyo objetivo fue el de desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I.E. “Colegio Nacional San José” de Chiclayo mediante un modelo didáctico basado en la teoría de Vygotsky. . El investigador obtuvo los siguientes resultados: luego de aplicado el modelo didáctico el 53% de los estudiantes lograron un nivel de satisfactorio con respecto al pensamiento aritmético y un 61% de los estudiantes se encuentran entre satisfactorio y logro con respecto al pensamiento algebraico. Concluyendo que gracias a la aplicación del modelo didáctico basado en la teoría de Vygotsky, en una gran mayoría alcanzó un nivel de logro satisfactorio del desarrollo del pensamiento matemático, evidenciándose en excelentes desempeños al resolver problemas matemáticos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad (p.149)

De igual modo, encontramos la tesis de pregrado titulada “Resolución de problemas matemáticos y comprensión lectora en 1ro de secundaria; institución educativa Melchorita Saravia-Chincha 2020” realizada por Rebatta (2020) en la ciudad de Chincha, donde la muestra fue de 118 estudiantes pertenecientes a la Institución Educativa Melchorita Saravia, cuyo objetivo general fue determinar la relación que existe entre la resolución de problemas matemáticos y la comprensión lectora en alumnos de 1er grado de educación secundaria. Donde se obtuvieron los siguientes resultados: el 53,6% de estudiantes tienen un nivel de comprensión lectora alta y muy alta, y a su vez, una alta habilidad en la resolución de problemas, por lo que se concluyó que existe una relación significativa entre la resolución de problemas matemáticos y la comprensión lectora en alumnos de primer año de educación secundaria. (p. 75)

Por último, la tesis de posgrado titulada “Relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado del nivel secundario de la I.E. Santa Fortunata en el año 2018” cuya autora es Cutipa (2018) aplicado a una muestra de 108 estudiantes de la

institución educativa Santa Fortunata, cuyo objetivo general fue determinar la relación que existe entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado del nivel secundario de la I.E. Santa Fortunata en el año 2018; llegando a los siguientes resultados: el 53,70% de la muestra se encuentra en el nivel de proceso en cuanto a comprensión lectora unida a un 47,22% que se encuentra en el mismo nivel de proceso en la variable resolución de problemas por lo que se concluyó que sí existe una relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.E. Santa Fortunata en el año 2018. (p. 67)

### **1.3. Formulación del problema de investigación.**

¿En qué medida la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky influye en el Nivel de Aprendizaje de la Matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”- 2019?

### **1.4. Delimitación del estudio.**

Para la investigación se tomó en cuenta a los alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” quienes participaron al 100% de las clases programadas.

### **1.5. Justificación e importancia de la investigación.**

#### **1.5.1. Justificación teórica**

En el presente trabajo se sistematizó la información tomando en cuenta las definiciones, supuestos, características, elementos, aplicaciones dentro y fuera del aula de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky, así como del aprendizaje y lenguaje matemático. Dicha información se realizó con la finalidad de aportar al conocimiento ya existente sobre enseñanza de la matemática, una opción para ser agregada como parte de la teoría conocida, ya que comprender las características de los estudiantes en función de su potencial, ayudará a mejorar su rendimiento académico en términos de desempeño numérico.

### **1.5.2. Justificación metodológica**

Para lograr los objetivos planteados en la investigación se recurrió al empleo de un test, que sirvió para medir el nivel de aprendizaje matemático haciendo uso del lenguaje matemático, mediante dicho instrumento se conoció la influencia de la Zona de Desarrollo Próximo en el grupo de estudio, y con lo cual se podrán establecer pautas que permitan diseñar estrategias de aprendizaje en el área de matemática. Asimismo, se utilizó una ficha de observación aplicada durante el trabajo grupal, para determinar en qué medida la interacción y el lenguaje matemático actúan de mediadores en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Ambos instrumentos se elaboraron con el objetivo de aportar a la teoría metodológica ya conocida, medios para un mejor estudio del aprendizaje de la matemática tomando en cuenta la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, así como lograr mejoras en dicho aprendizaje.

### **1.5.3. Justificación práctica**

Esta investigación surgió debido a la necesidad de mejorar el nivel de aprendizaje en el área de matemática, optimizando la forma de enseñanza centrada en el proceso de la resolución de un problema planteada desde diversos aspectos de la realidad del estudiante, para lo cual se tomó en cuenta el ámbito familiar y social en el que se desenvuelve, así como las características propias de la etapa en la que se encuentra.

Es necesario conocer la influencia de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky, para establecer la relación entre aquello que se puede realizar sin ayuda y lo que se encuentra latente, pero necesita de apoyo dentro del área de matemática, el aprendizaje de dicha área está ligado con las construcciones que el estudiante hace en su mente y expresa en lenguaje simbólico.

La implementación del presente trabajo de investigación nos permite resolver el problema del bajo aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria, su importancia radica en que nos brinda una estrategia, que involucra la interacción entre dos o más individuos como

sustento de la teoría de Vigotsky, la mencionada interacción se presenta en el accionar educativo diario, y como tal, es importante implementar nuestro programa basado en las características del quehacer educativo peruano que involucra la socialización y se ajusta a la zona de desarrollo próximo para superar los problemas referentes a aprendizaje y lenguaje matemático en los estudiantes.

## **1.6. Objetivo de la investigación: General y específicos.**

### **1.6.1. Objetivo general**

- Determinar la influencia de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” Nvo. Chimbote-2019.

### **1.6.2. Objetivos específicos**

1. Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” - Nvo. Chimbote – 2019.
2. Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” - Nvo. Chimbote – 2019.
3. Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión uso de estrategias y procedimientos, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” - Nvo. Chimbote – 2019.
4. Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” Nvo. Chimbote – 2019.

**CAPÍTULO II**  
**MARCO TEÓRICO**

## **2.1. Enfoque Sociocultural de Vigotsky**

### **2.1.1. Definición**

El hombre al ser social por naturaleza necesita de sus pares y esta necesidad le origina relaciones que influyen en su comportamiento. En palabras del propio Vygotsky (1964) quien sugiere “podríamos decir que la naturaleza psicológica humana representa la superposición de las relaciones sociales interiorizadas que se han transformado en funciones para el individuo y en formas de la estructura individual” (p. 164). Unido a la parte biológica se encuentra la psicológica que se ve influenciada por lo que le rodea y la transforma.

En orden, la sociedad y sus aspectos sobrepasan al individuo. Siguiendo la misma línea Vygotsky (1979) acota “La dimensión social de la conciencia es primigenia en tiempo y hecho. La dimensión individual de la conciencia es derivada y secundaria” (p. 30). De la sociedad deriva el hombre y su conciencia, la sociedad determina la escala de valores y el tipo de conciencia que tendrá el individuo.

El individuo desde pequeño se ve afectado por todo lo que le rodea y determina en él esquemas mentales. Desde que nace el niño, reacciona a su entorno y le da su propio significado que se traduce en conducta social, se enfoque en un objetivo y se dirige hacia él a través de otra persona, este actuar es el resultado de un proceso evolutivo arraigado en la historia del hombre tanto individual como social (Vigotsky, 1979). La construcción de los esquemas mentales del niño se dan gracias al contacto de un mediador cuya presencia e interacción con el niño determina una interacción social como siempre ha sucedido a través de la historia.

La sociedad crea sus propias manifestaciones que influyen en el desarrollo del individuo. En palabras de Rodríguez (2013) “Vygotsky plantea

la necesidad de considerar en el desarrollo humano factores como la cultura, lo cual necesariamente implica tomar en consideración la etapa histórica de la que se trata, el medio socio-cultural específico en que el individuo vive y se desarrolla” (p.13). Para entender el desarrollo humano en toda su dimensión no se debe dejar de lado el ambiente en el que ha evolucionado, es decir tomar en cuenta la sociedad y la cultura que lo rodea.

La cultura es todo aquello que el hombre ha creado, la transmisión de esta información, el niño, lo percibe de dos formas. En relación a este punto, Vygotsky (1964) nos ilustra que cualquier función presente en el desarrollo cultural del niño, aparece dos veces o en dos planos distintos. Se empieza en el plano social y luego en el plano psicológico. Al principio se presenta entre las personas en una categoría interpsicológica y luego aparece en el niño como una categoría intrapsicológica (p. 163). Toda la información que recopilamos del exterior se interioriza para darle sentido y validez, este proceso es crucial al momento de dar solución a problemas puesto que utiliza funciones básicas del cerebro para lograr la abstracción.

La interacción es vital para la comprensión del ambiente y el aprendizaje del estudiante. Relativo a este punto, León (1997) acota que es esencial promover la interacción del niño con objetos-estímulos, adultos y compañeros que tengan mayor experiencia ya que son ellos los que allanan el camino suministrando recursos para lograr el aprendizaje, esta mediación es gradual y apunta a que el niño llegue a su nivel real de desarrollo. Estimular las funciones del cerebro que permitan una mejora en el aprendizaje es esencial para que el estudiante asimile los contenidos que se enseñan, esto se logra como consecuencia del contacto con sus pares.

Así como el ambiente influye en el individuo, el individuo influye y modifica el ambiente en el que se desenvuelve. Moreno (1997) nos aclara “El hombre no es sólo un producto de su ambiente, él es un agente activo en la creación del ambiente, (...). Desde los estadios más tempranos el medio socio-cultural de esa persona en desarrollo desempeña un papel de vital

importancia” (p. 32). La influencia del medio socio cultural es esencial en el desenvolvimiento del estudiante.

El entorno en el que se desenvuelve el niño es esencial en la formación de sus primeros esquemas mentales. Bruner (1984), nos manifiesta “Para que el niño reciba las claves del lenguaje, deben participar primero en un tipo de relaciones sociales que actúen de modo consonante con los usos del lenguaje en el discurso” (p. 179). Todos los seres humanos aprendemos de los otros seres que nos rodean, adquirimos hábitos y hacemos nuestro el lenguaje que se usa para comunicarnos.

Todo tipo de relaciones en la que el ser humano se encuentre inmerso influye en cierta medida en su desarrollo. Tal como nos plantea Siqueira (1997) “Se le llama sociocultural, desde el punto de vista epistemológico, ya que refleja lo histórico cultural, en la medida en que se rescata las relaciones sociales como determinadas y determinantes en la formación de la consciencia humana” (p. 83). Se acuña el término sociocultural debido al impacto que tiene el entorno en un individuo.

Vygotsky hace un marcado estudio entre ambos tipos de desarrollo que considera indisolubles del ser humano. Al respecto Rojas (1997) nos transmite que la teoría Vygostkiana diferencia entre desarrollo natural y cultural los cuales se encuentran vinculados a las funciones psicológicas elementales y superiores lo que conlleva a precisar que el desarrollo natural se explica casi exclusivamente por el desarrollo biológico, al contrario del cultural que se desarrolla a través de los principios de descontextualización e instrumentos de mediación (p. 94). Ambos tipos de desarrollo tienen su propio proceso y están sujetos a factores intrínsecos y extrínsecos del sujeto, que unidos, determinan su aprendizaje.

Llegado un momento dado del desarrollo, la biología da paso a las relaciones sociales. Por ello Wertsch (1988) nos esclarece “Vygotsky suponía que las fuerzas naturales dejan de tener un papel activo en el cambio ontogénico tras un período inicial donde a partir de entonces, las

fuerzas culturales toman el papel primordial” (p. 60). A partir de que lo cultural toma las riendas del desarrollo, el ser humano no parará de aprender de los demás.

### **2.1.2. Elementos del Enfoque Sociocultural de Vigotsky**

Dentro del enfoque sociocultural se tienen que considerar las partes que lo conforman para entender el cómo se desarrolla dicho enfoque. Kozulin (1990) al nombrar los elementos considera a los procesos mentales superiores, de la acción al pensamiento, la mediación, internalización, procesos primitivos (p. 113 -118). Al hablar del ser humano se tiene que hablar de los procesos internos que ocurren en su cerebro de la mano de su desarrollo con el propósito de comprender como evoluciona dentro de nuestra cultura.

#### ***A. Procesos Mentales o Psicológicos Superiores***

Cada proceso natural tiene su contraparte en un proceso superior. Como nos lo deja entrever Kozulin (1990) al manifestar que “Los procesos mentales superiores, como el pensamiento verbal, la memoria lógica y la atención selectiva difieren cualitativamente de los procesos naturales, inferiores, de memoria, atención e inteligencia, cuyo nombre comparten” (p. 113). La presencia de los procesos naturales son la base para el desarrollo de los procesos mentales superiores.

El proceso mental superior requiere forjarse junto a los procesos naturales básicos. En palabras de Kozulin (1990) “La función mental superior no se desarrolla como continuación directa de su correspondiente función elemental, lo cual hace que constituya un nuevo tipo de formación psicológica. En la ontogénesis ambos tipos de funciones se encuentran estrechamente entrelazadas” (p. 113). No se pueden separar los procesos naturales con los superiores ya que se necesitan mutuamente para desarrollarse.

El medio determina la transformación de las funciones elementales a superiores. Respecto a este punto, Siqueira (1997) nos hace saber que las funciones, que al comienzo son elementales (de base biológica), se transforman en superiores, debido a la interacción dialógica sujeto-objeto. Dicha actividad concluye que el desenvolvimiento de las funciones psicológicas superiores – conciencia, memoria, raciocinio, capacidad de resolución de problemas y lenguaje, entre otras – se presenta al principio a nivel intersíquico y luego intrapsíquico, primero se experimentan a nivel social para luego experimentarlas a nivel individual (p.83). Para hacer suyo el conocimiento el individuo recoge la información del entorno y luego lo interioriza.

Las funciones elementales no se pueden rehuir porque nacen con el sujeto y se refuerzan con el ambiente mientras que las superiores se determinan a voluntad. Rojas (1997) nos transmite que “Las funciones psicológicas elementales se encuentran determinadas por la estimulación ambiental; en cambio, las superiores por la estimulación autogenerada. Las superiores rudimentarias son estados previos de las avanzadas” (p. 94). No existe superiores sin fundamentales, cada una de ellas está ligada a la anterior.

Las funciones superiores emergen de otras más básicas. Para diferenciarlas, Vygotsky (1979) nos manifiesta que la característica central de las funciones elementales es que están determinadas por los estímulos naturales del entorno mientras que las funciones superiores son de estimulación autogenerada, es decir la creación y uso de estímulos artificiales que modifican la conducta (p. 69). Las funciones superiores se encuentran disponibles a ser usadas a voluntad mientras que las básicas responden al entorno.

### ***B. De la Acción al Pensamiento***

El proceso mental superior no es sólo la extensión de las funciones biológicas, es un proceso complejo que aborda múltiples conexiones. Por esa razón, Kozulin (1990) nos aclara que “Más que simple extensión de un proceso natural que se origina en la biología humana, el proceso mental superior es función de una

actividad socialmente significativa, (...). La función mental superior se crea mediante la actividad; es una objetivación de la acción” (p. 114). El proceso mental superior es producto de la interacción de lo que ya está impregnado en nuestro esquema mental y su aplicación en el ambiente que nos rodea lo que la vuelve significativa.

La mente consta de herramientas que sólo se observan cuando se ponen en práctica. Al hablar de dichas herramientas, Brodova y Leong (1996) explican “Las herramientas de la mente se manifiestan exteriormente, concreta, física; en etapas más avanzadas, se interiorizan, pues existen en la mente sin ningún soporte exterior” (p. 16). Al poner en práctica los medios que usamos para resolver un problema, la mente se adueña de las estrategias usadas y las separa de la realidad haciéndolas independiente del exterior.

Para toda acción hay una reacción y la mencionada reacción redunda en los procesos mentales. Al hablar del alumno, Mercado y Mercado (2008) especifican “El alumno recibe la acción de los factores sociales, culturales e históricos y actúa sobre ellos, de tal condición dichos agentes desempeñan una situación elemental en el proceso” (p. 100). La influencia de los factores externos en espacio y tiempo modifican el desarrollo de los procesos mentales.

### **C. Mediación**

La mediación se entiende como la intervención de un agente que hace variar un proceso. Hablando de los procesos mentales, Kozulin (1990) aclara “Es una actividad que genera procesos mentales superiores con una intervención socialmente significativa. La fuente de la mediación reside ya sea en una herramienta material, en un sistema de símbolos o en la conducta de otro ser humano” (p. 115). Existen diferentes agentes que cumplen la función de mediación siempre y cuando influyan en el proceso, dichos mediadores organizan la forma como el sujeto comprende lo nuevo, cada tipo de manifestación posee sus propios mediadores.

El docente, utiliza el concepto de mediación para lograr un aprendizaje en el estudiante. Siqueira (1997) menciona “Se entiende que, a través de la mediación, en la y por la interacción, el profesor transmite el conocimiento científico a ser asimilado por el alumno. El profesor parte, pues, del conocimiento cotidiano del discente o educando, para transformarlo posteriormente” (p.85). Conocedor de las herramientas que usa la mente, el profesor, se basa en lo ya conocido para incorporar nuevos conocimientos.

Una expresión de la presencia del mediador es el cambio de conducta. El tipo de este cambio de conducta nos los explica Kozulin (1990) “Un aspecto del desarrollo de la mediación es la transformación de la conducta inmediata, impulsiva, dirigida a un objeto deseado, en conducta “instrumental” mediada por una herramienta material” (p. 115). Toda conducta va dirigida a lograr un objetivo y siempre hay influencia de una herramienta que actúa como mediador.

Los instrumentos de mediación son externos. Por lo que Fraca (2003) profundiza “Los instrumentos de mediación, incluido el lenguaje, los proporciona el medio social, es decir la cultura” (p. 76). La cultura es la herencia que lega el ser humano y de ese legado obtenemos los mediadores.

Existen una variedad de instrumentos que actúan como mediadores dependiendo de la situación significativa en la que se encuentre el alumno. Fraca (2003) clasifica a los mediadores en herramientas y signos, a los primeros se les designa como instrumentos concretos para facilitar la relación con la naturaleza en el aspecto externo como, por ejemplo, un lápiz o computadora mientras que los signos, son instrumentos que actúan a nivel psicológicos y orientados al mundo interiorizado. No todos los mediadores actúan al mismo nivel, mientras que las herramientas permiten la relación con el ambiente, los signos, permiten interiorizar lo recepcionado.

La herramienta actúa a nivel instrumental a diferencia de los signos que lo hacen a nivel psicológico. Kozulin (1990) aclara “Mientras que en la acción instrumental la herramienta es mediadora respecto a la acción humana dirigida a la naturaleza, en el acto simbólico una herramienta psicológica media en los procesos psicológicos del propio ser humano” (p. 115). Debido a la complejidad de los procesos que ocurren en el cerebro humano, no se admite un solo tipo de herramienta, si no que se nutre de todo con lo que tiene contacto.

Se les conoce como herramientas precisamente por su función en el proceso evolutivo del estudiante. Bodrova y Leong (1996) determinan su función “Estas herramientas amplían las habilidades humanas pues permiten que las personas hagan cosas que no podrían hacer de otro modo” (p. 17). Sin dichas herramientas no habría aprendizaje.

Las funciones superiores emergen de otras más básicas. Para diferenciarlas, Vygotsky (1979) nos manifiesta que la característica central de las funciones elementales es que están determinadas por los estímulos naturales del entorno mientras que las funciones superiores son de estimulación autogenerada, es decir la creación y uso de estímulos artificiales que modifican la conducta (p. 69). Las funciones superiores se encuentran disponibles a ser usadas a voluntad mientras que las básicas responden al entorno.

La herramienta le sirve al hombre para actuar sobre la realidad que quiere cambiar. Vygotsky (1964) nos explica que la función de la herramienta es servir de conductor de la influencia humana en el objeto de la actividad; se halla “externamente” orientada y debe originar cambios en los objetos. Es un medio para que la actividad humana externa aspire a dominar y triunfar sobre la naturaleza. El signo no cambia nada en el objeto de una operación psicológica, actúa como un medio de actividad interna que aspira a dominarse a sí mismo (p. 91). A diferencia de la herramienta, el signo no influye en la realidad objetiva sólo actúa sobre el interior del individuo modificando su esquema.

Los mediadores facilitan la acción sobre el medio, van de dentro hacia afuera, así el lenguaje facilita la identificación de los objetos sobre los que se han de actuar. Siqueira (1997) nos habla sobre los instrumentos que actúan como mediadores y auxilian la acción física externa mientras que los signos actúan como mediadores entre el proceso de internalización de la realidad externa. A nivel mental el hombre edifica una realidad externa y los signos generalmente verbales, nominan cada uno de los objetos con los cuales el sujeto establece relaciones, así los instrumentos actúan externamente guiando la acción del sujeto, y los signos lo hacen internamente, organizando el pensamiento (p. 83). Por lo expresado, en base a los mediadores todo lo recogido del exterior se interiorizan con el uso de signos que permite el desarrollo del pensamiento en el individuo.

Todo lo que el hombre ha creado se representa por signos entendibles por el mismo hombre. Como lo expresa Rojas (1997) “La cultura está representada por un sistema simbólico, codificado en el lenguaje. Su adquisición requiere de la colaboración de otros que ya la dominan” (p. 95). En sociedad se realiza el aprendizaje ya que el hombre ha creado las herramientas para poder apoderarse de los conocimientos que requiere.

#### ***D. Internalización***

El camino que sigue el aprendizaje es de fuera hacia adentro. Fraca (2003) representa a dicho aprendizaje como a un vector que junto al desarrollo se dirigen del exterior al interior del sujeto, realizándose un proceso de “internalización” o de transformación de las acciones externas en acciones internas de carácter psicológico. Se entiende por internalización a la apropiación de lo que ocurre a nuestro alrededor dándole una interpretación intrapsicológica que se impregna en nuestro cerebro.

El aprendizaje significativo es exclusivo del hombre, ya que es el que posee la capacidad de internalizar lo externo. Por ello, Siqueira (1997) especifica “Tal proceso de internalización, de reconstrucción interna de lo externo, es posible

porque las funciones psicológicas superiores, exclusivamente humanas, se desenvuelven a partir de la relación dinámica que se establece entre el hombre y el medio” (p.83). El constante contacto del hombre con la naturaleza modifica los procesos internos y viceversa lo que lo dota de innumerables herramientas para apoderarse de los conocimientos que se requieren.

Sin internalización no hay desarrollo de una función mental superior. Al respecto, Kozulin (1990) especifica “El elemento fundamental para la formación de una función mental superior es el proceso de internalización. Lo que inicialmente aparece como un mediador sígnico externo o una comunicación interpersonal más adelante se convierte en un proceso psicológico interno” (p. 117). El aprendizaje se completa cuando lo recibido del exterior se posiciona en el interior para quedar así impregnado en la mente del estudiante.

La internalización es un proceso que posee su tiempo y pasos. Kozulin (1990) nos aclara “El proceso de internalización no es en modo alguno automático; los procesos en juego cambian su propia forma de actuación. La transición de una forma colectiva de conducta a otra individual hace descender inicialmente el nivel de toda la actividad” (p. 118). Para lograr el éxito en la internalización es necesario fijar despacio cada cambio en el proceso para que haya una completa adquisición de conocimientos.

### ***E. Procesos Primitivos***

Los procesos primitivos son el nexo entre los procesos superiores y los procesos que realiza el cerebro de forma natural. Kozulin (1990) nos instruye que existen configuraciones intermedias ubicadas entre los procesos mentales superiores y las funciones naturales. Estas formas intermedias dan fe de la naturaleza dinámica del proceso de desarrollo: los procesos mentales superiores no se alcanzan ni por medio de un proceso de comprensión súbita en un momento dado, ni a través de una copia de la conducta adulta. Las operaciones simbólicas nacen de conductas que al principio no son simbólicas. Para lograr

las operaciones simbólicas en los procesos mentales superiores primero hay que transitar por las operaciones básicas primitivas presentes en todo ser humano.

Sin entender en qué consisten las funciones primitivas no se puede esquematizar los procesos ulteriores. Por tal motivo, Kozulin (1990) aclara “Para Vygotsky, las formas primitivas eran de interés fundamentalmente porque ayudan a explicar la dinámica del proceso de surgimiento de la forma mediada de proceso mental a partir de la forma sincrética” (p. 119). En conclusión, o se puede separar las funciones primitivas del proceso de aprendizaje ya que sin dicho proceso no hay cambio de conducta.

### **2.1.3. Teoría del Desarrollo de Vigotsky**

La teoría de desarrollo de Vigotsky estudia la evolución del hombre desde el aspecto psicológico. Vygotsky (1978) se centra en los procesos que ocurren al interior del individuo al momento de relacionarse con su entorno y como lo procesa, su método recibe el nombre de experimental – evolutivo ya que crea o produce artificialmente un proceso de desarrollo psicológico. Si se reemplaza el análisis de objetos por el análisis de procesos, entonces la investigación se dirige a transformar una reconstrucción de cada uno de los estadios evolutivos del proceso hasta sus estadios iniciales (pp. 61-62). La importancia de analizar cada estadio hasta sus inicios es la base de la teoría del desarrollo de Vigotsky ya que le permitirá comprender mejor las características de todo ser humano.

Los cambios de una etapa a otra son cualitativos más que cuantitativos, estos cambios cualitativos se perciben por el cambio de conducta o por el avance intelectual plasmado en operaciones formales dentro del cerebro del individuo, a ello Wertsch (1988) menciona que Vygotsky definía el desarrollo como saltos “revolucionarios” fundamentales diferentes a incrementos cuantitativos constantes y en estos puntos de inflexión revolucionarios

cambiaba la naturaleza del desarrollo. Estos puntos principales del desarrollo en tal que cambios experimentados se presentan como mediación utilizada. Los fenómenos psicológicos deben apoyarse en el análisis de diversos tipos de desarrollo, llamados “dominios genéticos” (p. 37). Los cambios en la psique son el resultado de lograr controlar las funciones superiores, solo así podemos hablar de desarrollo, el salto cualitativo de una capacidad a otra es lo que determina el desarrollo del individuo.

Para intentar explicar como ocurre el desarrollo humano se debe considerar la presencia de varios factores, no existe un solo determinante en el desarrollo. Respecto al factor determinante Vygotsky (1972) nos aclara “La complejidad del desarrollo infantil impide que pueda determinarse alguna etapa, de manera más o menos completa, por un solo indicio” (p. 115). La combinación de ciertas condiciones determina el desarrollo del individuo mas no la presencia de un solo rasgo.

Existe un lazo invisible pero latente entre aprendizaje y desarrollo al respecto Bayo (1987) enfatiza que “Es una realidad que el aprendizaje y desarrollo están ligados entre sí desde mucho antes del inicio de la edad escolar, concretamente desde el mismo momento del nacimiento” (p.71). La conexión aprendizaje –desarrollo no es algo que se aprende es una condición con la que todo individuo nace y que lo lleva a interiorizar todo lo que recibe del exterior.

#### ***A. Zona o Nivel de Desarrollo Real o Efectivo.***

Ser capaces de lograr algo por nuestra cuenta debido a que nuestros procesos mentales están aptos es lo que se llama zona real. Vygotsky (1978) define “es la zona donde las funciones ya han madurado, es decir, los productos finales del desarrollo” (p. 133). Se le llama producto final a aquella función que ya es capaz de realizar sin ayuda, también conocido como nivel de desarrollo real.

La zona de desarrollo real aglomera todo lo que ya está aprendido y fijado en nuestra corteza, lo que permite que el individuo se exprese sin ayuda. Rodríguez (2013) conceptualiza dicha zona como “todas las adquisiciones, logros y conocimientos que posee el niño, los que le permiten interactuar de modo independiente con lo que le rodea y resolver los problemas que se le presentan sin ayuda” (p.14). La base para lograr nuevos aprendizajes es que exista una zona de desarrollo real que sirva de trampolín para los nuevos conocimientos que serán enseñados.

### ***B. Zona o Nivel de Desarrollo Potencial***

La zona de desarrollo potencial se entiende como el lugar hasta donde el estudiante puede llegar a concretar sus funciones en base a la ayuda de un adulto o par, Vygotsky (1978) la define de esta manera “el nivel de desarrollo potencial está determinado a través de la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (p. 133). Este concepto arraiga en si la noción de que es necesaria la ayuda de alguien más capaz puesto que el individuo por sí solo no puede lograr un nivel superior.

La forma en cómo responden dos individuos frente a un conjunto de situaciones problemáticas es una manifestación de la zona de desarrollo potencial que en palabras de Bayo (1987) la define como “la zona de desarrollo potencial se refleja en la conducta diferencial que despliegan cuando se les exija la resolución de problemas de mayor dificultad” (p. 71). La zona de desarrollo potencial difiere en mayor o menor medida entre estudiantes puestos frente a una misma situación problemática, lo que permite determinar cuál es el grado de ayuda que necesitan individualmente.

Al hablar de lo que puede hacer el estudiante con ayuda no solo está referido a otro estudiante o docente si no también involucra instrumentos que hacen la función de mediador a lo que Goded (1996) especifica de esta forma “El nivel de

desarrollo potencial se definiría por lo que el sujeto es capaz de hacer con la ayuda de los otros o de instrumentos mediadores externamente proporcionados” (p. 50). El uso de los instrumentos mediadores dentro del proceso enseñanza – aprendizaje dirigido a alcanzar la zona de desarrollo potencial se considera válido.

La zona de desarrollo potencial también puede entenderse como el resultado de interactuar diversos factores, en palabras de Beltrán y Bueno (1995) “La zona de desarrollo potencial es producto del aprendizaje social y es debido a los estímulos sociales del ambiente donde vive el niño” (p. 77). En la zona de desarrollo potencial están involucrados todos los estímulos que vienen del exterior los que en su conjunto originan un tipo de aprendizaje informal denominado aprendizaje social.

### ***C. Zona de Desarrollo Próximo***

Sin embargo, no empezaremos el concepto de zona de desarrollo próximo sino por la teoría de Vygotsky referido al desarrollo y aprendizaje, esto de acuerdo con Venet y Correa (2014) quienes señalan que “para entender el concepto de zona de desarrollo próximo hay que situarlo en la teoría de Vygotsky que considera que desarrollo y aprendizaje están estrechamente ligados” (p.9). No podemos estudiar el concepto y alcance de la zona de desarrollo próximo si no tenemos claro que desarrollo y aprendizaje son dos procesos indisolubles.

Se entiende a la zona de desarrollo próximo al trecho entre lo que se conoce y aquellos conocimientos que se pueden conocer con ayuda de otra persona más capaz, así Vigotsky nos dice “La zona de desarrollo próximo es la distancia entre el nivel real de desarrollo, que es la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado por la resolución de un problema ayudado por un adulto o de otro compañero más capaz” (Vigotsky, 1978, p.133). Se puede apreciar que el autor no es tajante en cuanto a quien es el compañero que ayudará al estudiante a alcanzar un conocimiento superior.

Para lograr que se fije un conocimiento es necesaria la presencia de un mediador que transmita los conocimientos nuevos, Luria, Leontiev y Vygotsky (1986) plantean que para vencer los obstáculos en el aprendizaje de algo nuevo se necesita del apoyo de alguien más. Para llegar a la abstracción es necesario partir de lo que el alumno ya sabe y de lo que le da cierta confianza en su capacidad. Pero los estudiantes no son capaces de hacerlo solos, necesitan una continua ayuda (p. 250). Cuando existe el apoyo de una persona con un nivel superior de conocimientos impulsa al escolar a aprender aquello que no podría hacerlo si estuviera solo.

La zona de desarrollo próximo permite la interacción entre dos individuos durante el proceso de instrucción, lo que lo convierte en un instrumento para la socialización, así misma fuerza al estudiante a razonar respecto a un concepto. Así, la zona de desarrollo próximo no es una capacidad o característica de un individuo, sino más bien un conjunto de características que se presentan en un sistema de interacción socialmente determinado. No es inmediata la conexión, pero existe una creciente coincidencia en la interpretación de la zona de desarrollo próximo en términos de “sistema social” más que de capacidades subjetivas (Baquero, 1997). La interacción resulta ligada intrínsecamente a la zona de desarrollo próximo llevada al nivel social es entendida como una característica a tomar en cuanto al momento de enseñar, es la base para la relación docente-alumno.

Los componentes que intervienen en la zona de desarrollo próximo tienen sus funciones bien definidas a cumplir a lo que Cole (1984) conceptualiza “La zona de desarrollo próximo en términos de su concepción general, como la estructura de actividad conjunta en cualquier contexto donde haya participantes que ejercen responsabilidad diferenciada en virtud de su competencia diferencial” (p.12). Los participantes poseen una responsabilidad propia y diferente entre sí debido a su capacidad que se encuentra en distintos estadios de desarrollo.

El momento crucial al incorporar nuevos conceptos lo constituye la zona de desarrollo próximo, así Baquero (1997) agrega “La zona de desarrollo próximo aparece como el trasfondo inevitable de los análisis, por su lugar crucial, de encrucijada, de los procesos de interacción, de interiorización y de enseñanza” (p. 162). Esta zona está formada por todo un proceso cuyo fin es la fijación de los nuevos saberes en los esquemas mentales y conductuales del estudiante.

Debido a su implicación en el proceso enseñanza aprendizaje es que la zona de desarrollo próximo ocupa un sitio importante e indispensable en dicho proceso para lo cual Venet y Correa (2014) nos fundamentan que “La zona de desarrollo próximo constituye un lugar privilegiado de mediación y, en consecuencia, de transmisión en interiorización de la cultura asociada, tanto con un medio ambiente, como con un tiempo determinado” (p.8). Como toda la teoría de Vygotsky nos explica, no hay interiorización sin relación con el medio que nos rodea, cualquier intento de explicar el concepto de zona de desarrollo próximo sin tomar en cuenta esta interconexión es nulo.

En psicología el concepto de zona de desarrollo próximo se utiliza para que los futuros profesores entiendan como es que se aprende a lo cual Venet y Correa (2014) acotan “Consideramos el concepto de zona de desarrollo próximo como un instrumento psicológico susceptible de ayudar a los estudiantes a reflexionar con mayor profundidad en su práctica docente” (p. 10). Conocer en que consiste el proceso de aprendizaje, saber cómo es que aprendemos permite incorporar elementos que ayuden a mejorar este proceso.

La definición de zona de desarrollo próximo involucra a toda una gama de actividades dentro del proceso enseñanza aprendizaje que Vygotsky llama funciones, en palabras de Vygotsky (1978) conceptualiza “La zona de desarrollo próximo define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su madurez y que ahora se encuentra en estado embrionario” (p.133-134). Las funciones con las que nacemos no se encuentran listas para ser

aplicadas, al principio están inmaduras y el entender la zona de desarrollo próximo ayuda a comprender el proceso de maduración de dichas funciones que permitirán al individuo pasar de un nivel a otro.

No es necesario que sea un docente o adulto el que ayude a un estudiante a lograr alcanzar nuevos conocimientos y habilidades, también lo puede hacer otro individuo, pero con un nivel más elevado, así como González, Rodríguez y Hernández (2011) nos señalan “Este concepto también nos señala, que lo que el estudiante puede hacer hoy con la ayuda de otro estudiante o profesor, mañana podrá hacerlo por sí solo. Cuando se estudia la ZDP de un estudiante, no se enfatiza en lo que este no tiene aún, sino cómo, con la ayuda de otros va creciendo su desarrollo personal” (p. 3). La principal atención es lo que puede lograr el estudiante y no lo que no sabe.

Lo que ya se sabe sirve de trampolín para aquello que se puede aprender Fariñas (2007) hablando de Vygotsky nos dice “en la conceptualización de lo que él (Vygotsky) llamó zona de desarrollo próximo, lo actual como desarrollo, contempla lo pasado no de modo fatalista, como un fardo del que hay que liberarse sino como acervo del cual se puede partir en el presente, para favorecer el desarrollo futuro” (p. 45). Los conocimientos que aún no se desarrollan no deben ser tomados como algo negativo, al contrario, deben ser vistos como una fortaleza puesto se tiene las bases de lo que ya se conoce y se puede lograr.

La zona de desarrollo próximo es, como se ha dicho, la amplitud entre lo que ya sabemos y lo que podríamos saber, al respecto Rodríguez (2013) aporta “la zona de desarrollo próximo está determinada por la distancia o diferencia entre lo que el estudiante es capaz de hacer por sí mismo y aquello que solo puede hacer con ayuda” (p. 14). Como se aprecia esta distancia se convierte en un salto cualitativo originando un cambio sustancial en el estudiante respecto a cómo aprende.

El paso de lo social a lo interno es una de las funciones de la zona de desarrollo próximo como lo advierte Wertsch (1988) quien la define como “la región dinámica de la sensibilidad en la que puede realizarse la transición desde el funcionamiento interpsicológico al funcionamiento intrapsicológico” (p. 84). Este salto permite al individuo canalizar lo que ha aprendido a funciones más complejas de fuera a dentro y viceversa.

Mucho dependerá del nivel que ya tiene el estudiante para poder llegar a otro superior. Wertsch (1988) postula “la zona de desarrollo próximo se determina conjuntamente por el nivel del desarrollo del niño y la forma de instrucción implicada; no es una propiedad ni del niño ni del funcionamiento interpsicológico por sí solo” (p. 87). Este proceso involucra varios aspectos de quien aprende y de las funciones mismas, no puede actuar solo con una de ellas.

### **C.1. Estadios de la Zona de Desarrollo Próximo.**

Para ir completando la concepción de zona de desarrollo próximo, debemos referirnos a sus estadios. Así Chávez (2013) nos da a conocer que “Los estadios básicos propuestos por Vygotsky son dos: el primero, es el interpsicológico (el alumno trabaja con la exorregulación del habla del profesor). El segundo es el momento intrapsicológico (el alumno trabaja independientemente autorregulándose con su propia habla)” (p. 99). La zona de desarrollo próximo ha sido demarcada en estadios para un mejor estudio, se considera aquello que el estudiante recibe de quien le ayuda y aquello que él interioriza.

El determinar los estadios depende del punto de vista con el que se trabaje al respecto Gallimore y Tharp (1993) nos hablan de otros estadios que a continuación mencionan “Estadio I: Ayuda proporcionada por otros más capaces; Estadio II: Ayuda proporcionada por el yo; Estadio III: Internalización y automatización del conocimiento; Estadio IV: Desautomatización del conocimiento y giro recursivo hacia una puerta ZDP” (p. 112). La internalización de conocimientos es parte de todo el proceso y el agregado de la

desautomatización, aunque no se ha mencionado con ese nombre anteriormente, se encuentra inmerso en todo el proceso.

## **C.2. Determinación de la Zona de Desarrollo Próximo.**

Determinar la zona de desarrollo próximo permitirá conocer hasta donde aprendió el niño y lo que es capaz de aprender, es decir, es una suerte de diagnóstico que sirve de arma a los docentes para saber hasta dónde avanzar, así Rodríguez (2013) expresa que para Vygotsky el concepto de zona de desarrollo próximo posee un gran valor diagnóstico ya que al determinar la amplitud de la zona de desarrollo próximo de cada niño, es posible superar los diagnósticos y evaluaciones rígidos y estáticos del nivel de desarrollo de los sujetos y brindar una alternativa para evaluar sus potencialidades, sus posibilidades de desarrollo, dentro de la dinámica de sus procesos de cambio y transición evolutiva (p.15). A partir de este diagnóstico se pueden crear un conjunto de mecanismos que ayuden a determinar cómo es que el alumno aprende, que más se le puede enseñar, como evolucionar y crear diseños destinados a entender su proceso interno para potenciarlos.

Es importante conocer hasta donde es capaz de lograr el estudiante para no enseñar algo que le será imposible aprender. López (2002) al respecto al tema “no se debe explorar solo el nivel de exigencia adquirido, se debe indagar también hasta dónde lograr ejecutar acciones que demandan de él mayores niveles de exigencia; es decir, trabajar en la exploración de la zona de desarrollo actual y potencial del escolar” (p. 17-18). Para conocer hasta donde puede el estudiante aprender es necesario conocer su zona de desarrollo actual con el fin de potenciarlo.

Primordial es conocer la estructura interna de cada sujeto para que la aplicación de la teoría de desarrollo próximo tenga éxito. Al respecto la misma autora agrega que mediante la experiencia con el sujeto nos podemos dar cuenta en qué medida el sujeto es capaz de aceptar la ayuda, el cómo se forman las nuevas estructuras psicológicas o en su defecto se terminan de formar las que

ya se están gestando. Esta es la manera oportuna de poder evaluar cuán capaz, un sujeto, puede producir un cambio en su desarrollo, ser activo e independiente en el proceso y dar indicadores e indicaciones del por qué no lo puede ser y cómo pueden serlo (Rodríguez, 2013). Evaluando su situación se pueden proponer indicadores de desempeño que ayuden a evaluar lo que podría aprender el sujeto y hasta donde.

#### **2.1.4. Aprendizaje**

##### **A. Concepto**

El aprendizaje si bien es cierto va de la mano de la enseñanza también tiene su propia estructura y funcionamiento. Coll (1990) conceptualiza el aprendizaje así “el verdadero aprendizaje es el que tiene lugar al margen de la enseñanza, el que es el fruto de una actividad no sólo autoestructurante, sino también individual y básicamente intrapersonal” (p.136). El individuo es el que realiza las funciones dentro de sí, por se dice que es individual e intrapersonal.

No puede existir aprendizaje sin cambio de conducta. Ardila (1979) define el aprendizaje como “el cambio relativamente permanente del comportamiento que ocurre como resultado de la práctica” (p.18). La práctica cimienta los conocimientos aprendidos con ayuda de la conducta.

El aprendizaje está presente en cada etapa de nuestra vida, es algo inherente e inevitable. Wenger (2001) llega a la siguiente conclusión “aprender es una parte integral de nuestra vida cotidiana. Forma parte de nuestra participación en nuestras comunidades y organizaciones” (p. 26). Ser parte de una sociedad nos obliga a aprender, aunque no nos demos cuenta, esa es la fortaleza de la naturaleza humana.

Cuando se aprende algo es algo que difícilmente se puede olvidar e involucra un cambio en el comportamiento guiado por lo que hemos asimilado, Domjan (2010) define el aprendizaje así “El aprendizaje es un cambio duradero en los mecanismos de la conducta que involucra estímulos y/o respuestas específicas y que es resultado de la experiencia previa con esos estímulos y respuestas o

con otros similares” (p.17). La combinación de lo que ya sabemos con las nuevas acciones a realizar determina un aprendizaje exitoso.

## **B. Bases Psicológicas del Aprendizaje**

El aprendizaje no se define de manera unilateral, así, existen variadas tesis que se categorizan según su relación con el desarrollo, al respecto Leontiev, Luria y Vygotsky (1986) nos dicen que existen tres categorías que agrupan las teorías que hablan del aprendizaje, la primera expresa que aprendizaje es un proceso puramente externo que avanza al mismo tiempo del desarrollo, sin embargo no participa ni influye en el desarrollo lo que origina independencia entre desarrollo y aprendizaje. La segunda manifiesta que el desarrollo es sinónimo de aprendizaje, se plantea que a cada etapa de desarrollo le corresponde una etapa de aprendizaje, son simultáneas. Y la tercera teoría es la dualista que enuncia al aprendizaje coincidiendo con el desarrollo como una interconexión entre maduración y aprendizaje donde la maduración permite un determinado proceso de aprendizaje y dicho proceso impulsa la maduración hasta cierta fase (p. 173). Entender que existe una relación entre aprendizaje y desarrollo es esencial en el proceso de implementar mejoras en la educación actual.

A través de los años se han planteado diversas teorías del cómo se origina el aprendizaje. Wenger (2001) menciona que dentro de las teorías psicológicas tenemos a las teorías conductistas que se enfocan en la modificación de la conducta usando el mecanismo de estímulo-respuesta. Las teorías cognitivas referidas a las configuraciones cognoscitivas internas y considera al aprendizaje como resultado de estas estructuras cognitivas. Las teorías constructivistas estudiando los procesos mediante cuales los alumnos edifican sus propias estructuras mentales interaccionando con su medio. Las teorías del aprendizaje social evalúan las interacciones sociales desde un punto psicológico. Todas las teorías tratan de explicar, desde su punto de vista, como se viene dando el aprendizaje, pero integrar a todas aporta mucho más ya que no existe una sola forma de aprender sino un aprendizaje mucho más complejo.

La sociedad influye en gran medida en el aprendizaje porque dota al proceso de contenidos y formas que al respecto Coll (1990) nos dice que “la interacción social es el origen y el motor del aprendizaje y del desarrollo intelectual gracias al proceso de interiorización que hace posible” (p. 124). Todo lo que la sociedad aporta se impregna en nosotros y manifestamos su influencia mediante conductas medibles.

El aprendizaje no siempre se entiende como teoría sino también como un conjunto de bases, así como lo explica Bloom (1976) quien presenta las siguientes variables dentro de las bases del aprendizaje “características del estudiante, instrucción, resultados del aprendizaje” (p. 24). Para un buen aprendizaje se debe conocer los agentes involucrados y que se deben estudiar, todos alrededor, muchas veces, del estudiante.

### ***C. Aprendizaje Escolar***

El aprendizaje escolar involucra elementos que difieren del aprendizaje diario puesto que el proceso se realiza dentro del marco educativo y para eso es necesario hablar de mecanismos psicológicos. Para comprender los mecanismos psicológicos que se presentan al interactuar alumno – alumno y los procesos cognitivos del aprendizaje escolar se necesita como mínimo tres requisitos: observar cómo evolucionan las pautas interactivas que se establecen entre los participantes, observar cómo evoluciona el proceso de realización de la tarea y, finalmente, observar cómo se coordinan y se condicionan mutuamente ambos aspectos (Coll, 1990). Dichos mecanismos difieren de los normales porque están influenciados por un ambiente diferente, mucho más esquematizado, donde todos los elementos apuntan a un solo objetivo, que el alumno aprenda y se desarrolle acorde a los criterios establecidos por el órgano competente.

La interacción entre pares dentro del aula asume un rol esencial al momento de aprender, por el intercambio de información, de estados de ánimo, de dudas, y porque permite a los estudiantes organizarse para que al aprender avancen a un nivel superior. La interacción entre los alumnos, adquiere una vital importancia para el logro de los objetivos educativos, en los planos socio afectivos, instrumentales y de contenido, las actividades escolares planificadas y organizadas en conjunto favorecen de mejor forma que la competencia o el aprendizaje individual (Coll, 1990). Se debe enseñar a participar cooperativamente para que el aprendizaje sea total y satisfactorio, no solo porque el estudiante aprendió si no porque todos lograron las metas trazadas.

El aprendizaje es todo un proceso no solo es el resultado de incorporar conocimientos. Coll (1990) agrega que el aprendizaje escolar no puede comprenderse mucho menos interpretarse como solamente la consecuencia de una serie de “encuentros” felices entre el alumno y materia que se busca aprender. Se entiende que dicho contacto entre contenido y alumno va más allá que leer o escribir, sino que involucra los procesos internos.

El ambiente escolar brinda los elementos para analizar cómo se va dando el aprendizaje. Bloom (1976) concluye que “el aprendizaje escolar constituye un sistema causal, dentro del cual es posible pronosticar, explicar y determinar el nivel y tasa de aprendizaje con base a unas pocas variables” (p.211). El sistema escolar está diseñado para poder encontrar las variables que ayuden a determinar y prever estrategias de enseñanza.

No hay aprendizaje sin base, y no se pueden sentar las bases sin aprendizaje. Coll (1990) respecto al tema “el alumno que inicia un nuevo aprendizaje escolar lo hace siempre a partir de los conceptos, concepciones, representaciones y conocimientos que ha construido en el transcurso de sus experiencias previas” (p. 164). Las bases que se cimentan para un nuevo aprendizaje están formadas por diversas categorías que no solo se aprende en el aula si no con el contacto que tiene el estudiante con quienes se rodea.

#### **D. Aprendizaje Matemático**

Aprender matemática es un acto continuo que involucra todas las funciones mentales, al respecto Gutiérrez (2009) menciona que: “El aprendizaje de la matemática es una continua acción mental, donde el estudiante desarrolla diversas habilidades y utiliza diferentes estrategias con el fin de descubrir el conocimiento matemático” (p.4). Al aprender involucramos destrezas y habilidades que se desarrollan en el transcurso del proceso y se hace uso de maniobras mentales con el objetivo de incorporar saberes matemáticos.

La matemática es aquella ciencia que permite al cerebro desarrollar habilidades que utilizará el individuo durante toda su vida, es donde se sostiene nuestra capacidad de resolver problemas a lo que Cofré y Tapia (2003) sostienen que el aprendizaje de la matemática alcanzan gran importancia en la formación de individuos ya que al ser una ciencia deductiva agilizan el razonamiento y determinan la base estructural en que se apoyan las demás ciencias, así su naturaleza lógica brinda los procedimientos adecuados para el estudio y comprensión de la naturaleza al mismo tiempo que su adecuada relación (p.19). Para analizar lo que nos rodea es necesario contar con esquemas mentales que solo el aprendizaje de la matemática nos puede brindar y esto permitirá una competente interacción entre hombre y naturaleza

Es importante conocer que otros factores están involucrados en el aprendizaje de la matemática, Gómez (2000) expresa que “Consideramos crucial que los profesores de matemáticas sean conscientes de cómo el aprendizaje de esta disciplina está ligado al lenguaje, la interacción social y el contexto cultural” (p. 30). Teniendo en cuenta a los componentes involucrados en el aprendizaje matemático se puede esquematizar como es que el estudiante aprende y plantear estrategias que mejoren dicho aprendizaje.

El aprendizaje matemático involucra todos los aspectos que permiten que el estudiante se desarrolle de manera integral, así Cofré y Tapia (2003) argumentan que “No se considera el aprendizaje de esta disciplina (matemática) solamente

desde el punto de vista de la adquisición de competencias y de habilidades, sino que se contempla cada vez más en términos de procesos cognitivos” (p. 22). No solo se debe aprender el cómo desarrollamos cierta tarea si no también hay que incorporar conocimientos que permiten la abstracción, el cual es la particularidad de la matemática.

El estudiante aprende mejor cuando se le da un significado a lo que se aprende, es decir, se lleva al campo los conocimientos enseñados. Así, los usos de materiales concretos minimizan las dificultades para aprender matemática ya que lleva al estudiante a experimentar, la experimentación permite generalizar y la generalización ayuda a retener el aprendizaje y facilita la transferencia (Cofré y Tapia, 2003). Los conocimientos matemáticos se aprenden mejor cuando se los presenta dentro de un contexto donde los estudiantes puedan establecer leyes generales respecto a un tema.

**D.1. Traducción de datos.** En matemática, traducir datos involucra un conjunto de procesos mentales superiores que permiten al estudiante comprender lo que se le plantea, al respecto Pozo (2015):

La habilidad para traducir datos numéricos a diferentes representaciones (verbales gráficas, algebraicas, etc) correlaciona con el éxito tanto en la educación matemática como en la solución de problemas ya que esta habilidad hace referencia, entre otros factores, a la capacidad para reconocer una idea independientemente del formato en que se presente, para manipularla de manera flexible y adaptada para trasladarla al sistema que más convenga en cada uno de los momentos, contextos y circunstancias. Pero para lograr esta habilidad parece necesario que esa persona conozca y comprenda tanto los conocimientos relacionados con la idea que trata de expresar en cualquiera de los formatos. (p.80).

Por lo señalado, saber traducir datos es una habilidad que facilita solucionar problemas y para ellos es importante la práctica.

Para la traducción de datos se deben reunir un conjunto de actividades cognitivas que en su conjunto aseguran el éxito de la capacidad, como nos hace conocer el Ministerio de Educación (2017):

Traducir cantidades a expresiones numérica es transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre éstos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. (p. 149)

Se manifiesta en esta definición la aptitud para trasladar a términos matemáticos un problema conservando la conexión entre las variables respetando el problema planteado en términos comunes.

Para complementar el análisis de los problemas involucra comparar diversas interpretaciones para escoger la que mejor satisfaga las condiciones del problema, en lo que concierne a esta capacidad, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006) hace notar:

Implica traducir la realidad a estructuras matemáticas en unos contextos que pueden ser complejos o diferir bastante de aquellos con los que están familiarizados los alumnos, efectuar informaciones cruzadas en ambos sentidos entre los modelos y la realidad. Asimismo, implica reflexionar por medio de análisis, plantear críticas y abordar comunicaciones más complejas sobre el modelo y la construcción de modelos. Representación, comporta decodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos con las que se está familiarizado, así como otras que resulten menos familiares; elegir y alternar entre diferentes tipos de representación de situaciones y objetos matemáticos y traducir y distinguir los tipos de representación. Comporta decodificar e interpretar lenguajes simbólicos y formales empleados en contextos y situaciones desconocidas, así como manejar asertos y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, con inclusión del empleo de variables, la solución de ecuaciones y realización de cálculos. (p.109)

De ello se deduce que para interpretar datos no solo basta con saber que variable u operación representa mejor una conexión si no también se debe conocer los tipos de relaciones existentes entre dos o más variables previo análisis crítico de un problema.

Respecto a la relación aprendizaje y traducción Cabanne (2006) argumenta:

Una dificultad importante que tienen los alumnos para escribir expresiones algebraicas es traducir al lenguaje del álgebra, relaciones de cantidades. Por lo tanto, es importante usar procedimientos en distintos contextos (geométricos, gráficos, numéricos, etc); utilizar letras para representar variables y ser muy cuidadosos en el uso de los signos de las operaciones aritmética y de las igualdades. A veces entienden perfectamente las relaciones y no pueden expresar las ideas en el lenguaje algebraico. (p.90)

Aprender a traducir es un factor importante al momento de resolver un problema ya que guía al estudiante como representar en el papel, usando la abstracción, las relaciones existentes entre las variables.

Los problemas se presentan desde el momento desconoce que términos usar para reemplazar las palabras o construcciones semánticas dentro de un ejercicio o problema, Por ello Flores y Macotela (2006) aclaran que:

Los alumnos expresan las relaciones del problema empleando números y buscan la respuesta partiendo de lo conocido. Esta forma de pensar y operar es la principal fuente de dificultades para los aprendices del álgebra (...). La principal dificultad en una ecuación es poder expresar las variables de un problema mediante letras que no están ligadas a cantidades concretas. (p.132)

En otras palabras, los alumnos no son capaces de reconocer que una misma formación algebraica puede aplicarse a problemas aparentemente diferentes ya que no lo ven como un todo y traduce letra por letra.

## **D.2. Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.**

Se entiende en esta capacidad un conjunto de operaciones abstractas que permiten al estudiante comunicar la manera como comprenden las relaciones que se presentan entre los términos o variables en un problema, al respecto el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013) la define así:

Requiere la utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico. Esto implica la comprensión, interpretación, manipulación y utilización de expresiones simbólicas en un contexto matemático regido por convenciones y reglas matemáticas. También supone la construcción y utilización de constructos formales basados en definiciones, reglas y sistemas formales, así como el uso de algoritmos con estas entidades. (p.16).

Tomando en cuenta lo planteado, se requiere un mínimo de conocimiento respecto a las reglas convencionales que permitan comprender un problema en su contexto y en consecuencia determinará la elección de la estrategia más adecuada para su resolución.

Así mismo, respecto a la misma capacidad se manifiesta el Ministerio de Educación (2016) como “expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que se establece entre ellos; usando lenguaje numérico y diversas representaciones; así como leer sus representaciones e información con contenido numérico” (p.149). Tomando en consideración lo planteado por el MINEDU se puede concretizar que para comunicar el cómo el estudiante comprende un problema necesita usar un lenguaje matemático acorde a lo planteado y comprender por qué ocurren las relaciones existentes entre los términos dentro del problema.

Además, en esta capacidad se debe ser capaz de comunicar lo que se comprende de la resolución hecha por otros estudiantes, como lo deja especificado la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006):

Comporta comprender y saber expresar de forma oral y escrita cuestiones matemáticas que abarquen la reproducción de nombres y propiedades básicas de objetos familiares, o la explicación de cálculos y sus resultados (normalmente más de una manera), hasta la explicación de cuestiones que comporten relaciones complejas, incluidas las relaciones lógicas. Implica asimismo comprender los asertos escritos y orales de terceros sobre esas mismas cuestiones. (p. 109)

Como se aprecia, involucrarse en la manera en que se ha resuelto problemas ajenos a los nuestros, forma parte de esta capacidad y lleva al estudiante a ser más hábil al momento de elegir una estrategia de solución.

Respecto a la relación entre el aprendizaje de la matemática y la comprensión Cabanne (2006) nos dice:

Los conceptos matemáticos se aprenden en forma progresiva, evolucionan, crecen, se desarrollan y amplían en cada período del aprendizaje, la enseñanza de la matemática no debe ser del tipo “aplicación de recetas”, ni limitarse a superar destrezas operativas, sino que debe apuntar a la comprensión de los principios y conceptos básicos, aunque sea de forma intuitiva, para luego llegar a formas más abstractas y prevenir el aprendizaje memorístico. (p. 24)

Es decir, los conceptos matemáticos no es algo acabado y como tal no se puede asimilar todo en una sola clase, necesita ir paso a paso, dirigido en un primero momento, a la comprensión de los mismos.

### **D.3. Uso de estrategias y procedimientos.**

Luego de entender, plantear y transformar al lenguaje matemático un problema, se necesita resolverlo y para ello, el estudiante, elige la estrategia o procedimiento más adecuado, que en palabras del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013) se define como:

Conjunto de procesos de control fundamentales que guían al individuo para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente. Esta destreza se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia cuyo fin es

utilizar las matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto. (p.16).

Se entiende, entonces que, dentro del vasto conjunto de estrategias para resolver problemas, el estudiante debe elegir cuál de ellas es la que se adapta mejor y permita llegar a la respuesta de manera eficaz y rápida.

Se complementa la definición del Ministerio de Educación (2016) que la conceptualiza como “Seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, estimación, aproximación y medición, comparar cantidades; y emplear diversos recursos” (p.149). Además de elegir entre lo ya establecido el estudiante se encuentra en la capacidad de crear sus propios procedimientos si lo cree conveniente complementando a lo que ya conoce.

#### **D.4. Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.**

Argumentar requiere ser capaz de afirmar categóricamente y justificar el cómo se han resuelto los problemas que se le han presentado o los que se les podrían exponer a futuro, al respecto el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013) aporta:

Esta capacidad implica procesos de pensamiento arraigados de forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas. (p. 16)

Tomando en cuenta la definición planteada, argumentar requiere de un nivel más elevado de conocimiento respecto a un determinado tipo de problema ya que involucra procesos que permitan plantear, justificar y predecir posibles soluciones a otros problemas similares que se presenten.

A ello se suma lo que el Ministerio de Educación (2016) entiende al respecto de esta capacidad:

Es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a

partir de casos particulares; así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos. (p.149)

Argumentar no solo defender lo que ya está resuelto o por resolver si no que también implica poner en práctica el método inductivo para establecer propiedades en función a la resolución de problemas individuales y que luego se apliquen a futuro.

Acerca de la argumentación la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006) subraya:

Argumentar matemáticamente implica llevar a cabo razonamientos matemáticos sencillos, entre los que se incluye la distinción entre las pruebas, proceso de probación y otras formas de argumentación y razonamiento de mayor amplitud; seguir, evaluar y elaborar diversos tipos de cadenas de argumentación matemática; y utilizar la heurística. (p.109)

A lo dicho anteriormente, se agrega el método heurístico cuya finalidad es aumentar lo que ya se conoce, en base a interrogantes que se plantea a uno mismo, el estudiante, en esta etapa, se presiona a crecer cognitivamente cuestionando lo que sabe, ¿cómo lo sabe y para que lo sabe?

## **2.1.5. Lenguaje Matemático**

### **A. Lenguaje y Desarrollo**

Lenguaje y desarrollo van de la mano, la creación de un concepto obliga a que exista desarrollo en el individuo. Baquero (1997) afirma “El desarrollo de un concepto, de un significado ligado a una palabra, no culmina con el aprendizaje de la palabra, en verdad, sólo comienza allí” (p.78). El darle una representación a un concepto permite abrir conexiones en nuestro cerebro que originan una reacción en cadena que lleva a subir a un nivel superior.

El lenguaje es parte de todas las funciones que realiza el hombre. Vygotsky (1978) resalta que “el lenguaje no sólo acompaña a la actividad práctica, sino

que también desempeña un papel específico en su realización” (p.49). El papel que cumple el lenguaje en la actividad práctica es esencial para que se viabilice.

No existe desarrollo en la actividad humana sin lenguaje, el lenguaje impulsa los procesos mentales. Moreno (1997) especifica que la primordial característica resaltante de la regulación de la actividad humana es que dicha regulación sucede con la contraída colaboración del lenguaje. Los procesos mentales superiores se configuran y se originan sobre la base de la actividad lingüística que se dilata en las primeras fases del desarrollo, para después estrecharse más. El lenguaje va de la mano de los procesos que ocurren en nuestro cerebro, permite la interiorización y el subsiguiente funcionamiento de forma idónea de los procesos cognitivos.

El lenguaje, es una actividad social que te permite expresar tu mundo interior y poner tus ideas en práctica como Vygotsky (1979) expresa, el momento más revelador en el curso del desarrollo intelectual, que permite aflorar las formas más puramente humanas de la inteligencia práctica y abstracta, es al converger lenguaje y la actividad práctica, primero el niño el niño domina su entorno con ayuda del lenguaje y luego domina su propia conducta con ello se posibilitan nuevas relaciones con el entorno junto a la organización de la propia conducta y más adelante, el intelecto (pp.47-48). Lo primero que el individuo llega a controlar es el ambiente que lo rodea con ayuda del lenguaje en cualquiera de sus formas y le abre las puertas al mundo que lo rodea.

El niño busca comunicar sus necesidades a quienes le rodean por ser parte de su naturaleza, Vygotsky (1964) nos dice que “en el lenguaje socializado el niño intenta un intercambio con los demás, ruega, ordena, amenaza, transmite información, hace preguntas” (p.37). El lenguaje juega un papel importante en la socialización del niño y el reconocimiento de su entorno.

Está comprobado que a mayor contacto con lo que te rodea mayor será el aprendizaje del individuo por ello Vygotsky (1964) afirma que “El crecimiento intelectual del niño depende del dominio de los medios sociales del pensamiento, esto es, del lenguaje” (p.79). A mayor dominio del lenguaje mayor será su contacto con su ambiente y crecerá su capacidad intelectual.

La teoría de Vygotsky profundiza el lazo entre lenguaje y pensamiento y como uno influye en el otro, en como la sociedad mediante el lenguaje desarrolla nuestro intelecto. La teoría sociocultural trata de explicar la cercana correspondencia entre lenguaje y mente, se evidencia que el aprendizaje nace del entorno y gracias al lenguaje es que se desarrollan las funciones mentales superiores; el aprendizaje permite la transformación cognitiva y social dentro de un grupo participativo ya que se aprende al observar y ser parte de la acción con la ayuda de mediadores culturales con el afán de llegar a un objetivo (Antón, 2010). El medio le brinda las armas al individuo para que aprenda y transforme a su conveniencia según lo que se haya trazado.

## ***B. Lenguaje y Pensamiento***

La conciencia, sobre el que recae la responsabilidad de discernir, basan su formación en el pensamiento y el lenguaje. Vigotsky (1964) explica que el pensamiento y el lenguaje, reflejan la realidad de diferente forma que la percepción, y son la clave de la naturaleza de la conciencia humana. Las palabras tienen un papel imprescindible en el desarrollo del pensamiento y en el desarrollo histórico de la conciencia en su totalidad. Una palabra engloba un universo de la conciencia humana (p. 123). El uso del lenguaje es determinante para el desarrollo de la conciencia ya que refleja un sinfín de posibilidades referente a un concepto.

No existe transición de lo inter a lo intrapsíquico sin hacer uso del lenguaje ya que es el que permite dar nombre a los elementos que se van a interiorizar sean físicos o no. La importancia de este proceso la explica Siqueira (1997) cuando dice que en el paso de lo inter a lo intrapsíquico, el lenguaje es un proceso fundamental. A medida que el sujeto nombra los objetos a su alrededor, él es

capaz de representarlos mentalmente y de recordarlos aún en ausencia de ellos (p. 83). El lenguaje es la herramienta que permite abstraer lo que nos rodea y permite hacer uso de las cualidades que posee dicha realidad y usarlo en el desarrollo de las funciones mentales.

Lo que acontece en nuestro cerebro, producto de nuestras emociones, se vuelven palpables mediante el lenguaje. Camargo (como se citó en Siqueira 1997) nos lo explica “El lenguaje posibilita que el hombre conviva con los demás hombres lo que pasa a través de su pensamiento y a través del habla del ser humano puede objetivar el pensamiento subjetivo” (p. 83). Mediante el lenguaje la interacción con los otros miembros de la comunidad se hace posible, es el mecanismo social por excelencia.

### ***C. Lenguaje y Abstracción***

La conexión entre lenguaje matemático y abstracción explica cómo se forman los esquemas mentales del estudiante cuando éste trata de explicar cómo realizó una determinada tarea matemática, a ello se suma el aporte que “para facilitar la formación de conceptos matemáticos más abstractos es necesario intensificar los ejercicios de abstracción y generalización. Un medio para llegar a este fin consiste en expresar el texto de un problema en términos matemáticos más generalizados” (Leontiev, 1986, p.194). Cuando esta conexión se hace fuerte permite al estudiante escalar estadios más avanzados.

Se puede comparar a la matemática como un conjunto de piezas que al unísono forman un concepto que satisface la necesidad que tiene el cerebro de aprender, a decir de Devlin (2002) “Las matemáticas viven y palpitan en la mente del lector al estilo de una sinfonía abstracta” (p. 16). La abstracción es la peculiaridad que posee las matemáticas y que permiten al cerebro desarrollarse.

No existe significado matemático sin su correspondiente significante, al respecto Devlin (2002) agrega “El reconocimiento de conceptos abstractos y el

desarrollo de un lenguaje apropiado para representarlos son en realidad los dos lados de una misma moneda” (p. 18). Lenguaje y abstracción van de la mano cuando se trata de formar conceptos matemáticos en nuestro cerebro.

Los entes abstractos, propios del mundo matemático, se manifiestan mediante el lenguaje que le concede a cada ente un símbolo, Devlin (2002) pone de manifiesto que ya que ninguna de las entidades que forman el sustrato de las matemáticas existe en el mundo físico, son entidades puras abstractas que existen solo en la mente colectiva de la humanidad. La demostración matemática y la naturaleza de indefinida permanencia de la verdad son reflejo de las estructuras de la mente matemática en el hombre y en el mundo físico (p. 20). La seguridad de que existen estructuras que no se pueden apreciar en el mundo físico, pero están presentes en nuestra mente, es una característica propia de aquel que tiene una mente entrenada en el campo matemático.

Las matemáticas tienen su propia estructura, construcción y reglas de formación al igual que un idioma, esto la convierte en un campo que usa su propia lengua según Pimm (1990), al leer las matemáticas escritas en voz alta, incluyendo el trabajo mediante símbolos, en cualquier idioma que contenga un registro matemático lo bastante desarrollado. En otras palabras, las matemáticas escritas con símbolos pueden expresarse a través de muchos lenguajes naturales (p.25). Existen muchas formas de expresar lo mismo en el campo matemático, todas fluyen de forma natural mediante el uso de símbolos.

Las construcciones matemáticas se pueden expresar de manera oral haciendo más su fácil su comprensión y la resolución de situaciones problemáticas, Pimm (1990) también agrega que “Muchos algoritmos algebraicos están codificados de manera verbal en términos de preceptos concisos relativos a la forma superficial, o sea, operando sólo en el nivel sintáctico de los símbolos” (p.47). En matemáticas, muchas de las operaciones ocurren en el plano abstracto, sin ser llevados al mundo físico.

Aunque se sabe que la mayoría de lo que se estudia en matemática queda en el plano abstracto, también es posible llevarlo al plano físico operando las representaciones que se les da a cada ente algebraico, Pimm (1990) nos expresa que muchos de los errores en álgebra ocurren precisamente porque se la enfoca de forma abstracta y manipula símbolos, sin tomar en cuenta a los posibles significados (p.47). Un gran error es hacer uso solo de símbolos para explicar el cómo se llega a una conclusión matemática cuando estos símbolos pueden tener su correspondiente encarnación en el mundo real.

La deficiencia en el aprendizaje de las matemáticas es porque no le damos una representación palpable de los símbolos usados, en palabras de Cofré y Tapia (2003) “Un tema matemático enseñado en abstracto es fácil de olvidar; en cambio, si el mismo se enseña insistiendo adecuadamente en sus aplicaciones será mejor valorizado y comprendido” (p. 20). Para lograr un aprendizaje significativo es recomendable aplicar los conocimientos dentro del mundo que el estudiante conoce.

Se logra la plenitud en el desarrollo intelectual cuando se unen el lenguaje y la inteligencia abstracta junto con la práctica. En palabras de Vygotsky (1979) “El momento más significativo en el curso del desarrollo intelectual, que da a luz las formas más puramente humanas de la inteligencia práctica y abstracta, es cuando el lenguaje y la actividad práctica, dos líneas de desarrollo antes completamente independientes, convergen” (p. 47). Lo que nos convierte en humanos nace de la interacción del lenguaje y la práctica que origina que nuestro cerebro adquiera la facultad de abstraer lo que nos lleva a la cumbre de la inteligencia.

#### ***D. Lenguaje Matemático***

El lenguaje matemático es considerado primordial al momento en que los estudiantes forman nociones de valor en su cerebro. Leontiev (1986) afirma “las palabras son estímulos multiformes; la misma palabra puede estar ligada en un problema con cierta operación aritmética, y en otro problema, con una

operación distinta” (p. 193). Si un estudiante se acostumbra a relacionar una palabra con una determinada operación siempre, entonces, estará cometiendo errores.

Los símbolos se usan plasmar conceptos que tenemos en nuestro cerebro. “Los símbolos de una página son solamente una representación de las matemáticas. Cuando son leídas por un intérprete competente (en este caso alguien formado en matemáticas), los símbolos de la página impresa cobran vida” (Devlin, 2002, p. 16). Cobra gran importancia que para entender los símbolos matemáticos exista una persona que sepa interpretar dichos símbolos de forma que nos sea familiar.

Durante nuestra etapa escolar, el mundo matemático está repleto de símbolos que permiten ser manipulados con la finalidad de obtener respuestas a interrogantes que nos plantea el docente a ello, Alcalá (2002) agrega el universo matemático escolar se materializa en signos que están formados por términos específicos y expresiones verbales propias como número, decena, cuatro, etc. A ello se suman los signos como notaciones y expresiones simbólicas organizadas (p.8). Los símbolos matemáticos se unen para formar expresiones más complejas que representan situaciones más intrincadas llamadas a resolver.

Todos los símbolos que se representan sobre un papel tienen su propio sonido y forma de articular al momento de ser llevado al plano sonoro y se ve influenciado por el ambiente, a lo que Pimm (1990) agrega que el canal oral, en clases de matemáticas de enseñanza secundaria, se le usa como medio de comunicación de forma rígida lo que lleva a la dificultad de entender la matemática debido al ambiente en el que se desarrollan las clases (p. 18). No siempre un ambiente pacífico es el apropiado para aprender matemática ya que lo torna aburrido, es importante crear un espacio más activo de tal forma que el estudiante sienta que no pierde el tiempo.

Por su propia naturaleza abstracta, las matemáticas tienen su propio lenguaje con sus propias palabras, al respecto Pimm (1990) agrega además que “El discurso matemático incluye términos especializados y significados distintos de los habituales en el habla cotidiana” (p. 32). Existe diferencias notables entre locuciones matemáticas y las de uso diario.

Cada expresión matemática tiene su propio significado independiente de los otros términos que rodean la exposición como lo enuncia Pimm (1990) al expresar que cada elemento mantiene su independencia del resto de la exposición y discusión debido a su propia significación. éste es uno de los grandes retos al que se enfrentan los profesores de matemáticas al tratar de explicar el significado de cada término matemático (p.61). El docente tiene la obligación de dar a conocer la independencia de cada expresión matemática al mismo tiempo que hacer notar que todas las expresiones en su conjunto construyen una situación problemática llamada a ser solucionada.

El uso del lenguaje matemático facilita el proceso de aprehensión ya que activa la memoria, en palabras de Lee (2010) “Expresar sus ideas les ayuda a recordar con qué han trabajado, y les permite utilizar y dominar los conocimientos que han adquirido. Aprenden conceptos matemáticos y cuando expresan sus ideas se consideran capaces de resolver problemas matemáticos” (p. 22). El enunciar sus propios conceptos respecto a temas matemáticos los hace más fácil de aprender.

El hacer uso de un lenguaje matemático hace más fácil la resolución de un problema porque el alumno entiende lo que lee y lo puede plasmar, Lee (2010) enuncia que cuando los alumnos participan de un discurso matemático pueden realizar trabajos más difíciles, les permite entender y confiar en lo que hacen. Saben que han comprendido los conceptos y están preparados para utilizar esas ideas para solucionar problemas que suponen un reto para ellos. (p.24). Los estudiantes adquieren más confianza cuando comprenden como están aprendiendo y tienen una idea de cómo resolver un determinado problema matemático gracias al uso del lenguaje matemático.

Es importante que el estudiante sepa utilizar correctamente los términos matemáticos para cada símbolo, en palabras de Pimm (1990) “Una parte del aprendizaje para aprender a hablar como un matemático, es ser capaz de utilizar el lenguaje tanto para recordar y controlar las imágenes matemáticas personales, como de transmitir las a los demás” (p.40). Mientras mejor dominemos el lenguaje matemático tanto mejor será nuestro aprendizaje y se podrán transferir más fácilmente los conocimientos de un estudiante a otro.

En términos matemáticos se utilizan expresiones que asemejan grandes algoritmos o igualdades entre entes matemáticos, con respecto a esta relación Lee (2010) aporta que “la metáfora aparece en todos los niveles del discurso matemático: las funciones obedecen ciertas reglas, una función es una máquina y una ecuación es una equidad. Estas metáforas son útiles en el desarrollo de conceptos matemáticos” (p. 42). Las metáforas matemáticas han sido creadas para facilitar el entendimiento de ideas matemáticas complejas haciéndolas más descifrables.

Cada palabra guarda un significado y esto es importante al momento de dar lectura a una situación problemática que involucre términos matemáticos, sobre dicha importancia Lee (2010) agrega “El vocabulario correcto es muy importante debido al poder de las palabras del registro matemático, que es lo que permite al alumno traer a la memoria, utilizar, transformar y dominar las ideas matemáticas para solucionar problemas” (p. 43). El solucionar problemas tiene como principio fundamental el entender de que se está hablando y para eso es indispensable la correcta traducción que se hace de los términos matemáticos.

#### **2.1.6. Zona de Desarrollo Próximo y el Lenguaje Matemático**

La matemática se ubica en las zonas de las funciones mentales superiores debido a su propiedad de abstracción como lo expresa Tulviste citado por Venet y Correa (2014) la zona de desarrollo próximo es el lugar

de desarrollo de las funciones mentales superiores, que surgen por el contacto con la colectividad mediante la colaboración con otras personas y de experiencias sociales, el lenguaje constituye la herramienta principal de mediación en estas últimas (p. 9). El lenguaje es el puente entre lo que nos rodea y las funciones internas para que éstas se desarrollen y evolucionen a un estadio más avanzado.

Las matemáticas se encuentran inmersas en todos los planos de nuestra vida, están presentes en todo lo que hacemos y nos rodea, Devlin (2002) manifiesta que hay pocos aspectos de nuestras vidas que no estén afectados por las matemáticas, debido a que las estructuras abstractas son la esencia primaria del pensamiento, de la comunicación, del cálculo, de la sociedad y de la propia vida (p. 20). El quehacer cotidiano se desprende de lo que planificamos en nuestro cerebro y dicha planificación no sería posible sin haber ejercitado antes con ejercicios de abstracción y razonamiento.

La representación de las matemáticas mediante símbolos es fundamental para su entendimiento. Respecto al tema Pimm (1990) expresa que “Entre las matemáticas y el lenguaje escrito hay una relación especial: el razonamiento matemático depende de abreviaturas y símbolos y, para su desarrollo, hace falta utilizar la notación escrita, sin que pueda transferirse con facilidad el lenguaje hablado” (p. 13). El conflicto cognitivo que se produce, al trasladar lo que tenemos en la mente a un papel, es lo que hace que nuestro cerebro se desarrolle y evolucionemos.

Al usar un lenguaje matemático hay que tener presente siempre que es lo que se quiere dar a entender, para que usamos tal o cual término y cuál es el propósito de una situación problemática en particular por lo cual se hizo del lenguaje matemático, Pimm (1990) nos dice que es importante utilizar el lenguaje controlado para poder indicar lo que se pretende, esto podría lograr que los alumnos se hagan más conscientes de que la comunicación sobre las ideas y percepciones matemáticas En particular, para los alumnos rápidos y ágiles en los cálculos, esta tarea, un tanto desafiante, puede servir de

recordatorio de que no todas las matemáticas son fáciles de convertir en rutina, y que ese esfuerzo es adecuado, valioso y reconocido. (p. 69). Hacer uso de términos no convencionales, fuera del uso cotidiano, se convierte en un reto para aquellos estudiantes que manejan con fluidez conceptos matemáticos.

Al principio puede resultar difícil hablar utilizando un lenguaje matemático, pero a medida que se familiaricen se hace más sencillo entender ejercicios que involucren su traducción a lenguaje ordinario a lo que Lee (2010) acota que utilizar el lenguaje matemático puede ser una valla en el aprendizaje de los alumnos ya que necesita de códigos específicos y necesarios para expresar los conceptos matemáticos. Para que los alumnos expresen sus ideas matemáticas necesita ayuda de los profesores ya que para muchos de los alumnos aprender a expresar los conceptos matemáticos es similar a aprender a hablar una lengua extranjera (p.19). Como las matemáticas tiene su propio lenguaje, al alumno le demanda esfuerzo aprender y hacer suyo los términos nuevos, acarreado un enfrentamiento entre lo que ya conoce y lo que está asimilando.

Para que un determinado tema llegue al colectivo es necesario que todos compartan el mismo lenguaje, que comprendan los símbolos que se usan para representar situaciones matemáticas y por ello Lee (2010) manifiesta que estar implicados en el discurso matemático significa asignar un significado a las palabras y frases que se manejan dentro del grupo. Al participar todos en una clase, todos comparten las definiciones que se generan. Por ello participar en una misma conversación permite que los alumnos expresan sus propias ideas, así como escuchar y reflexionar sobre los conceptos expresados por otros (p. 22). La discusión en el pleno permite acentuar los significados que se quieren transmitir en el plano matemático, no solo escuchan si no también comparten sus opiniones respecto a lo que los compañeros entienden sobre un mismo punto, así complementan lo que ya conocen y despejan cualquier duda que tengan al respecto.

El estudiante que participa activamente en la construcción de sus conocimientos se siente más seguro de lo que aprende y satisfecho en cuanto su desarrollo, Lee (2010) al hablar del proceso que les da confianza y seguridad asevera que cuando se involucran en el proceso de aprendizaje son más responsables y eficaces, y por ende tendrán mayor éxito y para ello deben ser capaces de expresar sus ideas, debatir y dialogar entre ellos; es decir, ser capaces de utilizar un lenguaje matemático (p. 23). Todo aquel que es parte del proceso de aprendizaje debe tener la capacidad de explicar en términos matemáticos lo que piensa a sus compañeros.

### **2.1.7. Zona de Desarrollo Próximo y el Aprendizaje de la Matemática**

El logro de los objetivos dependerá de determinar hasta donde puede un estudiante lograr sus alcances siempre tomando en cuenta las características de su zona de desarrollo próximo. González, Rodríguez y Hernández (2011) nos dicen que “Para dirigir científicamente el desarrollo integral de la personalidad (que se considera el fin del proceso pedagógico), es imprescindible contemplar hasta dónde puede llegar el estudiante con ayuda de otros, o lo que es lo mismo, la zona de desarrollo próximo de éste” (p.4). Aprender bajo los términos de la zona de desarrollo próximo nos permite tener una guía de a dónde queremos llegar y cómo lo haremos.

La importancia del estudio de la zona de desarrollo próximo es precisamente porque en esta zona se encuentran todos los procesos que involucran el aprendizaje, al respecto Coll (1990) nos manifiesta que el aprendizaje escolar se ubica en esta zona (zona de desarrollo próximo) determinado por lo que un el niño es capaz de hacer o conocer con la ayuda del adulto, con el aprendizaje logra hacerlo o conocerlo por sí solo (p.124). El logro definitivo de lo que queremos que haga el estudiante está referido a que resuelva sus actividades por sí mismo.

Podemos entender que el aprendizaje es el punto de partida de aquella área en la que se encuentra los procesos que permitirá un nuevo aprendizaje

como lo enuncia Vygotsky (1979), el rasgo esencial del aprendizaje es que origina el área de desarrollo potencial permite nacer, estimular y activar en el niño los procesos internos de desarrollo dentro del ámbito de las interrelaciones con otros que son asimilados internamente durante el desarrollo y se convierten en adquisiciones internas del niño , con el proceso de aprendizaje se activan nuevos procesos que necesitan del aprendizaje para existir (p. 37). Solo el aprendizaje estimula operaciones mentales y conductuales que conllevan alcanzar un nivel superior dentro de los esquemas mentales.

Para que exista un estímulo significativo que permita el conflicto cognitivo es necesario que las actividades que se planteen estén diseñadas de menor a mayor complejidad. En la zona de desarrollo próximo se localiza la contradicción principal del proceso pedagógico. Para desarrollar la zona de desarrollo próximo las asignaciones deben complicarse cada vez más complejas-aunque no en demasía-, para impulsar el desarrollo de las funciones psicológicas que están floreciendo. De esta forma se acciona el aprendizaje, ya que se le conmina al alumno a estimular sus talentos personales para cumplir con las tareas propuestas por el docente. De esta forma, se intensifica la relación entre el nivel de demanda de la situación de aprendizaje y el nivel de desarrollo adquirido por el estudiante (González, Rodríguez y Hernández, 2011). Toda situación que origine una pugna entre lo conocido y lo que se quiere aprehender lleva a un proceso de aprendizaje, es lo que permite al estudiante avanzar de un nivel a otro.

La zona de desarrollo próximo se activa al contacto con otros pares los que le proveen al estudiante las armas para dar impulso al conflicto cognitivo necesario, la enseñanza se caracteriza por crear la zona de desarrollo próximo, al despertar en el niño procesos internos del desarrollo que solo son posibles en cuanto su interrelación con los compañeros, pero que, luego de evolucionar y desarrollarse, se convierten en logros internos niño, sin bien es cierto, la enseñanza no es el desarrollo, también es verdad que una enseñanza correctamente organizada permite el desarrollo mental infantil, que

sin dicha organización no sería posible la serie de procesos de desarrollo permiten el aprendizaje. (Vygotsky, 1979, p.161). La planificación de una sesión logra el detonante para un conjunto de actividades que llevan a la fijación de operaciones en el estudiante, de otra manera esto no sería posible.

Existe una conexión entre los actores internos de la comunidad educativa y los miembros de la sociedad en donde se enmarca ésta, sin que haya una planificación, estos elementos se integran en un aprendizaje guiado ya que todos aportan sus propias peculiaridades al momento de entrar en contacto con el estudiante lo que es respaldado por Rogoff (1993) cuando amplió el concepto de zona de desarrollo próximo resaltando, por una parte, la interrelación que existe entre el niño, sus cuidadores y otros compañeros y, por otra parte, la importancia de la interacción social, implícita y distante como explícita y cara a cara, en situaciones guiadas, el rápido desarrollo del niño dentro de la sociedad es debido a la participación guiada del niño de manera constante (p. 40). La constante actividad respecto a un tema permite al niño el aprendizaje de dicho tema dentro de un grupo humano lo que se le llama también aprendizaje guiado.

Guiar la enseñanza de otro individuo involucra retar sus conocimientos y habilidades en la búsqueda de nuevas metas cognoscitivas a la par que conductuales como Rogoff (1993) explica en la participación guiada que implica a los adultos o a otros niños que permite desafiar, estimular y apoyar al niño durante todo el proceso de plantear y resolver problemas, mediante la organización material de las actividades y responsabilidades del niño en la tarea, mediante la comunicación interpersonal, donde el niño observa y participa, de forma cómoda y desafiante (p. 42). El ambiente en el que se desarrolla el estudiante es esencial en su preparación, un ambiente en el que se sienta retado y a la vez estimulado permitirá que el alumno rompa sus límites y avance a un nivel mayor.

La relación entre alumno y adulto es lo que se conoce como interpsicológico, Wertsch (1988) agrega respecto a la combinación del comportamiento del niño con la respuesta del adulto que transforma dicho comportamiento no comunicativo en un signo del plano interpsicológico. Con el tiempo el niño controlará mejor, en forma voluntaria, en el plano intrapsicológico sobre lo que anteriormente había existido en la interacción social (p.81). El dominar el plano intrapsicológico es una de las características de aquellos que han logrado sobrepasar su zona de desarrollo próximo y alcanzaron su nivel de desarrollo potencial.

Sin participación e interacción no hay aprendizaje, lo aclara González, Rodríguez y Hernández (2011) cuando nos recalca que “aprender es un proceso de participación, interacción y colaboración, mediante la actividad y comunicación con los otros” (p.4). Los procesos involucrados en el aprendizaje tienen que ver con la comunicación la cual permite transmitir lo aprendido y aquello que se quiera aprender.

Es importante que el docente conozca en que consiste la zona de desarrollo próximo para que sepa que puede enseñar y hasta dónde puede llegar el estudiante, González, Rodríguez y Hernández (2011) hacen hincapié en que la zona de desarrollo próximo permite al profesor orientarse respecto a lo que el estudiante puede realizar de forma autónoma, junto a lo que puede hacer con su dirección y ayuda, con lo que puede comprender, predecir y conducir el desarrollo de los educandos (p.7). El conocimiento de dicha zona permite al docente tener el total control de las actividades a realizar con el estudiante.

El niño aprende a ser dirigido y a controlar sus emociones con responsabilidad gracias al contacto con los adultos, a propósito de dicha interacción social, el niño consigue regular sus procesos cognitivos obedeciendo indicaciones y directrices propuestas por los adultos, ocasionando el proceso de interiorización por el cual lo que puede hacer o

conocer al inicio con la ayuda de los adultos (regulación interpsicológica) se transforma paulatinamente en algo que puede hacer o conocer por sí mismo (Coll, 1990). La interacción con lo que lo rodea, permite al estudiante progresar en todos los aspectos, regulando sus funciones mentales superiores y sus actividades interpsicológicas.

En el aprendizaje influyen los agentes afectivos, los cuales determinan que tan arraigados quedarán en el cerebro los conocimientos que se transmiten. Los productos afectivos, derivados de la metacognición y de la dimensión afectiva del sujeto, definen el carácter del aprendizaje, a finales de los 80s es que recién gran parte de la investigación en Didáctica de las matemáticas sobre procesos de aprendizaje comienzan a centrarse en estos aspectos, a los que se agrega otra variable importante: el contexto sociocultural. Este nuevo enfoque pone de manifiesto el papel esencial que la dimensión afectiva juega en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Gómez, 2000). El plano afectivo, dentro del marco de la zona de desarrollo próximo, lo constituyen la relación entre pares, el ser humano desde el momento que tiene contacto con sus semejantes genera situaciones afectivas los que repercuten en la calidad del aprendizaje.

Se debe tomar en cuenta que el contacto con otros individuos trae consigo la transmisión de valores propios de la sociedad en la que se desarrollan, en palabras de Gómez (2000) "Destaca la necesidad de considerar en el proceso emocional la transmisión de valores culturales y concepciones sobre la matemática que hace el entorno próximo al estudiante" (p. 39). Toda sociedad trae consigo una definición propia de lo que significa la matemática nacida de su experiencia con el área, esta idea se transmite a las generaciones que se desarrollan dentro del mismo entorno.

La confianza en uno mismo, el autoconocimiento tiene una gran influencia en el aprendizaje de la matemática, la zona de desarrollo próximo facilita que dicha cualidad se incremente al involucrar a otros estudiantes en el proceso de aprendizaje, Cofré y Tapia (2003) ponen énfasis en que los psicólogos y

educadores matemáticos están convencidos de que lo que una persona sabe de lo que es capaz de hacer en materia matemática permite controlar y regular su propia conducta mientras realiza tareas matemáticas, puede influir poderosamente en el propio desempeño de la disciplina (p. 22). La conducta es el resultado de factores entre los cuales la seguridad de saber aquello de lo que somos capaces en materia matemática determina cual será nuestra actitud frente a la mencionada ciencia.

Estar en contacto con alguien que maneja los términos matemáticos se ve afectado y en poco tiempo pone de manifiesto nuevos aspectos en el campo matemático que antes no poseía. Al respecto Lee (2010) resalta que “cuando se ayudan mutuamente para aprender conceptos matemáticos, adoptan de forma natural la identidad de alguien que conoce la materia” (p. 23). La zona de desarrollo próximo permite la adopción de características de alguien que maneja algoritmos y expresiones matemáticas al considerar que se involucre en el proceso de aprendizaje a otro estudiante.

Para lograr que el aprendizaje sea exitoso se debe asegurar que lo enseñado se sitúe en la zona de desarrollo próximo, al respecto Beltrán y Bueno (1996) nos aclaran que “la enseñanza eficaz será aquella que desarrolle el aprendizaje situándolo en la zona de desarrollo potencial (próximo); esta enseñanza será facilitadora de los procesos de maduración, no solo de los simples contenidos” (p. 77). Ubicar el contenido a enseñar en dicha zona asegura el éxito en la interiorización de aquello que se quiere enseñar y a la vez permitirá que el estudiante madure en lo que respecta a su desarrollo.

## **Marco Conceptual**

### **2.2.1. Zona de Desarrollo Próximo**

La zona de desarrollo próximo no es otra que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Vygotsky, 1978, p.133).

### **2.2.2. Zona de Desarrollo Real**

El nivel de desarrollo potencial está determinado a través de la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Vygotsky, 1978, p. 133)

### **2.2.3. Pensamiento**

Es el producto superior de la materia dotada de una organización especial, el cerebro; proceso activo en el que el mundo objetivo se refleja en conceptos, juicios, teoría, etc. (Rosental y Iudin, 1985, p.355)

### **2.2.4. Lenguaje**

Sistema de señales de cualquier naturaleza física que cumple una función cognoscitiva y una función comunicativa (de relación) en el proceso de la actividad humana. (Rosental y Iudin, 1985, p.265)

### **2.2.5. Abstracción**

La abstracción es un proceso mental que consiste en realzar los detalles relevantes, es decir, los que nos interesan en un momento sobre el objeto de estudio, mientras se ignoran los detalles irrelevantes. (Garrido y Fernández, 2006, p.28).

### **2.2.6. Lenguaje Matemático**

El lenguaje matemático es el conjunto de símbolos propios y estructuras de presentación que contribuyen a la perfecta comprensión de esta materia. (Díaz, Palomino y Primero, 2009, p. 34)

### **2.2.7. Aprendizaje Matemático.**

El aprendizaje de la matemática es una continua acción mental, donde el estudiante desarrolla diversas habilidades y utiliza diferentes estrategias con el fin de descubrir el conocimiento matemático. (Gutiérrez, 2009, p.4)

### **2.2.8. Mediación**

Es una actividad que genera procesos mentales superiores con una intervención socialmente significativa. La fuente de la mediación reside ya sea en una herramienta material, en un sistema de símbolos o en la conducta de otro ser humano. (Kozulin, 1990, p. 115)

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO METODOLÓGICO**

### **3.1. Hipótesis central de la investigación**

Si se aplica la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky entonces aumentará significativamente el nivel de Aprendizaje de la Matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.

### **3.2. Variables e indicadores de la investigación**

#### ***3.2.1. Variable independiente***

##### **Zona de Desarrollo Próximo**

##### **Definición conceptual**

La distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Vygotsky, 1978, p. 133)

#### ***3.2.2. Variable dependiente***

##### **Aprendizaje de la Matemática**

##### **Definición conceptual**

El aprendizaje de la matemática es una continua acción mental, donde el estudiante desarrolla diversas habilidades y utiliza diferentes estrategias con el fin de descubrir el conocimiento matemático. (Gutiérrez, 2009, p.4)

### 3.2.3. Definición operacional

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
INDEPENDIENTE Zona de Desarrollo Próximo	Mediación	Interactúa con los agentes que participan en el proceso enseñanza-aprendizaje.
	Internalización	Ensambla conocimientos previos con la nueva información que se le brinda.
	Lenguaje	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.
DEPENDIENTE Aprendizaje de la Matemática	Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.</li> <li>• Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.</li> </ul>
	Comunicación de su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa el significado de la regla de formación o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas</li> </ul>
	Uso de estrategias y procedimientos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la solución de una ecuación.</li> </ul>
	Argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.</li> <li>• Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.</li> </ul>

### **3.3. Métodos de la investigación**

#### **3.3.1. Tipo de Investigación**

- **Por su enfoque, es cuantitativa** porque se quiere comprobar resultados medibles y cuantificables.
- **Por su diseño, pre experimental** porque reproducimos el hecho educativo en un solo grupo con el fin de obtener resultados que corroboren o desestimen la hipótesis planteada.
- **Por su finalidad, es aplicada**, porque se implementan las bases teóricas en una situación práctica a fin de determinar su aporte a la sociedad.
- **Por su alcance, es explicativa**, puesto que explica el fenómeno educativo y el estudio de sus relaciones para conocer los aspectos que intervienen en su dinámica; parte de una situación problema para indagar posibles causas o factores asociados, explicarlas y poder prevenirlas a futuro.

#### **3.3.2. Métodos de Investigación**

**Método Analítico.** Consiste en analizar el fenómeno educativo que se quiere estudiar mediante la experiencia directa, nos permite diagnosticar el problema educativo y formular hipótesis al mismo tiempo que actualizar la información obtenida de manera constante y corregirla de ser necesario, se utilizó para descomponer las variables de estudio en el trabajo de investigación en dimensiones e indicadores, a fin de tener una mayor comprensión del problema estudiado lo cual nos permitió explicar la relación existente entre ambas variables.

**Método Inductivo.** El mencionado método permite partir de premisas particulares para esbozar conclusiones generales, considerando su secuencia metodológica, se utilizó en la observación y registro de hechos, establecer las definiciones claras de cada dimensión con sus respectivos conceptos claves, clasificar la información y formular las premisas iniciales de la investigación.

**Método Hipotético – Deductivo.** Este método de razonamiento parte de lo general a lo particular, es decir, de las leyes o principios a los hechos concretos; se utilizó para formular la hipótesis que nuestra tesis verifica mediante la investigación científica, dar respuestas legítimas a preguntas significativas y predecir futuros comportamientos dentro del hecho educativo así como el llegar a las conclusiones.

**Método experimental.** Consiste en organizar de manera deliberada las condiciones que permitan investigar las relaciones de causa-efecto que se presente dentro de un hecho educativo, se utilizó en la conformación de un grupo experimental al cual se le sometió a la acción de una variable y se contrastaron los resultados del antes y después de aplicada la investigación.

### 3.4. Diseño de investigación

El diseño utilizado es el del pre experimental, el cual implica la medición previa de la variable dependiente en un solo grupo, la aplicación de la variable independiente y la ulterior medición de la variable dependiente para verificar su influencia. El presente diseño utilizado cuyo diagrama es el siguiente

G: O<sub>1</sub> -----X----- O<sub>2</sub>

G: Alumnos de 4to grado de educación secundaria I.E.P. “El Nazareno”

O<sub>1</sub> : Pre test

O<sub>2</sub> : Post test

X: Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky

### 3.5. Población y muestra

#### ***Población***

La población estuvo constituida por los 26 alumnos del 4to grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” aula única.

#### ***Muestra***

La muestra por ser pequeña fue igual que la población constituida por los 26 alumnos del 4to grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”, las edades de los estudiantes oscilan entre 14 y 16 años, entre varones y mujeres, provenientes de familias con niveles económicos de bajo a medio.

**Tabla 1**

***Población y muestra***

<b>Alumnos</b>	<b>Varones</b>	<b>mujeres</b>
26	14	12

*Nota.* Distribución de muestra por género.

### 3.6. Actividades del proceso investigativo

Para recolectar datos referidos a nuestra investigación se tendrá en cuenta los siguientes procedimientos previos y propios de la investigación:

#### **1. Coordinación con dirección**

Esta actividad aseguró la aplicación de la investigación dándole la seriedad y garantía al trabajo.

#### **2. Identificación de la muestra**

Esta acción permitió conocer el grupo humano a quienes se aplicará la investigación de tal manera que posibilitó la confiabilidad de dicha investigación.

#### **3. Elaboración de los instrumentos de acopio de información**

En esta fase se elaboraron los instrumentos a utilizar para recopilar la información, prueba objetiva y guía de observación

#### **4. Validación de instrumentos**

Se validaron los instrumentos a través de juicio de expertos que determinaron la fiabilidad de los mismos.

#### **5. Pilotaje**

A continuación, se aplicó una prueba de pilotaje cuyos resultados fueron enviados al estadístico experto quién dictaminó la confiabilidad respectiva.

#### **6. Aplicación de instrumentos de investigación**

Se aplicaron los instrumentos en el grupo de estudio a efectos de recolectar información acerca del nivel de aprendizajes previos, determinándose el nivel de conocimientos antes de desarrollar la asignatura, así como el seguimiento de la evolución de la Zona de Desarrollo Próximo de cada estudiante. Al término del período académico programado se aplicaron la prueba de salida (post-test) al grupo de estudio para recoger información y verificar los efectos de la aplicación de la variable independiente en relación al rendimiento académico promedio del pre-test, lo que nos sirvió de base de comparación, para observar los efectos desde el inicio de estudio hasta el final de la investigación.

#### **7. Tabulación de resultados**

Se cuantificó y clasificó la información conseguida en esta investigación, la cual se materializó a través del paquete estadístico SPSS22.

#### **8. Elaboración de tablas y gráficos**

Se estructuraron las tablas y gráficos que se encuentran en relación directa con los resultados para tener una visión más amplia de los resultados alcanzados.

#### **9. Medición de la relación entre variables**

Se compararon los resultados de ambas variables para verificar la asertividad de la hipótesis utilizando para ello la técnica estadística prueba de rangos con signo de Wilcoxon.

## **10. Discusión de resultados**

Se hizo la comparación de los resultados obtenidos con la información recogida en la elaboración de la tesis, contrastando los puntos más resaltantes en la investigación con trabajos anteriores e información proporcionada por la bibliografía consultada.

## **11. Conclusiones y sugerencias**

Para finalizar se redactaron las conclusiones a las que se llegó luego de aplicado el trabajo de investigación y las sugerencias respectivas para un mejor logro de resultados.

### **3.7. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.**

Refiriéndose a los instrumentos Mejía (2006) menciona que “Con el nombre genérico de instrumentos de acopio de datos se denomina a todos los instrumentos que pueden servir para medir las variables, recopilar información con respecto a ellas o simplemente observar su comportamiento.”(p.19)

Los instrumentos que pueden medir las características de las variables se denominan tests o pruebas, son los instrumentos que sirven para medir distintas variables conductuales, en especial los resultados del aprendizaje. A través de los datos que proporcionan los instrumentos se trata de obtener información exacta sobre el logro de los aprendizajes y se detectan los éxitos y fracasos.(Mejía, 2006, p.20)

Mejía (2006) menciona que “existen pruebas de medición de los aprendizajes, pruebas de medición de las actitudes u opiniones y pruebas de inventario” (p. 21)

En nuestra investigación utilizamos la prueba de medición de los aprendizajes.

### **3.7.1. La prueba**

Utilizamos la técnica de la prueba. Del Río la define (2013) como “un test elaborado para comprobar y evaluar determinadas actividades de aprendizaje en situaciones concretas” (p.300)

**La prueba objetiva.** Su instrumento es la prueba objetiva, el cual es conceptualizado por Del Río (2013) como “aquel test en las que el estudiante no necesita construir o redactar la respuesta, sino leer la pregunta, pensar la respuesta, identificarla y marcarla; o leer la pregunta, pensar la respuesta y completarla, son pruebas de respuesta breve” (p.310)

En nuestro trabajo el cuestionario adopta la forma de prueba o Test. Aplicaremos un pre test y test post, este instrumento será utilizado para recoger información sobre aprendizaje y lenguaje matemático.

### **3.7.2. La Observación**

Tamayo (2004) la define “Es la utilización de los sentidos para la percepción de hechos o fenómenos que nos rodean o son de interés del investigador. La observación científica se da a partir de la selección deliberada de un fenómeno o aspecto relevante de éste, mediante la utilización del método científico” (p.106).

Del Cid, Méndez y Sandoval (2011) refiriéndose a la observación señalan que “Como su nombre lo indica, esta técnica consiste en acercarse al fenómeno estudiado y ver directamente lo que sucede. Algo imprescindible en esta técnica es que el observador debe pasar desapercibido, de lo contrario es altamente probable que los sujetos de estudio de la investigación modifiquen su comportamiento normal” (p.119).

**Ficha de observación.** El instrumento correspondiente a la observación que utilizamos fue la Ficha de observación, este instrumento será utilizado para hacer un seguimiento sobre la influencia de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática.

Tamayo la conceptualiza de esta manera “Una guía o ficha de observación es formato en el cual se pueden recolectar los datos sistemáticamente y se pueden registrar en forma uniforme, su utilidad consiste en ofrecer una revisión clara y objetiva de los hechos, agrupa los datos según necesidades específicas, se hace respondiendo a la estructura de las variables o elementos del problema” (p. 172).

El valor que tiene esa mencionada guía de observación hace que se haga uso de ella en múltiples sectores y por parte de un elevado número de personas.

### **3.8. Validación y confiabilidad de los instrumentos.**

#### **3.8.1. Validez del instrumento**

Namakforoosh (2005) asigna a la validez de un instrumento como la que se refiere al grado en que la prueba está midiendo, para ello se establece una finalidad que es la puntuación de una prueba escala para lo cual se determinan uno o más criterios externos, esta validez reflejan el éxito de las medidas que se están usando para estimar si existen ciertas relaciones empíricas entre los resultados producidos por el instrumento y otras variables influyentes.

Las herramientas utilizadas fueron sometidas al criterio de tres jueces expertos quienes recomendaron mejoras para optimizar los instrumentos utilizados en la obtención de resultados. Las técnicas que se utilizaron permitieron darle fiabilidad y validez a los resultados hallados.

Dentro de las limitaciones que se podrían presentar a futuro en estudios similares sería la libertad para aplicar la investigación en función de las horas pedagógicas que contempla cada institución educativa para el curso y las estrategias de enseñanza.

Los resultados obtenidos corresponden a la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo en alumnos del cuarto grado de educación secundaria, sin embargo, es aplicable a cualquier grado de educación secundaria en el área de matemática y otras áreas, previo diagnóstico de lo que los estudiantes conocen, un profundo conocimiento de cómo funciona la Zona de Desarrollo Próximo dentro del marco de la teoría del desarrollo de Vigotsky por parte del docente y un estricto

seguimiento de la secuencia didáctica propuesta en esta investigación para el éxito del mismo debido a que la Teoría de Vigotsky no se centra solo en el estudio de la formación de signos matemáticos a través del lenguaje, si no, que estudia las herramientas en general que permiten la formación de conceptos en cualquier campo de estudio.

**Tabla 2**

***Nivel de validez de la prueba – prueba objetiva, según juicio de expertos***

Expertos	Ítems
	Puntaje %
1	100
2	100
3	100
<b>Promedio de valoración</b>	100

*Nota.* Esta tabla muestra la opinión de expertos según porcentaje.

Para determinar el nivel de validez, se aprueba de acuerdo a la siguiente tabla.

**Tabla 3**

***Valores de los niveles de validez***

Valores	Nivel de validez
91 – 100	Excelente
81 – 90	Muy bueno
71 – 80	Bueno
61 – 70	Regular
51 – 60	Deficiente

*Nota.* Esta tabla muestra los niveles de validez que se han considerado para los porcentajes.

Del promedio del resultado de la evaluación de los expertos se obtuvo el valor del 100% para la prueba objetiva que fue utilizada para evaluar los resultados al empezar y finalizar la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática en alumnos del cuarto grado de educación

secundaria. Tomando en cuenta el resultado obtenido y en función de la tabla 3, se afirma que el instrumento tiene una excelente validez de contenido.

**Tabla 4**

***Nivel de validez de la observación – ficha de observación, según juicio de expertos***

	Expertos	Ítems
		Puntaje %
1		100
2		100
3		100
	<b>Promedio de valoración</b>	100

*Nota.* Esta tabla muestra la opinión de expertos según porcentaje.

Para determinar el nivel de validez, se aprueba de acuerdo a la siguiente tabla.

**Tabla 5**

***Valores de los niveles de validez***

Valores	Nivel de validez
91 - 100	Excelente
81 - 90	Muy bueno
71 - 80	Bueno
61 - 70	Regular
51 - 60	Deficiente

*Nota.* Esta tabla los niveles de validez que se han considerado para los porcentajes.

Del promedio del resultado de la evaluación de los expertos se obtuvo el valor del 100% para la ficha de observación que fue utilizada para evaluar el proceso de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en alumnos del cuarto grado de educación secundaria. Tomando en cuenta el resultado obtenido y en función de la tabla 5, se afirma que el instrumento tiene una excelente validez de contenido.

### 3.8.2. Confiabilidad de los instrumentos

La confiabilidad de los instrumentos se realizó mediante el análisis de confiabilidad, se validaron la prueba objetiva y la ficha de observación en forma independiente a través del coeficiente de consistencia interna Alpha de Cronbach.

La fórmula de Alpha de Cronbach:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2} \right]$$

Donde:

$\sum S_i^2$ : Sumatoria de varianzas de los ítems

K: número de ítems

$S_T^2$ : Varianza de la suma de los ítems

$\alpha$  : Coeficiente de Alfa de Cronbach.

Para la prueba objetiva:

**Tabla 6**

#### ***Estadísticos de fiabilidad***

Alpha de Cronbach	Número de elementos
0,830	10

*Nota.* Esta tabla muestra el índice obtenido para la prueba objetiva.

Los resultados obtenidos refieren que existe buena similitud o consistencia interna de los ítems y una aceptable correlación ítem con el total en la variable Aprendizaje de la Matemática, pues el índice de Alfa de Cronbach resultó 0,830. Por lo tanto, indica que existe una alta aceptación del instrumento prueba objetiva.

Para la ficha de observación:

**Tabla 7**

#### ***Estadísticos de fiabilidad***

Alpha de Cronbach	Número de elementos
0,847	8

*Nota.* Esta tabla muestra el índice obtenido para la ficha de observación.

Los resultados obtenidos refieren que existe buena similitud o consistencia interna de los ítems y una aceptable correlación ítem con el total en la variable Zona de Desarrollo Próximo, pues el índice de Alfa de Cronbach resultó 0,847. Por lo tanto, indica que existe una alta aceptación del instrumento ficha de observación.

Los resultados de la presente investigación fueron obtenidos a través de una prueba objetiva cuya fiabilidad es de 0,830 que actuó como pre test y post test así como el seguimiento continuo de cada estudiante mediante una ficha de observación con una fiabilidad de 0,847 quedando registro de todas las actividades realizadas durante las sesiones de aprendizaje por medio de fotografías, tests y las fichas ya mencionadas.

### **3.9. Técnicas de procesamiento y análisis de datos.**

#### **3.9.1. Estadística Descriptiva**

Se hará uso para describir los resultados en base a Tablas de frecuencia y Gráficos de barras, haciendo uso de estadísticos de tendencia central tales como: la media, mediana y moda; así mismo los estadísticos de dispersión como: el valor mínimo, máximo y la desviación estándar.

#### **3.9.2. Estadística Inferencial**

En base a esta estadística se realizará el análisis e interpretación de los resultados descritos con la técnica anterior; para lo cual se empleará la técnica estadística prueba de rangos con signo de Wilcoxon. para verificar la relación existente entre las variables objeto de estudio.

- Se utilizó las siguientes fórmulas estadísticas
- Media Aritmética

$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

- Desviación Estándar

$$S = \sqrt{\frac{\sum f (X - \bar{X})^2}{\sum f}}$$

- Coeficiente de variación

$$Cv = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

- Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

$$Z_p = \frac{R_w - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

- Se utilizó la técnica estadística prueba de rangos con signo de Wilcoxon. de con un nivel de significación de 5% de probabilidad, cuyo fin será determinar si existe o no diferencia significativa en el rendimiento académico promedio, desde el inicio al termino del estudio.

**CAPÍTULO IV**  
**RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

#### 4.1. Resultados

**Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.**

**Tabla 8**

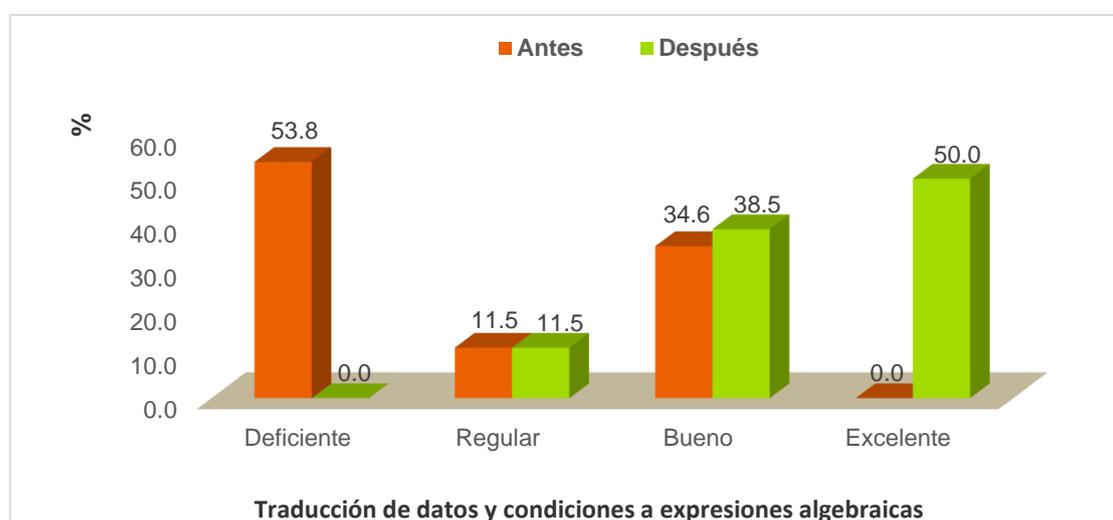
**Resultados en porcentajes antes y después de la aplicación de la Investigación en la primera dimensión.**

Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas		Antes		Después	
		<i>Frecuencia</i>	<i>%</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>%</i>
Deficiente	[00 - 06]	14	53,8	0	0,0
Regular	[07 - 10]	3	11,5	3	11,5
Bueno	[11 – 16]	9	34,6	10	38,5
Excelente	[17 – 20]	0	0,0	13	50,0
TOTAL		<b>26</b>	<b>100,0</b>	<b>26</b>	<b>100,0</b>

*Nota.* elaboración propia basada en prueba objetiva

**Figura 1**

*Nivel de Aprendizaje de la Matemática en la Dimensión Traducción de Datos y Condiciones a Expresiones Algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.*



**Interpretación:** En la tabla 8 y figura 1 se observa que al comparar los resultados del pre test y post test se encontró que luego de aplicar la investigación se logró anular el porcentaje de deficiente de un 0% a un 58,3% que corresponde al nivel de excelente.

**Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.**

**Tabla 9**

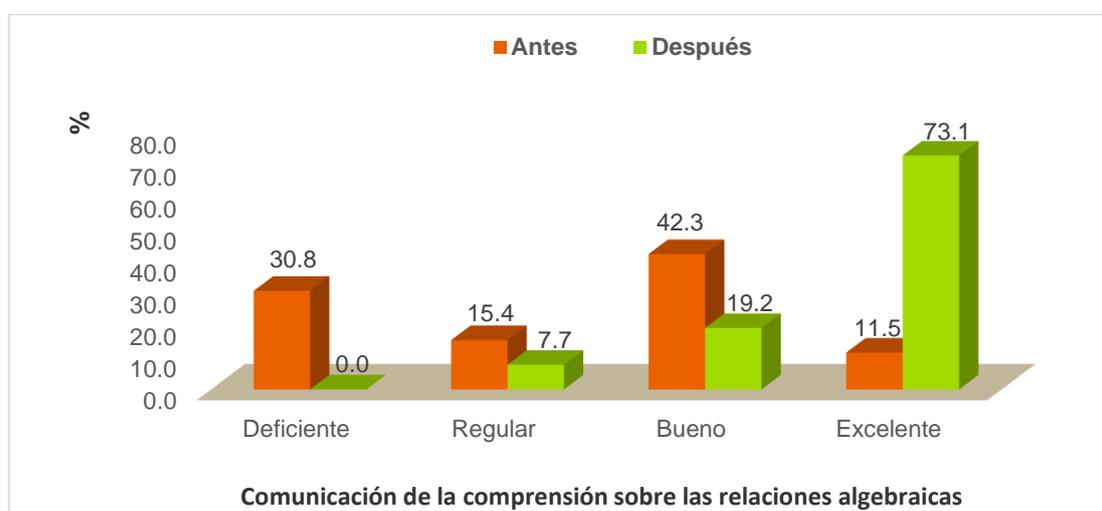
**Resultados en porcentajes antes y después de la aplicación de la Investigación en la segunda dimensión.**

Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas		Antes		Después	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Deficiente	[00 - 06]	8	30,8	0	0,0
Regular	[07 - 10]	4	15,4	2	7,7
Bueno	[11 - 16]	11	42,3	5	19,2
Excelente	[17 - 20]	3	11,5	19	73,1
TOTAL		26	100,0	26	100,0

Nota. elaboración propia basada en prueba objetiva

**Figura 2**

*Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.*



**Interpretación:** En la tabla 9 y figura 2 se aprecia que en la aplicación del pre test, los estudiantes obtuvieron un porcentaje de 30,8% no obstante luego de realizar las sesiones de aprendizaje, se puede visualizar un notable aumento en el nivel de excelente al 73,1% porcentaje recogido luego de la aplicación del post test.

**Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión uso de estrategias y procedimientos, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.**

**Tabla 10**

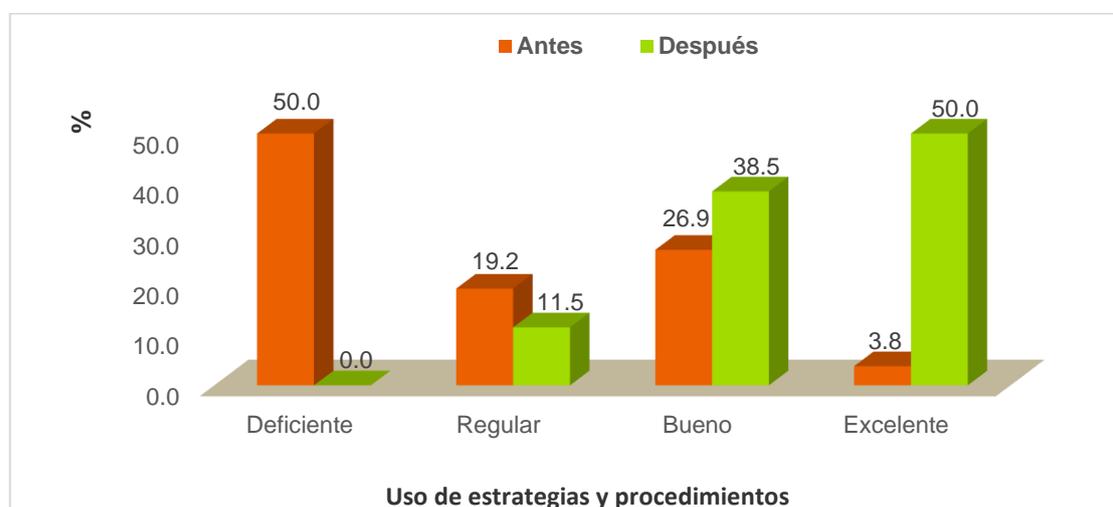
**Resultados en porcentajes antes y después de la aplicación de la Investigación en la tercera dimensión.**

Uso de estrategias y procedimientos		Antes		Después	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Deficiente	[00 - 06]	13	50,0	0	0,0
Regular	[07 - 10]	5	19,2	3	11,5
Bueno	[11 - 16]	7	26,9	10	38,5
Excelente	[17 - 20]	1	3,8	13	50,0
TOTAL		26	100,0	26	100,0

*Nota.* elaboración propia basada en prueba objetiva

**Figura 3**

*Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión uso de estrategias y procedimientos, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.*



**Interpretación:** En la tabla 10 y figura 3 se observa que el nivel de deficiente alcanza un 50% antes de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, resultado obtenido mediante el pre test, luego de las sesiones de aprendizaje los estudiantes alcanzaron un 50% en el nivel de excelente.

**Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.**

**Tabla 11**

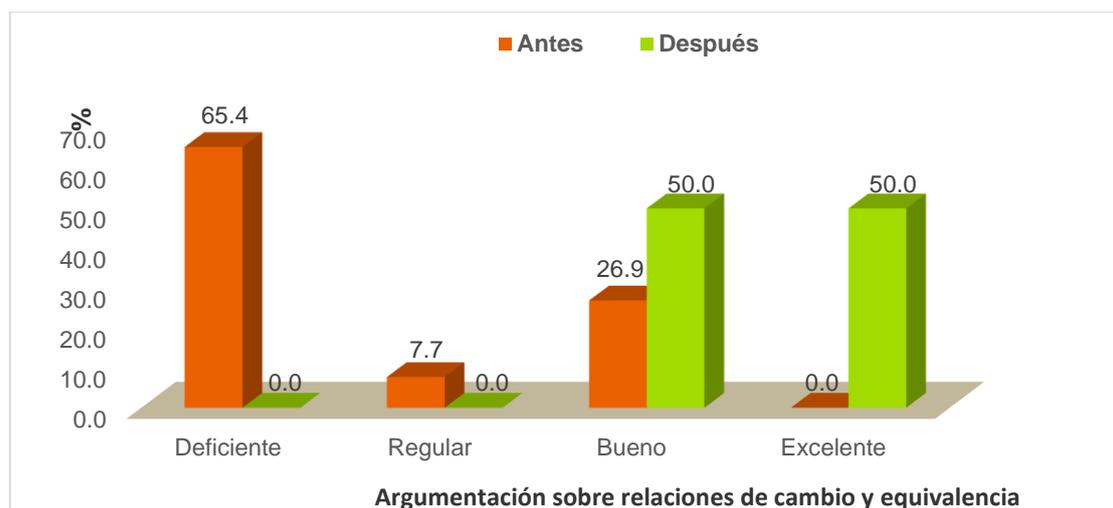
***Resultados en porcentajes antes y después de la aplicación de la Investigación en la dimensión Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.***

Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia		Antes		Después	
		<i>Frecuencia</i>	<i>%</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>%</i>
Deficiente	[00 - 06]	17	65,4	0	0,0
Regular	[07 - 10]	2	7,7	0	0,0
Bueno	[11 – 16]	7	26,9	13	50,0
Excelente	[17 – 20]	0	0,0	13	50,0
TOTAL		<b>26</b>	<b>100,0</b>	<b>26</b>	<b>100,0</b>

*Nota.* elaboración propia basada en la prueba objetiva

**Figura 4**

*Nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.*



**Interpretación:** En la tabla 11 y figura 4 se aprecia que el porcentaje de estudiantes que presentan un nivel deficiente es de 65,4% frente a un 0% en el nivel excelente, información recogida mediante el pre test antes de las sesiones de aprendizaje, al finalizar las sesiones de aprendizaje se observa una mejora significativa de un 50% en el nivel de excelente frente a un 0% de deficiente.

**Nivel de aprendizaje de la matemática antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”.**

**Tabla 12**

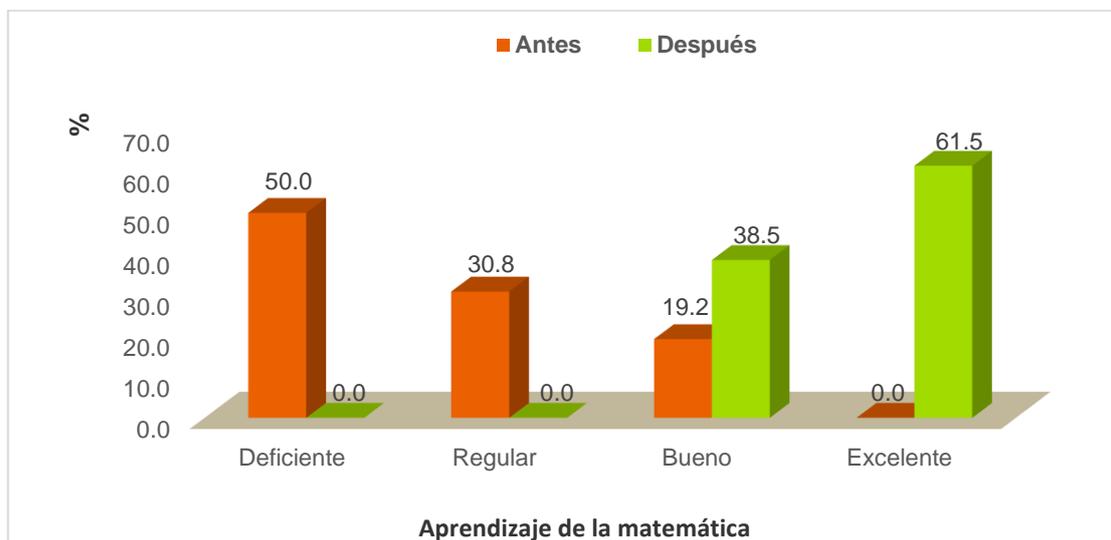
**Resultados en porcentajes antes y después de la aplicación de la Investigación.**

Aprendizaje de la matemática		Antes		Después	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Deficiente	[00 - 06]	13	50,0	0	0,0
Regular	[07 - 10]	8	30,8	0	0,0
Bueno	[11 - 16]	5	19,2	10	38,5
Excelente	[17 - 20]	0	0,0	16	61,5
TOTAL		26	100,0	26	100,0

*Nota.* elaboración propia basada en la prueba objetiva.

**Figura 5**

*Nivel de aprendizaje de la matemática antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno".*



**Interpretación:** En la tabla 12 y figura 5 se aprecia que el 50% presentan un nivel deficiente frente a un 0% de excelente, luego de las sesiones de aprendizaje se observa que desaparece el nivel deficiente dando paso a los niveles de bueno en un 38,5% y excelente en un 61,5% .

**Prueba de normalidad de los puntajes obtenidos en el aprendizaje de la matemática.**

**Tabla 13**

***Pruebas de normalidad***

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Aprendizaje de la matemática Pre test	,941	26	,145
Aprendizaje de la matemática Pos test	,852	26	,002

*Nota.* La tabla representa la significancia del Aprendizaje de la matemática antes y después de aplicado el test.

**Interpretación:** La tabla 13 describe los resultados de la prueba de contraste Shapiro-Wilk, que se utiliza para contrastar la normalidad de un conjunto de datos menores de 50, se analiza que la significancia estadística (Sig.) en el pre test del grupo experimental fue 0,145. Este valor de  $p > 0,05$ , nos indica que los puntajes del pre test del grupo experimental siguen aproximadamente una distribución normal, en cambio en el pos test del grupo experimental, la significancia estadística fue  $p = 0,002 < 0,05$  lo que implica decir que no se ajusta a una distribución normal y, en consecuencia, para validar la influencia de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática se debe utilizar la técnica estadística, Prueba de rangos con signo de Wilcoxon.

#### 4.1.1. CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

**Existe influencia significativa de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno”**

**Tabla 14**

***Prueba de rangos con signo de Wilcoxon***

		<b>Rangos</b>		
		N	Rango promedio	Suma de rangos
Aprendizaje de la matemática Pos test – Aprendizaje de la matemática Pre test	Rangos negativos	0	0,00	0,00
	Rangos positivos	26	13,50	351,00
	Empates	0		
	Total	26		

#### **Estadísticos de prueba<sup>a</sup>**

Aprendizaje de la matemática Pos test – Aprendizaje de la matemática Pre test	
Z	-4,461 <sup>b</sup>
Sig. asintótica (bilateral)	,000

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

La Tabla 14, en la denominada “Rangos” analiza 26 pares de estudiantes. Se determinó cero rangos negativos, veinte y seis positivos y cero empates. En la denominada “Estadísticos de prueba” se aprecia que la significancia estadística (Sig. asintótica (bilateral)) tiene valor ( $p = 0,000$ ). Como este valor de  $p$  es menor que 0,05, entonces se concluye con una probabilidad de confianza del 95%, que hay evidencia suficiente para afirmar que existe Influencia significativa de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria.

## **4.2. Discusión**

### **A. Discusión con los resultados**

Al observar tabla 8 y figura 1, se aprecia una marcada deficiencia en la dimensión Traducción de Datos y Condiciones a expresiones algebraicas antes de aplicar la investigación ya que alcanza un 53,8% frente a un nivel de rendimiento de 0% en excelente, luego de implementar las sesiones de aprendizaje basada en la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky se visualiza un notable incremento en los niveles de excelente y bueno con 50% y 38,5% respectivamente, lo que corrobora la hipótesis planteada y se infiere que la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo mejora significativamente el nivel de Aprendizaje en la mencionada dimensión.

Al analizar la tabla 9 y figura 2, observamos que antes de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky el nivel de deficiente era de 30,8% mientras que el nivel de excelente apenas llegaba a un 11,5%, evidenciando una notoria dificultad en la dimensión Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas, luego de aplicar la investigación se puede comparar la diferencia de resultados, recogidos en el post test, ya que desaparece el nivel deficiente y el nivel excelente se eleva hasta un 73,1% constituyendo más de la mitad del grupo y evidencia el éxito de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky.

En la tabla 10 y figura 3 se demuestra que antes de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo el porcentaje más alto de alumnos se presentaba en el nivel

de deficiente con un 50% evidenciando una gran dificultad al momento de hacer uso de estrategias y procedimientos frente a un 3,8% en el nivel de excelente, así mismo, luego de aplicada las sesiones de aprendizaje basadas en la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky dicho nivel desaparece y el nivel de excelente se eleva hasta un 50%, así como disminuye el nivel regular a un 11,5% y se eleva el bueno a 38,5% lo que verifica la hipótesis planteada y el triunfo de la investigación.

En la tabla 11 y figura 4, se visualiza que los resultados obtenidos en el pre test fueron de 65,5% en el nivel de deficiente y 0% en el nivel de excelente predominando el deficiente, lo que permite observar serias dificultades al momento de argumentar sobre relaciones de cambio y equivalencia luego de resolver un ejercicio o problema; sin embargo, luego de aplicada la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky se advierte la supresión del nivel deficiente y la presencia de los niveles bueno y excelente con un 50% respectivamente, evidenciando así, la notable mejoría de los estudiantes en la cuarta dimensión y corroborando el éxito en la aplicación de la investigación.

Analizando los resultados de la presente investigación respecto a la influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática se encontró lo siguiente, en el análisis de los rangos se observa una significancia estadística de  $p=0,00$  que al ser menor que 0,05 entonces se concluye con una probabilidad de confianza del 95%, que hay evidencia suficiente para corroborar la hipótesis de que si se aplica la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky entonces aumentará significativamente el nivel de Aprendizaje de la Matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019, a esto se suma el alto porcentaje de alumnos presentes en el nivel de excelente como se muestra en la figura 5 y tabla 12, donde alcanzaron un 61,5% y en el nivel de bueno un 38,5% desapareciendo por completo los niveles deficiente y regular. Para que la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky tenga éxito se debe seguir la secuencia didáctica de manera rigurosa y haciendo el seguimiento correspondiente a los estudiantes durante las sesiones de aprendizaje, el

docente debe estar atento a las necesidades educativas que presenten los estudiantes en todo momento ya que el monitoreo es parte importante durante el desarrollo de las actividades de clase.

## **B. Discusión con los antecedentes**

A partir de los resultados obtenidos es importante resaltar que son similares a las investigaciones realizadas que involucran las dimensiones consideradas tanto de la variable independiente (González, 2017; Suranata, 2018; Alarcón, 2018) y las dimensiones de la variable dependiente (Albán, 2018; Bulos, 2021; Tapia, 2020). La similitud se basa en la relación existente entre lenguaje y mediación (socialización) y el desarrollo del pensamiento matemático que involucra la traducción de datos a expresiones algebraicas, comprensión sobre relaciones algebraicas, uso de estrategias y procedimientos y argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Al observar lo dicho por González (2017) coincidimos en que el trabajo de tutoría por parte de un estudiante más capaz en la resolución de ejercicios fomenta una mejor comprensión del problema y en consecuencia la resolución de los mismos como lo demuestra los resultados hallados en la tabla 12 y figura 5 donde se evidencia una mejoría notable, eliminando a los alumnos deficientes y regulares y presentando en su lugar solamente alumnos buenos y excelentes, todo ello luego de implementadas las sesiones haciendo uso de la Zona de Desarrollo Próximo donde se trabajó en equipo dentro del cual el alumno más capaz cumple las veces de guía a sus compañeros imprimiéndoles no solo conocimientos si no también el entusiasmo que hace más fácil resolver un problema.

Respecto a la dimensión de traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas se corrobora con Tapia (2020) en su relación con mejorar el proceso de resolución de problemas mediante un algoritmo cuya premisa se basa en la traducción de datos, ello se demuestra en la tabla 8 y figura 1 donde se aprecia un incremento significativo en los niveles de bueno y excelente de tal manera que suman más del 50% del grupo luego de la aplicación del post test, lo que demuestra que traducir datos y conceptualizarlos matemáticamente los capacita para construir nuevos conocimientos mientras resuelven una tarea matemática,

también se diferencia con el grupo antes de aplicar la Zona de Desarrollo Próximo en cómo la deficiente sobrepasaba el 50% del aula, dichos resultados coinciden con lo que dice el tesista que si experimentan dificultades éstas están relacionadas principalmente con una falta de sistemas de representación ya que existe una estrecha relación entre el dominio de los sistemas nombrados y la consolidación de conocimientos, en otras palabras, el estudiante que no cuenta con una base para traducir los datos que se le presentan a un sistema numérico o algebraico difícilmente puede entender un problema y menos resolverlo.

Al hablar de la relación entre la comprensión lectora, lenguaje matemático y la resolución de problemas, Cutipa (2018) asevera que existe una relación directa entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos así también Rebatta (2020) corrobora dicha afirmación y efectivamente como los resultados lo corroboran en la tabla 9 y figura 2 se observa que antes de la aplicación la Zona de Desarrollo Próximo la dimensión comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas apenas alcanza un 11,5 % en el nivel de excelente mientras que luego de la aplicación el porcentaje sube a un satisfactorio 73,1% que nos permite afirmar que para comprender como se presentan las relaciones algebraicas dentro de un problema es importante el constante uso de un eficaz lenguaje matemático, es decir de la representación simbólica del mundo que lo rodea para internalizarlo.

Respecto al lenguaje matemático como dimensión de la variable independiente y el aprendizaje de la matemática se coincide con Rebatta (2020) y Cutipa (2018) al afirmar que la comprensión lectora, que parte del uso del lenguaje matemático y en la que está involucrada la traducción de datos, influye significativamente en la resolución de problemas, dicha afirmación viene apoyada por los resultados de la tabla 8 y figura 1 así mismo que en la tabla 9 y figura 2, donde se distingue una marcada diferente entre el antes y después de la aplicación de la investigación, ya que antes el grupo de alumnos que pertenecían a deficientes era el 53,8% y 30,8% respectivamente dejando tan solo un 34,6% en el nivel de bueno para la primera dimensión y un 11,5% de excelente para la segunda

dimensión y un 0% en excelente respecto al aprendizaje de la matemática, y después el excelente muestran dos grupos: excelente con un 61,5% y 73,1% respectivamente lo que pone de manifiesto la conveniencia de aplicar la Zona de Desarrollo Próximo como instrumento para la mejora del nivel de aprendizaje de la matemática.

En lo referente a las dificultades para traducir datos, Tapia (2020) concuerda con nuestra investigación al afirmar que al mejorar el proceso de resolución de problemas, tomando en cuenta la dimensión traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas se fortalece el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, claramente esto se visualiza en la figura 1 donde no se ha hecho énfasis en la traducción de datos haciendo uso del lenguaje matemático y se relaciona con las figuras 2, 3, y 5 , resultados recogidos en el pre test. Sin embargo, en las mismas figuras se aprecia el contraste luego de aplicar el post test, el incremento en todas las dimensiones es más que notable y se ve reafirmado en la tabla 5 donde se muestra un aumento notable en los niveles de excelente y bueno en la variable dependiente Aprendizaje de la matemática.

En relación con el uso de estrategias y procedimientos concordamos con Alarcón (2018) cuando afirma que para lograr excelentes desempeños al resolver problemas matemáticos se tiene que impulsar el desarrollo del pensamiento matemático que involucra el uso de estrategias y procedimientos, dicha concordancia se ve reforzada en la tabla 10 y figura 3 donde se refleja el antes y después de la aplicación la Zona de Desarrollo Próximo en la dimensión uso de estrategias y procedimientos, el grupo de control presenta un 50% de nivel deficiente mientras que luego de la aplicación de la investigación dicho nivel desaparece dando paso a un nivel de excelente con un 50%, demostrando así la relación entre la selección de las variables con su correcta representación y el uso de estrategias y procedimientos.

## **C. Discusión con el marco teórico**

### **C.1. Dimensión traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas**

El traducir datos y condiciones algebraicas es parte de los procesos mentales superiores ya que agrupa un conjunto de actividades que Siqueira (1997) nombra y al que Kozulin (1990) le impregna la cualidad de ser creada mediante la actividad, eso queda demostrado en la tabla 8 donde se aprecia un cambio significativo 53,8% de deficiente antes de la aplicación de la investigación a un 50% de nivel excelente luego de la aplicación, es decir la cimentación de esta dimensión y su indicador traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes se ha logrado gracias a la actividad durante el proceso de socialización de la información dentro de los grupos de trabajo en aula, lo que nos permite afirmar que la dimensión traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas se ha edificado en base a la interacción de los estudiantes.

Los resultados , son una consecuencia de la mediación, que al decir de Vigotsky (1930) utiliza dos tipos de herramientas: la psicológica y la técnica, la primera actúa sobre la mente y conducta y la segunda como nexo entre la actividad humana y el objeto, a este concepto hay que agregar lo siguiente (Vigotsky, 1964; Siqueira, 1997) que los signos, como herramientas, actúan internamente; y actúan como mediador en la internalización de la realidad, permite al hombre establecer las relaciones entre objetos; pues bien, la mediación durante todas las sesiones permitió utilizar a los signos como mediadores para actuar psicológico y permitir al estudiante interiorizar los nuevos términos que se le presentaban de tal forma que al hacersele familiar les ayudó a organizar sus ideas y ya estaban en condición de traducir a términos matemáticos y hacer más fácil la resolución de los problemas.

Los resultados de la figura 1 muestran la deficiencia en esta dimensión antes de aplicar la Zona de Desarrollo Próximo, es decir la falta de capacidad para transformar un problema a términos matemáticos lo que redundaba en su escaso nivel de aprendizaje de la matemática, así lo establecen el Pozo (2015) y Cabanne (2006) cuando expresan que para traducir datos se requiere tener

conocimientos específicos sobre el fondo del problema y los sistemas de representación en general así como el lenguaje matemático a usar y todo ello redundará en mejorar la resolución de un problema sin dejar de lado lo importante que es utilizar letras para representar variables y ser cuidadosos en el uso de signos para poder expresar las ideas en lenguaje algebraico y por consiguiente poder resolver los problemas presentados; efectivamente luego de aplicada la investigación se aplicó el post test y se observó que el nivel deficiente desapareció ya que los estudiantes elevaron su capacidad de interpretación y traducción de datos dentro de un problema que les permitió comprender y estimar cuales son las variables desconocidas en dicho problema.

Además, Flores y Macotela (2006) manifiestan la importancia de entender el problema como un todo interconectado para decidir que variables usar en el reemplazo de una palabra o frase, dicha afirmación se ve reforzada por la tabla 8 donde antes de la aplicación de la investigación se observa un deficiente de 53,8% precisamente porque los estudiantes no relacionaron los términos dentro del problema, sino, que lo que desagregaron y leyeron línea por línea como si fueran entes independientes, mientras que luego de aplicada la investigación se observa una mejoría al desaparecer el deficiente por completo, siendo el nivel de excelente el que predomina en el grupo con un 50%, ya que los alumnos adquirieron la habilidad de entender los problemas como algo interconectado que les permitió traducir los términos con la seguridad de la existencia de la relación entre todas las variables.

A ello se suma lo que el MINEDU (2016) entiende por esta capacidad que es la traducción de cantidades a expresiones numéricas a partir de datos en un problema; el estudiante de 4to grado de secundaria, luego de aplicada la investigación, adquirió la capacidad de reproducir las relaciones existentes entre las variables presentes en un problema y por consiguiente pudo plantear el problema en términos matemáticos que guiaron la resolución del mismo.

Por último, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006) organismo que provee el examen PISA, establece la relación existente entre la realidad y las estructuras matemáticas establecidas; dicha concepción

es avalada por los resultados obtenidos en la figura 1 donde se visualiza que antes de la aplicación de la investigación, los alumnos, en su mayoría, no sabían cómo interpretar el mundo que los rodeaba y llevarlos a términos matemáticos, luego de aplicar la Zona de Desarrollo Próximo, los alumnos desarrollaron la pericia de analizar lo circundante y darle a cada situación un símbolo que representara la manera como entendían su mundo pero en lo que difiere la investigación con la concepción del autor es en el hecho de que si bien es cierto traducir un problema a términos matemáticos facilita la resolución de un problema, esto no basta para resolver dicho problema o realizar cálculos ya que para ello se necesita conocer estrategias que se sustentan en un primer plano en la traducción hecha por el estudiante y en un segundo plano en la práctica constante que haya tenido al resolver problemas parecidos.

## **C.2. Dimensión comunicación de la comprensión sobre relaciones algebraicas.**

Antes de la aplicación de las sesiones basadas en la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky se puede apreciar en la figura 2, que un bajo porcentaje de alumnos que presentan un nivel excelente en la dimensión comunicación de la comprensión de las relaciones algebraicas en un 11,5% mientras que en el nivel deficiente se encuentran un 30,8%, dicha realidad se corresponde al hecho de que tienen dificultades para expresar la forma como entienden las relaciones que se producen entre las variables de un problema, situación que el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (2013) argumenta necesita del uso de operaciones y lenguaje simbólico, formal y técnico, efectivamente, en la resolución de problemas juega un papel importante la manera como se articulan las palabras con los signos y éstos con la manera en la que se interconectan los elementos de un problema para luego determinar la variable la variable o variables que hacen de incógnita; después de las sesiones con las actividades programadas dicha dimensión obtuvo un vuelco sorprendente hasta elevarse el nivel excelente a un 73,1% desapareciendo el nivel de deficiente por

completo de la figura; ello se debe a que , mejoraron la capacidad de manifestar dentro de un contexto matemático, los constructos formales gracias a la exposición constante del uso de términos matemáticos, se corrobora con lo que dice el autor al expresar su importancia para el uso de algoritmos en base a reglas y sistemas ya establecidos en la matemática.

A ello se agrega lo que el MINEDU (2016) establece como la expresión de conceptos numéricos, operaciones y propiedades, la investigación ratifica que al manejar las definiciones, representaciones y relaciones entre ellos se mejora significativamente el lenguaje matemático, lo que permite una comprensión lectora mucho más eficiente de los problemas que se le presentan.

También podemos agregar lo que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006) nos dice respecto a esta dimensión que se complementa cuando se expresa de forma oral y escrita cuestiones matemáticas utilizando adecuadamente los nombres de las propiedades o la explicación de cálculos; durante las sesiones de aprendizaje el estudiante estuvo, en todo momento, en contacto con una variada gama de términos matemáticos que lo indujeron a establecer en su esquema mental conceptos básicos para cada operación y relaciones matemáticas establecidas entre las variables de un problema trayendo como consecuencia que al final de la aplicación de la investigación los estudiantes fueron capaces de comunicar el modo como entendían las relaciones algebraicas.

Es de vital importancia que el estudiante comprenda lo que están resolviendo como lo expresa Cabanne (2006) al afirmar que mientras mejor se comprendan los principios matemáticos el aprendizaje será más eficiente, así lo demuestra los resultados del post test donde luego de comprender los conceptos básicos los estudiantes pudieron comunicar, usando un lenguaje simbólico, la comprensión de los mismos.

### **C.3. Dimensión uso de estrategias y procedimientos.**

En la dimensión de uso de estrategias y procedimientos, el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (2013) la define como el conjunto de

procesos para reconocer , formular y resolver un problema, y para ello se requiere de un plan, tal como se aprecia en la figura 3, antes de la aplicación la Zona de Desarrollo Próximo los alumnos del 4to grado de educación secundaria no evidenciaban manejar esta capacidad ya que el 50% de ellos alcanzaron un nivel de deficiente, al culminar las sesiones de aprendizaje alcanzaron un notable 50% en el nivel de excelente frente a un 0% de deficiente, es decir, desarrollaron la destreza de seleccionar o diseñar una estrategia en términos matemáticos que les permitan resolver problemas, al que se le suma lo expuesto por el MINEDU (2016) que nos dice dentro de los procedimientos se encuentra el cálculo mental y escrito, una competencia que los alumnos han desarrollado satisfactoriamente durante las sesiones mediante el proceso de abstracción, cuya práctica ha sido constante para cada sesión y que se evidencia al final en el post test.

#### **C.4. Dimensión argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.**

Referida a la dimensión argumentación se puede visualizar en la figura 4 antes de la aplicación de la investigación los estudiantes presentaban graves dificultades al momento de justificar la resolución de cualquier problema presentando una cantidad elevada del nivel deficiente hasta un 65,4% y un excelente de 0%, esto se debe a que no podían conectar lo elementos del problema entre sí e inferir soluciones, características presentes en esta dimensión apoyada por la definición del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (2013) y luego de la aplicación de las sesiones se observa la remarcada mejoría en el nivel de excelente a un 50% frente a un 0% de deficiente.

Así mismo el MINEDU (2016) agrega que argumentar es elaborar afirmaciones sobre las relaciones entre números, operaciones y propiedades; en el pre test se recoge la realidad de los estudiantes respecto a esta dimensión, y nos enfrentamos a que la gran mayoría no puede comparar o relacionar los números mucho menos las operaciones entre ellos por lo que no pueden inducir propiedades, esto limita sus capacidad de explicarlas o presentar ejemplos que apoyen la manera como resolvieron (si lo hubieran hecho) los problemas que

se le presentaron, luego de terminadas las sesiones los estudiantes demostrar ser capaces de afirmar las relaciones existentes entre las variables involucradas en un problema, defender dichas relaciones, inferir futuras analogías y crear nuevas situaciones que refuten las que se les presentaban tal como lo muestra la figura donde los niveles bueno y excelente ocupan un 50% para cada uno.

A lo ya presentado, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006) añade que argumentar implica hacer una introspección del por qué o para qué buscar una respuesta, dicha actividad mejora significativamente esta dimensión, como se evidencia en el post test, donde el estudiante muestra preocupación para darle sentido a lo que está buscando dentro del problema.

#### **C.5. Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el nivel del aprendizaje de la matemática.**

Según se puede observar en la tabla 12, al aplicar la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky se eleva significativamente el nivel de aprendizaje de la matemática a un 61,5% para el nivel de excelente y un 38,5% en el nivel de bueno disipándose por completo los niveles de deficiente y regular , ya que antes de la ambos niveles predominaban en el grupo no apareciendo nadie en el nivel de excelente y sólo 5 en bueno, dicho cambio apoya lo dicho por Vigotsky (1964) en el que las relaciones sociales al pasar al plano interno permiten al individuo estructurar nuevas funciones, es decir, el estudiante ha creado nuevos esquemas mentales para cada situación problemática dentro del trabajo grupal y en dicha labor es el trabajo grupal el que se ha convertido en lo primero en el trabajo dejando a un segundo plano la dimensión individual en un primer momento, Vigotsky (1979), dicha afirmación es apoyada por Siqueira (1997) que además agrega que dentro de las funciones a experimentar se encuentra la de resolución de problemas; a esto se añade lo que discute León (1997) que reitera la importancia de la interacción del estudiante con otros individuos con mayor experiencia; se observa en la tabla que efectivamente, la interacción estimula las funciones del cerebro que lleva a mejoras en el

aprendizaje, la experiencia del estudiante con mayor conocimiento despeja el sendero para el estudiante que necesita apoyo y que adopte nuevas formas de resolución de problemas como suyos. Al resolver de manera socializada un determinado problema el mediador influye positivamente en el estudiante con menos conocimientos hasta inculcarle una gama de saberes junto a las formas como tales saberes se concatenan para ensamblar un todo que permita al estudiante entender y así resolver cualquier problema que se le presente.

De igual forma, Moreno (1997) nos dice que si bien es cierto el hombre es producto de su ambiente, también el hombre actúa sobre el ambiente, efectivamente, durante la aplicación de la investigación se observó que luego de unas sesiones de aprendizaje aquellos estudiantes menos capaces se convirtieron en líderes ya que asimilaban los conocimientos brindados y fueron capaces de dirigir a otros que, por diversos motivos, quedaron relegados, actuando sobre su entorno y transformándolo.

Respecto al mediador, Bruner (1984) hace hincapié que es a partir de las relaciones sociales el cómo el niño entiende la información que se le brindará mediante el lenguaje, tomando en cuenta dicha afirmación, la investigación toma como punto de partida la interacción entre estudiantes de la misma edad ya que ellos, al tener similares esquemas mentales, construyen su propio lenguaje que es alimentado con los conocimientos y correcciones que hace el docente durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que coincidimos en el uso del lenguaje como instrumento mediador.

Vigotsky (1979) aborda el tema de las funciones elementales superiores entre las que se encuentra la capacidad de resolver problemas, entre otras características señala que es autogenerada luego de haber pasado por el estímulo del entorno, y efectivamente durante la aplicación de la investigación se comprobó que pasado unas sesiones de aprendizaje el estudiante no necesita estímulos exteriores para intentar resolver un problema, su auto

estímulo es una particularidad que ha desarrollado en el transcurso de las clases.

El conjunto de dimensiones que se han potencializado para el consecuente mejoramiento del nivel del aprendizaje de la matemática traen consigo un conjunto de procesos mentales superiores de las que Kozulin (1990) y Siqueira (1997) explican como el resultado de la mediación entre el docente u otro par más capaz, efectivamente en la tabla 12 se verifica este aumento en el nivel del aprendizaje de la matemática, en el trabajo de aula se incidió en la mediación del más capaz a aquellos estudiantes menos hábiles.

Otro de los aspectos que permitieron mejorar el nivel del aprendizaje de la matemática es el proceso de internalización Kozulin (1990), cuya concepción es la transformación del mediador sónico externo a un proceso psicológico interno; durante la aplicación de la investigación se observa dicha traspaso de ambos planos durante los trabajos grupales de manera gradual y que trae como consecuencia lo que muestra la tabla 10 donde el nivel excelente es el que predomina al final de todas las sesiones.

Respecto al cómo encaja la zona de desarrollo próximo en el proceso de aprendizaje, Vigotsky (1978) la define como la distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo potencial, en la investigación el diagnóstico de la zona de desarrollo real ha sido determinada por el pre test donde los estudiantes alcanzaron un nivel de deficiente del 50% y un nivel de bueno de 19,2% como lo muestra la figura 5 mientras que luego de aplicada la Zona de Desarrollo Próximo el estudiante logra alcanzar su Zona de Desarrollo Potencial convirtiéndola en su nueva Zona de Desarrollo Real, tal como lo evidencia la tabla 7 donde se aprecia un nivel de excelente en un 61,5% y un deficiente de 0%, a ello se suma lo que afirma Baquero (1997) que sitúa dicha zona dentro de un proceso de interacción social; esta interacción se manifestó al momento de la formación de equipos de trabajo, junto a ello se agrega lo que Cole (1984)

asevera respecto a la responsabilidad que adquiere cada participante dentro de la interacción; en la aplicación del proyecto cada estudiante cumplía una función definida que le permitía saber que labores realizar, y realizaba su confianza en sí mismo para poder cumplir otra labor en la siguiente sesión ya que se trabaja sus propias habilidades de menos a más, de tal forma que en la investigación se hace hincapié en cómo ayudarlo a acortar esa distancia, lo que demuestra la efectividad de la Zona de Desarrollo Próximo.

Respecto al aprendizaje escolar Coll(1990) y Bloom (1976) dan énfasis a la interacción entre alumnos ya que permite el intercambio de información y determina el logro de los objetivos educativos en los planos socio afectivos, instrumentales y de contenido lo que impulsa la mejora en la competencia; efectivamente dicha interacción ha sido fundamental al momento de aplicar la investigación ya que los estudiantes interactúan y aprenden usando sus propias experiencias para la construcción de sus razonamientos. A dicha conceptualización Gómez (2002) añade que el aprendizaje de la matemática involucra lenguaje, interacción social y contexto cultural; dicha afirmación se ve comprobada al momento de socializar los conocimientos en un primer momento del docente a los estudiantes y en un segundo momento entre los propios estudiantes y los resultados recogidos en la figura 7, a través del post test , respaldan la estrategia usada durante las sesiones de clase.

## CONCLUSIONES

1. La Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky influye significativamente en el Aprendizaje de la Matemática en alumnos del 4to grado de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote - 2019 tal como se aprecia en la tabla 12 y figura 5 donde se visualiza que el 61,5% de los estudiantes se encuentran en el nivel de excelente revelando una notable mejoría en más de la mitad del grupo.
2. Antes de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en la dimensión Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas en los estudiantes del 4to año de educación secundaria mostraban un nivel de aprendizaje deficiente de 53,8% y un excelente de 0% y luego de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo se logró una mejora significativa ya que se elevó a un 50% el nivel de excelente y a un 38,5% el nivel de bueno desapareciendo por completo a los alumnos deficientes en esta dimensión como se puede apreciar en la tabla 8 y figura 1.
3. Previamente a la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en la dimensión comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas en los estudiantes del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" se observa en la tabla 9 y figura 2 que obtuvieron un nivel de deficiente de 30,8% frente a un nivel de excelente de 11,5% y posteriormente a la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo se obtuvo un resultado de excelente en más de la mitad de los estudiantes que representa el 73,1% del aula.
4. Anterior a la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en la dimensión uso de estrategias y procedimientos en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" se corrobora que en la tabla 10 y figura 3 se encontró un porcentaje de 3,8% en el nivel de excelente y un 50% en el nivel de deficiente, posterior a la aplicación se produjo un aumento significativo a 50% en el nivel de excelente desapareciendo por completo el nivel de deficiente.

5. Antes de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en la dimensión argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" tal como se aprecia en la tabla 11 y figura 4, los estudiantes alcanzaron un 65,4% en los niveles de deficiente y 0% en excelente, luego de la aplicación de la investigación se observa un incremento de hasta el 50% en el nivel de excelente y la supresión completa del nivel deficiente.

## Recomendaciones

1. Los docentes de la I.E.P. “El Nazareno” Nvo. Chimbote deben estar familiarizados con el ambiente cultural en el que se desenvuelve el grupo ya que ello permitirá, en un primer momento, conocer los conceptos más generales que manejan los alumnos y poder transformarlos a los términos matemáticos más adecuados según sea su programación.
2. El Departamento Pedagógico de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote debe promover la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en todas las áreas que se enseñan en educación secundaria ya que permite a los estudiantes potenciar sus competencias y en consecuencia mejorar su rendimiento académico.
3. Los docentes de la I.E.P. “El Nazareno”, al aplicar la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky deben seguir rigurosamente los pasos de la secuencia didáctica de la investigación para garantizar el éxito en el aprendizaje de los estudiantes.
4. Que los docentes del nivel secundario de la I.E.P. “El Nazareno” que apliquen la investigación elaboren un instrumento que les permita identificar la Zona de Desarrollo Real para aplicar adecuadamente la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alarcón, E. (2018). *Modelo didáctico, basado en la teoría de Vygotsky para desarrollar el pensamiento matemático en estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la institución educativa "San José" de Chiclayo* (tesis doctoral). Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque, Perú.
- Albán, J. (2018). *Estrategias que utilizan los estudiantes para la resolución de un problema matemático y su incidencia en el rendimiento académico*. (tesis de posgrado). Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.
- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona, España. Editorial GRAÓ.
- Antón M. (2010). Aportaciones de la teoría sociocultural al estudio de la adquisición del español como segunda lengua. *RESLA*, 23(2), 9 -20. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3897521.pdf>
- Ardila, R. (1979). *Psicología del aprendizaje*. Ciudad de México, México. Editorial Siglo XXI.
- Baquero, R. (1997). *Vygotsky y el aprendizaje escolar*. Buenos Aires , Argentina. Editorial Aique..
- Bayo, J. (1987). *Percepción, desarrollo cognitivo y artes visuales*. Barcelona, España. Editorial Anthropos.
- Beltrán, J. y Bueno, J. (1995). *Psicología de la educación*. Barcelona, España. Editorial Marcombo.

- Bloom, B. (1976). *Características humanas y aprendizaje escolar*. Bogotá, Colombia. Editorial Voluntad.
- Bodrova, E. y Leong, D. (1996). *Herramientas de la mente*. Ciudad de México, México: Pearson Educación S.A.
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid, España: Alianza.
- Bulos, F. (2021). *Mathematics Vocabulary and Mathematics Ability of Grade 7 Students* (tesis doctoral). University of Philippines, Dilangan, Philippines.
- Cabanne, N. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Buenos Aires, Argentina: Bonum.
- Cofré, A. y Tapia, L. (2003). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico y matemático*. Santiago de Chile, Chile. Editorial Universitaria S.A.
- Cole, M. (1984). La zona de desarrollo próximo: donde cultura y conocimiento se generan mutuamente. *Infancia y Aprendizaje*, 25(1), 3-17. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/668426.pdf>
- Coll, C. (1990). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Ciudad de México, México: Editorial Paidós.
- Cutipa, R. (2018). *Relación entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del segundo grado del nivel*

*secundario de la I.E. Santa Fortunata en el año 2018* (Tesis de maestría). Universidad César Vallejo, Trujillo, Perú.

Del Cid, A., Méndez, R. y Sandoval, F. (2011). *Investigación: Fundamentos y metodología*. Ciudad de México: México: Pearson Edición.

Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42. Recuperado de <https://journal.poligran.edu.co/index.php/panorama/issue/view/54>

Devlin K. (2002). *El lenguaje de las matemáticas*. Barcelona, España. Editorial Robinbook

Domjan, M. (2010). *Principios de aprendizaje y conducta*. Texas, EEUU: Grupo Insigne S.A.

Fariñas, G. (2007). *Psicología, educación y sociedad: Un estudio sobre el desarrollo humano*. La Habana, Cuba: Editorial. Félix Valera.

Fiallo, J., Cerezal, J y Huaranga, O. (2004). *Los métodos científicos en las investigaciones pedagógicas*. Lima, Perú: Editorial San Marcos.

Flores R. y Macotella, S. (2006). *Problemas de aprendizaje en la adolescencia*. Ciudad de México, México: Editorial CONACyT.

Fraca, L. (2003). *Pedagogía integradora en el aula*. Caracas, Venezuela: CEC S.A.

Garrido, A. y Fernández, J. (2006). *Abstracción y estructuras de datos en C++*. Madrid, España: Grefol, S.A.

Goded M. (1996). *Influencia del tipo de syllabus en la competencia comunicativa de los alumnos*. Madrid, España. Editorial Centro de Publicaciones de la Secretaría General Técnica.

Gómez I. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid, España: Editorial Narcea.

González, A. (2017). *Relación entre tutoría personalizada y actitud hacia las matemáticas de un estudiante destacado de secundaria*. (tesis de maestría). Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Hidalgo, México.

González, A; Rodríguez, A, y Hernández, D. (octubre-diciembre del 2011). El concepto zona de desarrollo próximo y su manifestación en la educación médica superior cubana. *Educación médica superior*. Recuperado de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0864-21412011000400013](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412011000400013)

Gutiérrez, L. (2009). *Didáctica de la matemática para la formación docente*. San José, Costa Rica: Editorial Editorana S.A.

Hernández, R., Fernandez, C., y Baptista, P.(2006). *Metodología de la Investigación*. México DF, México: Editorial MC Graw Hill.

- Kozulin, A. (1990). *La psicología de Vygotsky*. Madrid, España: Editorial Alianza.
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, España: Editorial Morata.
- León, C. (1997). Impactos y retos de la teoría social, histórica y cultural de Lev Vygotsky. En Ugalde, L. (ed.), *Lev Vygotsky: sus aportes para el siglo XXI*. (pp. 13-20). Caracas, Venezuela: UCAB
- Leontiev A., Luria A, y Vygotsky L. (1986). *Psicología y pedagogía*. Madrid, España. Editorial Akal
- Mejía, E. (2006). *Técnicas e instrumentos de investigación*. Lima, Perú: Editorial Unidad de Post grado de la Facultad de Educación de la UNMSM.
- Mercado, H. y Mercado, L. (2008). *Estrategias educativas*. Recuperado de <http://www.eumed.net/libros-gratis/2008c/468/>
- Ministerio de Educación (MINEDU) (2017). *Programación curricular de educación secundaria*. Lima, Perú: MINEDU.
- Ministerio de Educación (MINEDU). (2016). La competencia matemática en estudiantes peruanos de 15 años. Recuperado de [umc.minedu.gob.pe/wpcontent/uploads/2016/05/Estudio\\_Pisa\\_web\\_VF.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wpcontent/uploads/2016/05/Estudio_Pisa_web_VF.pdf)

Ministerio de Educación, Cultura y deporte. (2013). Marcos y prueba de evaluación de PISA 2012. Madrid, España: Secretaría General Técnica.

Moreno, M. (1997). Desarrollo neurológico: aportes de Vygotsky. En Ugalde, L. (ed.), *Lev Vygotsky: sus aportes para el siglo XXI*. (pp. 21-33). Caracas, Venezuela: UCAB.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006). PISA. Marco de la evaluación 2006. Madrid, España: Santillana Educación S.L.

Oviedo, M., Fiszbein A. y Sucre, M. (2015). *Aprendizaje para todos: Un desafío pendiente en América Latina*. Recuperado de [www.thedialogue.org/wp-content/uploads/2015/.../Aprendizaje-para-todos-web-2.pdf](http://www.thedialogue.org/wp-content/uploads/2015/.../Aprendizaje-para-todos-web-2.pdf)

Perez, J. y Merino, M. (2014). Definición .de guía de observación. Recuperado de [https://definicion.de/guia-de-observacion/?fbclid=IwAR2H21j\\_eDpmXAD-VC\\_3s-QAet4xfJ1s-VvEHFYfjodyLtCeWNhUMYKIbdg](https://definicion.de/guia-de-observacion/?fbclid=IwAR2H21j_eDpmXAD-VC_3s-QAet4xfJ1s-VvEHFYfjodyLtCeWNhUMYKIbdg)

Pozo, J. (2015). *Cambio conceptual y representacional en el aprendizaje y la enseñanza de la ciencia*. Madrid, España: Editorial Machado Grupo de Distribución, S.L.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid, España: Editorial Morata S.L.

Rebatta, C. (2020). *Resolución de problemas matemáticos y comprensión lectora en 1ro de secundaria; institución educativa Melchorita Saravia-Chincha 2020*. Tesis de pregrado. Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, Perú.

Rodríguez D. (11 de diciembre del 2013). *El diagnóstico de la amplitud de la zona de desarrollo próximo: Una experiencia cubana*. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4863348.pdf>

Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*,(tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.

Rogoff, B. (1993). *El desarrollo cognitivo en el contexto social*. Ciudad de México, México: Editorial Paidós.

Rojas, F. (1997). La comprensión de la lectura en el entorno cultural de la familia desde la perspectiva de Vygotsky. En Ugalde, L. (ed.), *Lev Vygotsky: sus aportes para el siglo XXI*. (pp. 91-98). Caracas, Venezuela: UCAB

Rosental, M. y Iudin, P. (1985). *Diccionario filosófico abreviado*. Montevideo, Uruguay: Ediciones Pueblos Unidos.

Secretaría de Innovación y Calidad Educativa (2018). *Marco Nacional para la mejora del aprendizaje en matemática*. Recuperado de [https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/marco\\_nacional\\_para\\_la\\_mejora\\_del\\_aprendizaje\\_en\\_matemaetica-digital-ok.pdf](https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/marco_nacional_para_la_mejora_del_aprendizaje_en_matemaetica-digital-ok.pdf)

- Siqueira, J. (1997). Modelo histórico – cultural en la educación brasileña. En Ugalde, L. (ed.), *Lev Vygotsky: sus aportes para el siglo XXI*. (pp. 82-85). Caracas, Venezuela: UCAB
- Suranata, K. (2018). *Diagnosis of students zone proximal development on math design instruction: A Rasch análisis*, (Tesis de posgrado). Universitas Pendidikan Ganesha, Bali, Indonesia.
- Tamayo, M. (2004). *Diccionario de Investigación científica*. Cali, Colombia: Limusa Noriega Editores.
- Tapia, S. (2020). *La resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en décimo año E.G.G. de la U.E. “Manuel Gonzalo A. Rumazo”*, (tesis de doctorado). Universidad de Cotopaxi, Latacunga, Ecuador.
- Venet M. y Correa E. (2014). El concepto de zona de desarrollo próximo: un instrumento psicológico para mejorar su propia práctica pedagógica. *Pensando psicología*. 10 (17), 7-15. doi: <http://dx.doi.org/10.16925/pe.v10i17.775>
- Vygotsky, L. (1964). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Lautaro.
- Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, España: Editorial Crítica.

Vygotsky, L. (1930). El método instrumental en Psicología. En Werscht, J. (Ed.). *El concepto de la actividad en la psicología soviética*. (pp. 139-145). Nueva York: Sharpe.

Vygotsky, L. (1978). *Mente en Sociedad: el desarrollo de los procesos mentales superiores*. Cambridge, USA: Harvard University Press.

Vygotsky, L. (1972). Obras escogidas tomo IV: *Problemas de psicología*. Madrid, España: Visor

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona, España: Editorial Paidós Ibérica S.A.

Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Ciudad de México, México: Editorial Paidós.

# **ANEXOS**

## ANEXO 01

### MATRIZ DE CONSISTENCIA

#### INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN ALUMNOS DEL 4TO AÑO DE LA I.E.P. "EL NAZARENO" Nvo. CHIMBOTE – 2019

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	POBLACIÓN
¿En qué medida la aplicación de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky influye en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"- 2019?	<p><b>Objetivo general</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinar la influencia de la aplicación de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.</li> </ul> <p><b>Objetivos específicos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Medir el nivel de aprendizaje en la dimensión traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.</li> <li>- Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas, antes y después de la aplicación de la</li> </ul>	Si se aplica la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, entonces aumentará significativamente el nivel de Aprendizaje de la Matemática, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.	<p>Tipo: El tipo de investigación por su finalidad es aplicada.</p> <p>Diseño: El diseño que se aplicará es el pre experimental con pre y post test en el grupo de control y experimental.</p> <p>G: O<sub>1</sub> ----x---- O<sub>2</sub></p> <p>G: Alumnos de 4to grado de educación secundaria I.E.P. "El Nazareno"</p> <p>Ox<sub>1</sub> : Pre test</p> <p>Ox<sub>2</sub> : Post test</p> <p>X: Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky</p>	Variable Dependiente: Aprendizaje de la matemática.	<p>Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.</p> <p>Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.</p> <p>Uso de estrategias y procedimientos.</p>	<p>Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes</p> <p>Expresa el significado de la regla de formación o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.</p> <p>Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas, para determinar términos desconocidos y la solución de una ecuación.</p>	La población de estudio está compuesta por 26 estudiantes del 4to grado de educación secundaria de la Institución Educativa Particular "El Nazareno"

	<p>Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” Nvo. Chimbote – 2019.</p> <p>- Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión uso de estrategias y procedimientos, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” Nvo. Chimbote – 2019.</p> <p>- Medir el nivel de aprendizaje de la matemática en la dimensión argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia, antes y después de la aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” Nvo. Chimbote – 2019.</p>			<p>Variable Independiente: Zona de Desarrollo Próximo.</p>	<p>Argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia</p> <p>Mediación.</p> <p>Internalización.</p> <p>Lenguaje.</p>	<p>Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.</p> <p>Interactúa con los agentes que participan en el proceso enseñanza-aprendizaje.</p> <p>Ensambla conocimientos previos con la nueva información que se le brinda.</p> <p>Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes</p>	
--	--	--	--	--	---	--	--

**ANEXO 02**

**FICHA DE OBSERVACIÓN PARA MEDIR LA ZONA DE  
DESARROLLO PRÓXIMO**

**I. DATOS:**

Nombres y Apellidos: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

SESIÓN 4: Progresiones cuadráticas

**II. PROPÓSITO:** Recoger información sobre la zona de desarrollo próximo de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote 2019.

**III. INSTRUCCIONES:**

Marque con una x en cada ítem según corresponda:

Actividad	Si	No	A veces
Trabaja sin dificultad en equipo durante el proceso de la sesión de clase.			
Interviene activamente en las discusiones verbales durante toda la sesión de clase.			
Comparte sus ideas o resultados con los demás miembros del aula durante el proceso de la sesión de clase.			
Posee una actitud crítica y reflexiva.			
Comprende la nueva información que se le brinda.			
Contrasta la nueva información con lo que ha aprendido anteriormente durante toda la sesión de clase.			
Traduce a lenguaje matemático el contenido que se le presenta en términos comunes durante el proceso de la sesión de clase.			
Argumenta en términos matemáticos la solución de su problema al momento de compartirlo con la clase.			

Observaciones:

\_\_\_\_\_

## **PRUEBA OBJETIVA PARA MEDIR EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA**

### **I. DATOS:**

Nombres y Apellidos: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**II. PROPÓSITO:** Recoger información sobre el nivel de aprendizaje alcanzado en el área de matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote 2019.

**III. INSTRUCCIONES:** Marque con una x la respuesta que considere correcta:

1. La regla de formación de la sucesión: 2, 4, 10, 28, 82,.. que describe mejor cómo hallar cualquiera de los términos es:
  - a. A cada número se le multiplica por un múltiplo de 2.
  - b. Se encuentra la razón constante en el segundo nivel, luego a cada término se le multiplica por 3 y el resultado se le suma las razones del nivel anterior.
  - c. La primera razón es constante por tanto no es necesario seguir buscando.
  - d. Se multiplica por 2 a cada término hasta el número 8 y luego se suma 12 y así sucesivamente.
  
2. En la expresión algebraica:  $y = 3x^3 - 15$ , ¿cuál sería la afirmación correcta?
  - a. El valor de x no influye en el valor de y.
  - b. Faltan datos para encontrar la relación de ambas incógnitas.
  - c. Si la incógnita “x” cambia entonces la incógnita “y” también lo hace.
  - d. Al cambiar el valor de una variable la otra no cambia.
  
3. ¿Qué concepto define mejor a una ecuación?
  - a. Es una igualdad en la que hay términos conocidos y desconocidos.
  - b. La igualdad es verdadera solo para ciertos valores de la variable.
  - c. Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas donde aparece una o más incógnitas que deben ser descubiertas.
  - d. Es la combinación de datos desconocidos que se deben resolver.

4. Al resolver un problema cuya respuesta es 11 años. ¿Qué problema contiene todos los datos necesarios para llegar a la respuesta dada?
- Un niño dice: “Si a la edad que tenía hace 5 años le multiplico por la edad que tendré dentro de 8 años resulta 264 manzanas, y por cada año transcurrido me dan 4 manzanas. ¿Cuántos años tengo?
  - La resta del quintuple y del triple de la edad de Verónica dentro de 5 años.
  - Si en el año 2009 la edad de María era el doble de la edad que tenía en 1994 y su mamá tenía el triple de su edad. ¿Cuántos años tiene su mamá?
  - El padre de José tiene 30 años más que él y su madre tiene 5 años menos que su padre. Averiguar la edad actual de Andrés sabiendo que la suma de las edades de los tres es 88 años.
5. ¿Cuáles son las palabras claves que señalan la presencia de una incógnita dentro un problema verbal?
- Cómo, mañana, rápido, lento.
  - Dónde, por qué, abajo, tener.
  - Qué, cuántos, hallar, calcular.
  - Nadie, poco, más o menos.
6. En un concierto se venden todas las entradas, 160 en total, las entradas se dividen en dos tipos: zona vip y platea, cada una con un costo distinto. Se ha recaudado S/. 23 000. ¿Qué incógnitas se deben conocer para llegar al total recaudado?
- El día del concierto y valor del peaje.
  - La venta total.
  - El valor de la entrada vip y cuantas se vendió.
  - El valor de cada entrada.
7. Si un examen tiene 3 preguntas y cada una de ellas puede ser falsa o verdadera. ¿Qué método representa de mejor manera las ordenaciones empleadas para enumerar todas las posibilidades lógicas de una secuencia de eventos?
- Diagrama de árbol.
  - Combinación.
  - Variación simple
  - Permutación

8. Al resolver el siguiente problema: La pareja de esposos Carlos y Elena organizaron una fiesta, a la cual invitaron a su sobrina Josefina con su esposo Manuel, su ahijado Gerardo, su nieta Susana y a los vecinos de la casa: Sebastián, Nicole y Rodolfo. ¿Qué fórmula o arreglo combinatorio se puede usar para hallar cuántas parejas mixtas se pueden formar con todos los asistentes y cuál es el número de parejas mixtas que se pueden formar?
- a. Combinación - 20      b. Diagrama - 8      c. Variación 16      d. Combinación - 15
9. Se lanzan tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que los puntos obtenidos sumen un múltiplo de 7?
- a.  $5/36$                       b.  $1/72$                       c.  $5/72$                       d.  $15/36$
10. Al lanzar dos dados al aire, resulta un suceso probabilístico donde cada dado resulta 5 o 6 dividida entre la cantidad de opciones combinadas de ambos dados. ¿Cuál fue la pregunta que se hizo?
- a. ¿Cuál es la probabilidad de hallar un número mayor que 4 al lanzar ambos dados?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar 5 al lanzar los dos dados?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de hallar un número compuesto?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de hallar el número 5 y bolas rojas?

Agradezco su tiempo y colaboración

FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS FORMATO ORIGINAL

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA**  
**ESCUELA DE POSTGRADO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN**  
**DOCENCIA E INVESTIGACIÓN**  
**FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS**

**I. DATOS GENERALES**

**1. Título del Proyecto**

Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.

**2. Investigador(a)**

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Ríos

**3. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

**4. Características de la población**

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 16 años, 14 varones y 12 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática.

**5. Tamaño de la muestra**

La muestra será intencional no probabilística constituida por 14 varones y 12 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.

**6. Denominación del instrumento**

La técnica empleada es la observación y el instrumento la ficha de observación.

**II. DATOS DEL INFORMANTE**

**1. Apellidos y nombres**

Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera

**2. Profesión y/o grado académico**

Docente universitario

**3. Institución donde labora**

Universidad Nacional del Santa

### III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO	MEDIACIÓN	Interactúa con los agentes que participan en el proceso enseñanza-aprendizaje.	Trabaja sin dificultad en equipo durante el proceso de la sesión de clase.									
			Interviene activamente en las discusiones verbales durante toda la sesión de clase.									
			Comparte sus ideas o resultados con los demás miembros del aula durante el proceso de la sesión de clase.									
			Posee una actitud crítica y reflexiva.									
	INTERNALIZACIÓN	Ensambla conocimientos previos con la nueva información que se le brinda.	Comprende la nueva información que se le brinda.									
			Contrasta la nueva información con lo que ha aprendido anteriormente durante toda la sesión de clase.									

	<b>Lenguaje</b>	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes	Traduce a lenguaje matemático el contenido que se le presenta en términos comunes durante el proceso de la sesión de clase.									
			Argumenta en términos matemáticos la solución de su problema al momento de compartirlo con la clase.									

**OPINION DE LA APLICABILIDAD:**

.....  
 .....

**Nuevo Chimbote, 20 de noviembre de 2019**

.....  
 Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera



## UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA ESCUELA DE POSTGRADO

### PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS

#### I. DATOS GENERALES

##### 1. Título del Proyecto

Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

##### 2. Investigador(a)

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Ríos

##### 3. Objetivo General

Determinar la influencia de la aplicación de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019.

##### 4. Características de la población

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 16 años, 14 varones y 12 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática.

##### 5. Tamaño de la muestra

La muestra será intencional no probabilística constituida por 14 varones y 12 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno".

##### 6. Denominación del instrumento

La técnica empleada es la prueba y el instrumento es la prueba objetiva.

#### II. DATOS DEL INFORMANTE

##### 1. Apellidos y nombres

Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera

##### 2. Profesión y/o grado académico

Docente universitario

##### 3. Institución donde labora

Universidad Nacional del Santa

### III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN										
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES		
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO			
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.	5											
			6											
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	1											
			5											
	Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa el significado de la regla de formación o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas	3											
			7											
	Uso de estrategias y procedimientos.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la solución de una ecuación.	8											
			9											

	Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.	4										
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	10										
	Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.	2										
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	10										

**OPINION DE LA APLICABILIDAD:**

.....  
 .....

**Nuevo Chimbote, 20 de noviembre de 2019**

.....  
 Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA  
ESCUELA DE POSTGRADO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN  
DOCENCIA E INVESTIGACIÓN  
FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS**

**I. DATOS GENERALES**

**1. Título del Proyecto**

Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

**2. Investigador(a)**

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios

**3. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

**4. Características de la población**

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 16 años, 14 varones y 12 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática.

**5. Tamaño de la muestra**

La muestra será intencional no probabilística constituida por 14 varones y 12 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno"

**6. Denominación del instrumento**

La técnica empleada es la prueba y el instrumento es la prueba objetiva.

**II. DATOS DEL INFORMANTE**

**1. Apellidos y nombres**

Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera

**2. Profesión y/o grado académico**

Docente universitario

**3. Institución donde labora**

Universidad Nacional del Santa

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.	5	X		X		X		X		
			6	X		X		X		X		
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	1	X		X		X		X		
			5	X		X		X		X		
	Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa el significado de la regla de formación o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas	3	X		X		X		X		
			7	X		X		X		X		

	Uso de estrategias y procedimientos.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la solución de una ecuación.	8	X		X		X					
			9	X		X		X					
Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.		Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.	4	X		X		X					
			10	X		X		X					
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	2	X		X		X					
			10	X		X		X					

OPINION DE LA APLICABILIDAD:

*Es factible su aplicación*

Nuevo Chimbote, 20 de noviembre de 2019



Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera



**UNS**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DEL SANTA

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA**  
**ESCUELA DE POSTGRADO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN**  
**DOCENCIA E INVESTIGACIÓN**  
**FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS**

**I. DATOS GENERALES**

**1. Título del Proyecto**

Influencia de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el Aprendizaje de la Matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

**2. Investigador(a)**

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios

**3. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

**4. Características de la población**

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 16 años, 14 varones y 12 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática.

**5. Tamaño de la muestra**

La muestra será intencional no probabilística constituida por 14 varones y 12 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno"

**6. Denominación del instrumento**

La técnica empleada es la observación y el instrumento la ficha de observación

**II. DATOS DEL INFORMANTE**

**1. Apellidos y nombres**

Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera

**2. Profesión y/o grado académico**

Docente universitario

**3. Institución donde labora**

Universidad Nacional del Santa

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

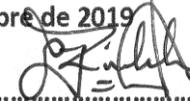
VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO	MEDIACIÓN	Interactúa con los agentes que participan en el proceso enseñanza-aprendizaje.	Trabaja sin dificultad en equipo durante el proceso de la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Interviene activamente en las discusiones verbales durante toda la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Comparte sus ideas o resultados con los demás miembros del aula durante el proceso de la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Posee una actitud crítica y reflexiva.	X		X		X		X		
	INTERNALIZACIÓN	Ensambla conocimientos previos con la nueva	Comprende la nueva información que se le brinda.	X		X		X		X		

		información que se le brinda.	Contrasta la nueva información con lo que ha aprendido anteriormente durante toda la sesión de clase.	X		X		X		X		
	Lenguaje	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes	Traduce a lenguaje matemático el contenido que se le presenta en términos comunes durante el proceso de la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Argumenta en términos matemáticos la solución de su problema al momento de compartirlo con la clase.	X		X		X		X		

OPINION DE LA APLICABILIDAD:

*Es factible su aplicación*

Nuevo Chimbote, 20 de noviembre de 2019



Dr. Juan Benito Zavaleta Cabrera

D.N.I. 17913120



## UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA ESCUELA DE POSTGRADO

### PROGRAMA DE MAestrÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN

#### FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS

#### I. DATOS GENERALES

##### 1. Título del Proyecto

Influencia de la Teoría de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

##### 2. Investigador(a)

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios

##### 3. Objetivo General

Determinar la influencia de la aplicación de la teoría de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

##### 4. Características de la población

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 15 años, 17 varones y 13 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática en la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

##### 5. Tamaño de la muestra

La muestra será intencional, no probabilística constituida por 17 varones y 13 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno"

##### 6. Denominación del instrumento

La técnica empleada es la prueba y el instrumento es la prueba objetiva.

#### II. DATOS DEL INFORMANTE

##### 1. Apellidos y nombres

Mg. Teodoro Moore Flores

##### 2. Profesión y/o grado académico

Docente universitario

##### 3. Institución donde labora

Universidad Nacional del Santa

### III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.	5	X		✓		X		X		
			6	X		X		X		X		
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	1	✓		X		✓		✓		
			5	✓		✓		✓		✓		
	Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa el significado de la regla de formación o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas	3	✓		✓		✓		✓		
			7	✓		X		✓		X		

	Uso de estrategias y procedimientos.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la solución de una ecuación.	8	X		X		X		X		
			9	X		X		X		X		
	Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.	4	X		X		X		X		
			10	X		X		X		X		
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	2	X		X		X		X		
			10	X		X		X		X		

OPINION DE LA APLICABILIDAD:

*Apto para su respectiva aplicación*

Nuevo Chimbote, 20 de noviembre de 2019

*Teodoro Moore Flores*

Mg. Teodoro Moore Flores

DNI 32763522



**UNS**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DEL SANTA

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA**  
**ESCUELA DE POSTGRADO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN**  
**DOCENCIA E INVESTIGACIÓN**  
**FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS**

**I. DATOS GENERALES**

**1. Título del Proyecto**

Influencia de la Teoría de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

**2. Investigador(a)**

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios

**3. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de la teoría de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

**4. Características de la población**

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 15 años, 17 varones y 13 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática en la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**5. Tamaño de la muestra**

La muestra será intencional no probabilística constituida por 17 varones y 13 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno"

**6. Denominación del instrumento**

La técnica empleada es la observación y el instrumento la ficha de observación

**II. DATOS DEL INFORMANTE**

**1. Apellidos y nombres**

Mg. Teodoro Moore Flores

**2. Profesión y/o grado académico**

Docente universitario

**3. Institución donde labora**

Universidad Nacional del Santa

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

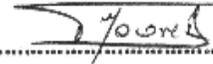
VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO	MEDIACIÓN	Interactúa con los agentes que participan en el proceso enseñanza-aprendizaje.	Trabaja sin dificultad en equipo durante el proceso de la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Interviene activamente en las discusiones verbales durante toda la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Comparte sus ideas o resultados con los demás miembros del aula durante el proceso de la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Posee una actitud crítica y reflexiva.	X		X		X		X		
	INTERNALIZACIÓN	Ensambla conocimientos previos con la nueva	Comprende la nueva información que se le brinda.	X		X		X		X		

		información que se le brinda.	Contrasta la nueva información con lo que ha aprendido anteriormente durante toda la sesión de clase.	X		X		X		X		
	Lenguaje	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes	Traduce a lenguaje matemático el contenido que se le presenta en términos comunes durante el proceso de la sesión de clase.	X		X		X		X		
			Argumenta en términos matemáticos la solución de su problema al momento de compartirlo con la clase.	X		X		X		X		

**OPINION DE LA APLICABILIDAD:**

.....  
*Apta para su respectiva aplicación*  
 .....

Nuevo Chimbote, 20 de noviembre de 2019

.....  
  
 Mg. Teodoro Moore Flores  
 DNI 38763522



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA  
ESCUELA DE POSTGRADO**

**PROGRAMA DE MAestrÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN  
DOCENCIA E INVESTIGACIÓN  
FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS**

**I. DATOS GENERALES**

**1. Título del Proyecto**

Influencia de la Teoría de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

**2. Investigador(a)**

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios

**3. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de la teoría de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

**4. Características de la población**

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 15 años, 17 varones y 13 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática en la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**5. Tamaño de la muestra**

La muestra será intencional, no probabilística constituida por 17 varones y 13 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno"

**6. Denominación del instrumento**

La técnica empleada es la prueba y el instrumento es la prueba objetiva.

**II. DATOS DEL INFORMANTE**

**1. Apellidos y nombres**

Dr. Herón Juan Morales Marchena

**2. Profesión y/o grado académico**

Docente universitario

**3. Institución donde labora**

Universidad Nacional del Santa

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	Traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.	5	✓		✓		✓		✓		
			6	✓		✓		✓		✓		
	Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	1	✓		✓		✓		✓		
			5	✓		✓		✓		✓		
	Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa el significado de la regla de formación o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas	3	✓		✓		✓		✓		
			7	✓		✓		✓		✓		

	Uso de estrategias y procedimientos.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la solución de una ecuación.	8	✓	✓	✓	✓		
			9	✓	✓	✓	✓		
	Argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.	4	✓	✓	✓	✓		
			10	✓	✓	✓	✓		
		Expresa el significado de la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones de representaciones simbólicas.	2	✓	✓	✓	✓		
			10	✓	✓	✓	✓		

OPINION DE LA APLICABILIDAD:

*Apto para ser aplicado.*

Nuevo Chimbote, 19 de noviembre de 2019

  
 Dr. Herón Juan Morales Marchena  
 DNI: 32837715



**UNS**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DEL SANTA

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA**  
**ESCUELA DE POSTGRADO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN**  
**DOCENCIA E INVESTIGACIÓN**  
**FICHA DE JUICIO DE EXPERTOS**

**I. DATOS GENERALES**

**1. Título del Proyecto**

Influencia de la Teoría de la Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno" Nvo. Chimbote – 2019

**2. Investigador(a)**

Br. Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios

**3. Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de la teoría de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky en el aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. "El Nazareno"

**4. Características de la población**

Estudiantes de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" entre las edades de 14 a 15 años, 17 varones y 13 mujeres de condición económica media a baja que presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática en la competencia de resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**5. Tamaño de la muestra**

La muestra será intencional no probabilística constituida por 17 varones y 13 mujeres del cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa particular "El Nazareno"

**6. Denominación del instrumento**

La técnica empleada es la observación y el instrumento la ficha de observación

**II. DATOS DEL INFORMANTE**

**1. Apellidos y nombres**

Dr. Herón Juan Morales Marchena

**2. Profesión y/o grado académico**

Docente universitario

**3. Institución donde labora**

Universidad Nacional del Santa

III. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	INDICADORES DE EVALUACIÓN								
				Redacción clara y precisa		Coherencia con la variable		Coherencia con las dimensiones		Coherencia con los indicadores		OBSERVACIONES
				SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	
ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO	MEDIACIÓN	Interactúa con los agentes que participan en el proceso enseñanza-aprendizaje.	Trabaja sin dificultad en equipo durante el proceso de la sesión de clase.	✓		✓		✓		✓		
			Interviene activamente en las discusiones verbales durante toda la sesión de clase.	✓		✓		✓		✓		
			Comparte sus ideas o resultados con los demás miembros del aula durante el proceso de la sesión de clase.	✓		✓		✓		✓		
	Posee una actitud crítica y reflexiva.	✓		✓		✓		✓				
	INTERNALIZACIÓN	Ensambla conocimientos previos con la nueva	Comprende la nueva información que se le brinda.	✓		✓		✓		✓		

		información que se le brinda.	Contrasta la nueva información con lo que ha aprendido anteriormente durante toda la sesión de clase.	/	✓	/	/		
	Lenguaje	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes	Traduce a lenguaje matemático el contenido que se le presenta en términos comunes durante el proceso de la sesión de clase.	/	✓	/	/		
			Argumenta en términos matemáticos la solución de su problema al momento de compartirlo con la clase.	/	✓	/	/		

**OPINION DE LA APLICABILIDAD:**

*Apto para ser aplicado.*

Nuevo Chimbote, 19 de noviembre de 2019

  
 Dr. Herón Juan Morales Marchena  
 DNI: 32837715

## **ANEXO 04**

### **Fiabilidad del instrumento Ficha de Observación para medir la Zona de Desarrollo Próximo**

#### **Estadísticas de fiabilidad**

Alfa de Cronbach	N de elementos
,847	8

#### **Estadísticas de total de elemento**

	Correlación total de elementos	Alfa de Cronbach de cada elemento
P1	,541	,835
P2	,733	,814
P3	,320	,857
P4	,657	,820
P5	,493	,841
P6	,816	,797
P7	,468	,842
P8	,656	,820

Los resultados obtenidos refieren que existe buena similitud o consistencia interna de los ítems y una aceptable correlación ítem con el total en la variable Zona de Desarrollo Próximo, pues el índice de Alfa de Cronbach resulto 0,847 y la correlación de Pearson  $0,320 \leq r \leq 0,816$ . Por lo tanto, indica que existe una alta aceptación del instrumento ficha de observación.

TESISTA: LIZ HEIDI DEL ROSARIO BEDREGAL RIOS

## RESULTADO DE LA VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

NOMBRE DEL INSTRUMENTO: **Ficha de observación para medir la zona de desarrollo próximo.**

OBJETIVO: Recoger información sobre la zona de desarrollo próximo de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote 2019.

DIRIGIDO A: Estudiantes del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote 2019.

VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Deficiente	Regular	Bueno	Muy bueno	Excelente
			x	

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EVALUADOR: LUIS ALFREDO PAJUELO GONZÁLES

GRADO ACADÉMICO DEL EVALUADOR : MSc. En Estadística Aplicada

  
\_\_\_\_\_  
MSc. Luis Alfredo Pajuelo Gonzáles  
DNI N° 32761325

Nuevo Chimbote, 25 de Noviembre del 2019

## Fiabilidad del instrumento Prueba Objetiva para medir el Aprendizaje de la Matemática

### Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,830	10

### Estadísticas de total de elemento

	Correlación total de elementos	Alfa de Cronbach de cada elemento
I1	,614	,805
I2	,614	,805
I3	,394	,826
I4	,422	,825
I5	,394	,826
I6	,614	,805
I7	,614	,805
I8	,642	,801
I9	,422	,825
I10	,458	,822

Los resultados obtenidos refieren que existe buena similitud o consistencia interna de los ítems y una aceptable correlación ítem con el total en la variable Aprendizaje de la Matemática, pues el índice de Alfa de Cronbach resulto 0,830 y la correlación de Pearson  $0,394 \leq r \leq 0,642$ . Por lo tanto, indica que existe una alta aceptación del instrumento prueba objetiva.

TESISTA: LIZ HEIDI DEL ROSARIO BEDREGAL RIOS

## RESULTADO DE LA VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

NOMBRE DEL INSTRUMENTO: Prueba Objetiva para medir el Aprendizaje de la Matemática.

OBJETIVO: Recoger información sobre el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote 2019.

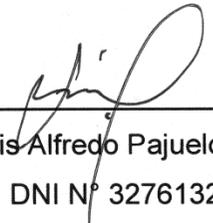
DIRIGIDO A: Estudiantes del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote 2019.

VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Deficiente	Regular	Bueno	Muy bueno	Excelente
			x	

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EVALUADOR: LUIS ALFREDO PAJUELO GONZÁLES

GRADO ACADÉMICO DEL EVALUADOR : MSc. En Estadística Aplicada

  
\_\_\_\_\_  
MSc. Luis Alfredo Pajuelo Gonzáles  
DNI N° 32761325

Nuevo Chimbote, 25 de Noviembre del 2019

**DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN, EJECUCIÓN Y EVALUACIÓN DE SESIONES DE APRENDIZAJE BASADAS EN LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY**

La Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky se implementa con el objetivo de mejorar el aprendizaje de la matemática en los alumnos del 4to grado de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” en el año 2019. La planificación de los temas consiste en 12 sesiones, con un 30% de teoría y 70% práctico, con una duración estimada de 36 horas pedagógicas.

**1.1.FUNDAMENTOS**

**1.1.1. Teoría Sociocultural de Lev Vigotsky**

Vigotsky plantea que el individuo, desde que nace , se encuentra influenciado por lo que lo rodea transformándolo y convirtiendo al sujeto, al mismo tiempo, en transformador de la sociedad; dicha concepción nace de su estudio del desarrollo del ser humano como parte de un todo, las relaciones que establece a lo largo de su vida las hace mediante la interacción con el medio y con otros individuos ; así también, establece la presencia de mediadores los cuales se dividen en herramientas y signos, las herramientas, permiten tener contacto con el exterior y los signos que interiorizan el mundo. Vigotsky plantea que en el desarrollo existen zonas bien marcadas durante el proceso de aprendizaje que son la Zona de Desarrollo Real, donde el estudiante ya tiene fijado sus conocimientos; la Zona de Desarrollo Próximo, que es la distancia entre el nivel real del desarrollo y el nivel de desarrollo potencial y la Zona de Desarrollo Potencial que está determinado por aquello que el estudiante puede realizar con ayuda.

## 1.2. PRINCIPIOS

- 1.2.1. Principio de división de actividades:** Dividir las actividades en tareas más pequeñas, las tareas son progresivas en dificultad y se basan en lo que los estudiantes ya saben para superar los obstáculos.
- 1.2.2. Principio de mediación:** Los estudiantes interactúan entre sí y con el docente quien les proporciona los conocimientos, la interacción estimula a los procesos mentales que definirán los aprendizajes.
- 1.2.3. Principio de Internalización:** Es la transformación de las acciones externas en acciones internas de carácter psicológico.
- 1.2.4. Principio del lenguaje:** El uso del lenguaje van unidos a la configuración y desarrollo de los procesos mentales superiores, permite la interiorización y la formación de los procesos cognitivos como la memoria, abstracción, razonamiento, etc. El lenguaje permite dominar el ambiente.
- 1.2.5. Principio de traducción:** Es la representación de datos y condiciones a una expresión o modelo que reproduzca las relaciones entre los términos de la expresión.
- 1.2.6. Principio de uso de procedimientos y estrategias:** La habilidad para reconocer y formular las estrategias que permitan resolver problemas eficazmente.
- 1.2.7. Principio de argumentación:** Capacidad que permite conectar los elementos de un problema e inferir a partir de ellos, justificar los datos encontrados y las soluciones que se puedan hallar.

## 1.3. OBJETIVOS

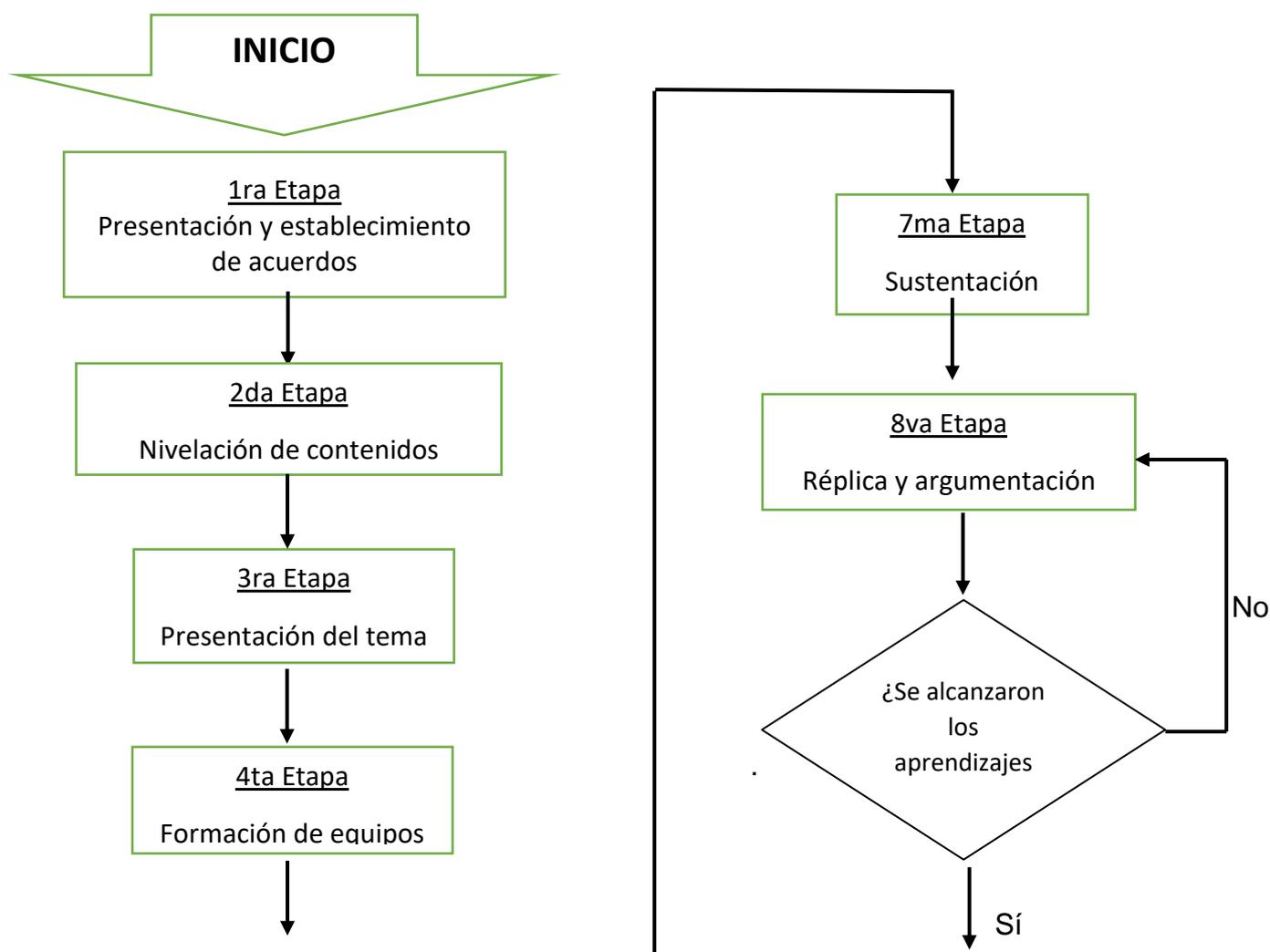
### 1.3.1. Objetivo general

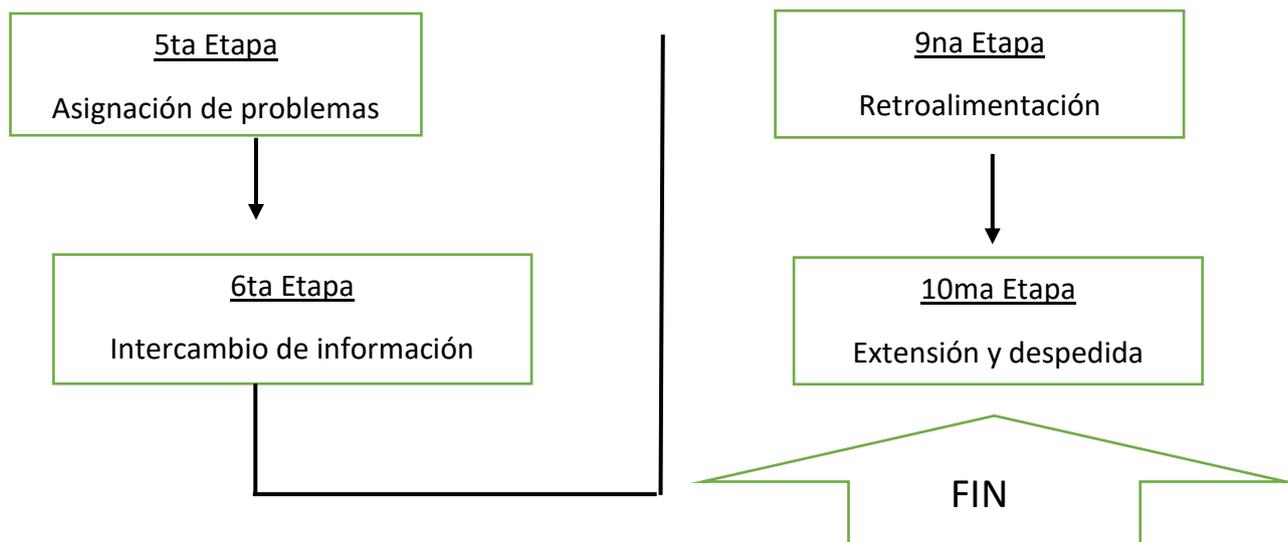
- Mejorar el nivel de aprendizaje de la matemática en alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote – 2019.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Perfeccionar la capacidad de traducir datos y condiciones a expresiones algebraicas de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote—2019.
- Optimizar la capacidad de comunicar la comprensión sobre las relaciones algebraicas de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote—2019.
- Desarrollar la capacidad de usar estrategias y procedimientos para resolver ejercicios y problemas de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote—2019.
- Reforzar la capacidad de argumentación sobre relaciones de cambio y equivalencia de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la I.E.P. “El Nazareno” – Nvo. Chimbote—2019.

### 1.4. DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA





## 1.5. DESCRIPCIÓN DEL DISEÑO

- 1.5.1. 1<sup>ra</sup> Etapa — Presentación y establecimiento de acuerdos:** En esta etapa el docente saluda y determina los acuerdos dentro de los cuales se desarrollarán las clases, a medida que avanzan las sesiones el docente puede combinar dinámicas sencillas dentro de la presentación.
- 1.5.2. 2<sup>da</sup> Etapa — Nivelación de contenidos:** En esta etapa el docente evalúa y nivela los saberes previos que los alumnos deben poseer antes de ingresar al nuevo tema mediante preguntas dirigidas para este fin.
- 1.5.3. 3<sup>ra</sup> Etapa — Presentación del tema:** El docente explica el propósito de la sesión, así como explica las bases teóricas del tema, y resuelve ejercicios/problemas modelos, de menor a mayor complejidad, de manera amena y dinámica.
- 1.5.4. 4<sup>ta</sup> Etapa — Formación de equipos:** El docente forma los grupos de trabajo 5 equipos de 4 y 2 equipos de 3. Cada grupo puede tener un nombre si lo desea, cada integrante tiene una labor diferenciada: el jefe de equipo quien se encarga de mantener centrado al grupo y consulta sus dudas con el docente si fuera necesario; el graficador, quien se encarga de transcribir lo que han resuelto dentro del grupo; el

expositor, que se encarga de explicar cómo han resuelto el problema y el resultado al que han llegado y el defensor, quien es el que aclara las dudas del aula luego de la exposición y argumenta en que otros casos podrían usarse las estrategias utilizadas.

- 1.5.5. 5<sup>ta</sup> Etapa — Asignación de problemas:** A cada equipo de trabajo se le asigna un problema o ejercicio a desarrollar de manera grupal.
- 1.5.6. 6<sup>ta</sup> Etapa — Intercambio de información:** Los estudiantes comparten, dentro de sus grupos de trabajo, la información que manejan sobre el tema, lo que han entendido de lo resuelto por el profesor, sus dudas y a las conclusiones a las que llegan.
- 1.5.7. 7<sup>ma</sup> Etapa — Sustentación:** Los estudiantes escriben la resolución de su problema y el expositor explica la forma como se ha resuelto un problema.
- 1.5.8. 8<sup>va</sup> Etapa — Réplica y argumentación:** El estudiante defensor sale al frente del aula y responde las dudas que se presentan en clase, argumentando el uso de las estrategias elegidas y otras posibles aplicaciones de dichos procedimientos. En esta etapa el docente hace las preguntas pertinentes para verificar si se alcanzaron los aprendizajes esperados, en caso de no haber logrado dichos aprendizajes se vuelve a explicar aquellos puntos del problema o ejercicio que no se entendieron por completo.
- 1.5.9. 9<sup>na</sup> Etapa — Retroalimentación:** El docente aclara algunos puntos del tema y plantea interrogantes para evaluar el nivel de aprendizaje logrado.
- 1.5.10. 10<sup>ma</sup> Etapa – Extensión y despedida:** El docente y los estudiantes crean un problema con las características del tema tratado poniendo de manifiesto su comprensión total de la clase, así mismo el docente brinda las indicaciones para la resolución de la extensión y se despide felicitando a los alumnos por el trabajo realizado.

## 1.6. CONCRECIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

La aplicación de la Zona de Desarrollo Próximo consiste en 12 sesiones, de 3 horas pedagógicas cada una, que incluyen 1 hora teórica y 2 prácticas en cada una.

- 1.6.1. **Primera Sesión:** Planteo de ecuaciones I.
- 1.6.2. **Segunda Sesión:** Planteo de ecuaciones II: Sistema de ecuaciones.
- 1.6.3. **Tercera Sesión:** Problemas con edades.
- 1.6.4. **Cuarta Sesión:** Planteo de inecuaciones.
- 1.6.5. **Quinta Sesión:** Progresiones: Clasificación y ley de formación.
- 1.6.6. **Sexta Sesión:** Progresiones aritméticas: Aplicaciones
- 1.6.7. **Sétima Sesión:** Progresiones geométricas y cuadráticas: Aplicaciones.
- 1.6.8. **Octava Sesión:** Factoriales.
- 1.6.9. **Novena Sesión:** Análisis Combinatorio: Permutaciones y aplicación.
- 1.6.10. **Décima Sesión:** Análisis Combinatorio: Combinación, variación y aplicaciones.
- 1.6.11. **Onceava Sesión:** Probabilidad I: Diagramas.
- 1.6.12. **Doceava Sesión:** Probabilidad II: aplicaciones.

**ANEXO 06 Y 07**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 01**

<b>TÍTULO</b>	Expresamos situaciones diarias matemáticamente	
<b>UNIDAD: III</b>	<b>SA Nº : 1</b>	<b>Fecha:</b> 26 de noviembre
<b>CICLO: VII</b>	<b>Grado:</b> 4to	<b>Sección:</b> única
<b>DOCENTE</b>	Liz Heidi Bedregal Rios	
<b>PRÓPOSITO DE LA SESIÓN:</b>	Resuelve problemas con ecuaciones de manera eficiente.	

<b>Competencia</b>	<b>Capacidades</b>	<b>Desempeño</b>
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas. Resuelve problemas que requieran el uso de ecuaciones, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.
<b>Enfoque transversal</b>	<b>Acciones observables</b>	
<b>Atención a la diversidad</b>	Docentes y estudiantes respetan y toleran a todos y cada uno evitando cualquier forma de discriminación.	
<b>Interculturalidad</b>	Los docentes y estudiantes acogen con respeto a todos, sin menospreciar ni excluir a nadie por razones de creencias, costumbres o manera de hablar.	
<b>Género</b>	Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres.	

<b>Antes de la sesión</b>	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se usarán en esta sesión?</b>
Revisar bibliografía actualizada referente a planteo de ecuaciones. Repasar las actividades a realizar , antes de empezar la clase para evitar retrasos o prever imprevistos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pizarra</li> <li>- Plumones</li> <li>- Guías</li> </ul>

<b>INICIO</b>	<b>30 MINUTOS</b>
<b>En clase</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: normas del trabajo en aula y formación de equipos</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Cómo conceptualizan una ecuación?, ¿Qué es lo más difícil de plantear ecuaciones?, ¿Qué palabra o palabras te guían a pensar que un problema se resuelve con ecuaciones?</li> <li>- El docente explica tres problemas básicos que involucran plantear ecuaciones.</li> </ul>	

- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.	
<b>DESARROLLO</b>	<b>90 MINUTOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>CIERRE</b>	<b>15 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿Podríamos crear un problema que presente ecuaciones?.</li> <li>- El docente y los estudiantes crean un problema e identifican las variables y las conexiones entre dichas variables dentro del problema.</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>EVALUACIÓN</b>		
<b>DESEMPEÑOS PRECISADOS</b>	<b>EVIDENCIAS</b>	<b>INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN</b>
1. Traduce datos a expresiones algebraicas. 2. Comunica su comprensión sobre el problema planteado 3. Intercambia información con sus compañeros. 4. Discrimina estrategias y procedimientos para resolver un problema. 5. Expone y argumenta frente al aula la estrategia usada.	<b>Intangibles</b> Transmite lo aprendido a toda la clase.	Ficha de observación Registro de notas
	<b>Tangibles</b> Escribe en la pizarra los procedimientos en la resolución de un problema.	



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 01

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.

Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.

Resuelve problemas que requieran el uso de ecuaciones, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas

### PLANTEO DE ECUACIONES

#### **Definición de ecuación**

Se llama así a la igualdad que contiene por lo menos una variable a la cual llamaremos incógnita. Los valores de las incógnitas que satisfacen a la ecuación dada se llaman soluciones o raíces de la ecuación.

Para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades, basta con traducir dicho problema del lenguaje cotidiano, al idioma algebraico.

En esta parte se deberá de desarrollar la forma de razonar ante una información textual y se tratará de expresar ésta, en una ecuación a través del raciocinio y la lógica, para luego mediante transformaciones llegar a la solución adecuada.

#### **EJEMPLOS :**

1. Ana tiene el doble de lo que tiene Luisa en dinero, luego Ana le prestó cierta suma a Luisa, por lo que ahora Luisa tiene el triple de lo que le queda a Ana. Si el préstamo que pidió Luisa excede en S/. 6 a lo que tenía inicialmente, ¿Con cuánto se quedó Ana?

2. Luís y José hicieron una apuesta respecto a quien gana en Dota II, ambos derribaron edificios y castillos. Los edificios poseen dos columnas salientes y los castillos 4 Luis derribó el doble de edificios de lo que derribo castillos. José derribó tantos castillos como Luis. Si entre los dos derribaron 21 construcciones, con un total de 54 columnas. ¿Cuántos edificios derribó José?

#### **PRÁCTICA**

1. La película Endgame dura "a" minutos, si la veo en dos partes. La parte menor dura  $\frac{1}{4}$  del tiempo total, luego, con la parte mayor se repite el procedimiento ¿Cuanto durará el metraje más largo?

2. Una persona inicialmente toma 16 metros de un varilla. Luego toma  $\frac{2}{3}$  del resto y observa que ambas partes tienen la misma longitud. Hallar la longitud total de la varilla

3. Para la sala de un teatro, se había proyectado ordenar “n” filas de 16 butacas cada una pero resultaron los asientos demasiados separados y las filas muy largas. Se distribuyeron entonces el mismo número de butacas aumentando tres filas y disminuyendo 2 butacas en cada fila. ¿Cuál es el número de butacas?

4. En uno de sus recorridos, un microbusero recaudo S/. 200, habiéndose distribuido 120 boletos entre pasaje entero y medio pasaje el primero cuesta S/.2 cada uno y el segundo S/.1 cada uno. Determinar, cuántos de los pasajeros eran universitarios sabiendo que supera en ocho al número de niños y éstos también pagan medio pasaje al igual que universitarios.

5. En el Perú, un exportador compró café por S/.8400 y té por S/.7200, habiendo comprado 60 kg más de té que de café. ¿Cuánto pagó por el kilogramo de café, si este cuesta S/. 8 más que un kilogramo de té?

6. En una academia de secretariado las alumnas de la mañana pagan S/. 80 mensuales y las de la tarde S/.65 mensuales. Si la Directora ha recibido un total de S/.4080 correspondiente al mes de Agosto y además las alumnas de la tarde

son 7 más que las del turno mañana. Hallar cuántas alumnas hay en total

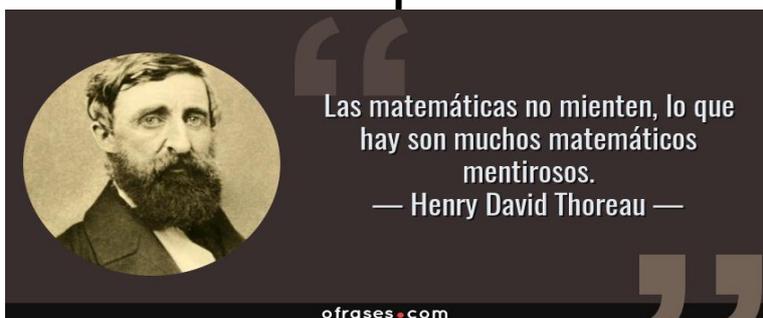
7. Un profesor tenía una determinada cantidad de dinero, de su esfuerzo en tan digna labor. El primer mes gastó 100 soles y aumentó a lo que quedaba un tercio de este resto. El mes siguiente volvió a gastar 100 soles y aumentó la cantidad restante un tercio de ellas. El tercer mes gastó otra vez 100 soles y agregó la tercera parte de lo que quedaba. Si el dinero que al final le quedó es una vez más de lo que tenía al inicio. Hallar ¿Cuál fue su dinero inicial?

### EXTENSIÓN

1. Lo que cobra y gasta un profesor suma S/600, lo que gasta y lo que cobra está en relación de 2 a 3. ¿En cuánto tiene que disminuir el gasto para que dicha relación sea de 3 a 5?

2. Con el dinero que tengo puedo comprar 20 libros u 80 cuadernos, si al final compré 8 libros. ¿Cuántos cuadernos puedo comprar con el dinero que me queda?

3. Disminuyendo una misma cantidad a los dos términos de la fracción propia  $\frac{a}{b}$ , resuelta la fracción  $\frac{b}{a}$ . ¿Cuál es aquella cantidad?



**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02**

<b>TÍTULO</b>	Profundizamos nuestros conocimientos sobre ecuaciones	
<b>UNIDAD: III</b>	<b>SA N° : 2</b>	<b>Fecha: 28 de noviembre</b>
<b>CICLO: VII</b>	<b>Grado: 4to</b>	<b>Sección: única</b>
<b>DOCENTE</b>	Liz Heidi Bedregal Rios	
<b>PRÓPOSITO DE LA SESIÓN:</b>	Resuelve problemas ecuaciones	

<b>Competencia</b>	<b>Capacidades</b>	<b>Desempeño</b>
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas. Resuelve problemas que requieran plantear ecuaciones, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.
<b>Enfoque transversal</b>	<b>Acciones observables</b>	
<b>Enfoque de derechos.</b>	Docentes y estudiantes reconocen y valoran los derechos individuales y colectivos que tenemos las personas.	
<b>Interculturalidad</b>	Los docentes y estudiantes acogen con respeto a todos, sin menospreciar ni excluir a nadie por razones de creencias, costumbres o manera de hablar.	
<b>Género</b>	Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres.	

<b>Antes de la sesión</b>	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se usarán en esta sesión?</b>
Revisar bibliografía actualizada referente a sistema de ecuaciones. Reparar las actividades a realizar , antes de empezar la clase para evitar retrasos o prever imprevistos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pizarra</li> <li>- Plumones</li> <li>- Guías</li> </ul>

<b>INICIO</b>	<b>30 MINUTOS</b>
<b>En clase</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: normas del trabajo en aula y formación de equipos</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Qué elementos contiene una ecuación?, ¿Qué es lo más difícil de reconocer una ecuación?, ¿Qué palabra o palabras te guían a pensar que un problema se resuelve con ecuaciones?</li> <li>- El docente explica tres problemas básicos que involucran plantear ecuaciones dentro de problemas más complejos.</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.</li> </ul>	

<b>DESARROLLO</b>	<b>90 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función. Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>CIERRE</b>	<b>15 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿Podríamos crear un problema que presente sistema de ecuaciones?.</li> <li>- El docente y los estudiantes crean un problema e identifican las variables y las conexiones entre dichas variables dentro del problema.</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>EVALUACIÓN</b>		
<b>DESEMPEÑOS PRECISADOS</b>	<b>EVIDENCIAS</b>	<b>INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN</b>
1. Traduce datos a expresiones algebraicas. 2. Comunica su comprensión sobre el problema planteado 3. Intercambia información con sus compañeros. 4. Discrimina estrategias y procedimientos para resolver un problema. 5. Expone y argumenta frente al aula la estrategia usada.	<p><b>Intangibles</b>            Transmite lo aprendido a toda la clase.</p>	Ficha de observación Registro de notas
	<p><b>Tangibles</b>            Escribe en la pizarra los procedimientos en la resolución de un problema.</p>	



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 02

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.

Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.

Resuelve problemas que requieran el uso de ecuaciones, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.

### PLANTEO DE ECUACIONES II

1. Tú tienes dos veces lo que yo tengo y él tiene dos veces más de lo que tú tienes. Si la suma de lo que tenemos los tres excede en S/. 45 al doble de lo que tienes. ¿Cuánto tengo?

2. Esteban le dice a Luciana: Mi puntaje en el examen de orientación vocacional excede al cuadrado más próximo en 30 unidades y es excedido por el siguiente cuadrado en 29 unidades. Dime la suma de las cifras de mi puntaje.

### PRÁCTICA

1. El dios del trueno Thor, es un hombre dominado por su esposa (sin alusiones personales) , un día ella le dice: dame 30 paquetes de ambrosía y tendré tanto como tú tengas, pero si te doy 40 paquetes, tú tendrás el triple de lo que yo tengo. ¿Cuántos paquetes tienes?
2. Se tienen 600 mini panetones para ser distribuidos en partes iguales a un grupo de estudiantes del colegio. Si se retiran 5 alumnos, los restantes reciben 4 mini

panetones más. ¿Cuántos estudiantes había inicialmente?

3. Si el exceso de  $x$  sobre  $y$  es un factor, del exceso de  $c$  sobre  $a$  y el otro factor, es factor del exceso de  $a^2$  sobre  $c^2$ . Indique ¿Cuál es el otro factor de  $a^2$  sobre  $c^2$ ?
4. Para el encuentro Perú – Chile se han vendido cierto número de entradas por 200 soles. Si el precio por boleto hubiese sido dos soles menos se hubiera vendido 5 entradas más por el mismo precio. ¿Cuántas entradas se vendió?
5. El largo de un rectángulo es el doble de un número más tres y el ancho es el exceso de cinco sobre el duplo del número. ¿Cuál es la máxima área del rectángulo?
6. ¿Cuántas personas cumplen con la siguiente condición respecto a su edad: al doble de su edad se le aumenta su edad disminuido en 8, se obtiene el triple, del número disminuido en 6, más cuatro?
7. ¿Cuál es el número negativo que sumado con su inverso, da igual resultado que el doble de su inverso, disminuido en el número?

### EXTENSIÓN

1. El cuádruplo de lo que yo tengo, aumentado en 3 equivale al triple, de lo que tengo aumentado en uno, más el número. Halle el número.
2. El producto de tres números enteros consecutivos es igual a 600 veces el primero. ¿Cuál es la suma de dichos números?
3. Luego de terminar el colegio, y antes de ingresar a una banda de rock, Alain se dedica a trabajar y gana el primer mes 7 soles, el segundo mes le duplicarlo el sueldo, el tercer mes le pagan el triple de lo que ganaba inicialmente, al cuarto mes lo despiden por dormilón y le pagan lo del primer mes. ¿Cuánto ganó en los 4 meses?

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03**

<b>TÍTULO</b>	Problemas con edades	
<b>UNIDAD: III</b>	<b>SA N° : 3</b>	<b>Fecha:</b> 30 de noviembre
<b>CICLO: VII</b>	<b>Grado:</b> 4to	<b>Sección:</b> única
<b>DOCENTE</b>	Liz Heidi Bedregal Rios	
<b>PRÓPOSITO DE LA SESIÓN:</b>	Resuelve problemas con edades de manera eficiente.	

<b>Competencia</b>	<b>Capacidades</b>	<b>Desempeño</b>
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas. Resuelve problemas con edades, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.
<b>Enfoque transversal</b>	<b>Acciones observables</b>	
<b>Enfoque de derechos.</b>	Docentes y estudiantes reconocen y valoran los derechos individuales y colectivos que tenemos las personas.	
<b>Orientación al bien común.</b>	Los docentes y estudiantes comparten los bienes disponibles para ellos en el aula con sentido de equidad y justicia.	
<b>Género</b>	Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres.	

<b>Antes de la sesión</b>	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se usarán en esta sesión?</b>
Revisar bibliografía actualizada referentes a problemas con edades. Repasar las actividades a realizar , antes de empezar la clase para evitar retrasos o prever imprevistos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pizarra</li> <li>- Plumones</li> <li>- Guías</li> </ul>

<b>INICIO</b>	<b>30 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: normas del trabajo en aula y formación de equipos</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Cómo conceptualizan un problema con edades?, ¿Qué es lo más difícil de plantear un problema que involucra edades?, ¿Qué palabra o palabras te guían a pensar que un problema se refiere a edades?</li> <li>- El docente explica dos problemas básicos que involucran problemas con edades.</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.</li> </ul>	

<b>DESARROLLO</b>	<b>90 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>CIERRE</b>	<b>15 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿Podríamos crear un problema que involucre edades?.</li> <li>- El docente y los estudiantes crean un problema e identifican las variables y las conexiones entre dichas variables dentro del problema.</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>EVALUACIÓN</b>		
<b>DESEMPEÑOS PRECISADOS</b>	<b>EVIDENCIAS</b>	<b>INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN</b>
1. Traduce datos a expresiones algebraicas. 2. Comunica su comprensión sobre el problema planteado 3. Intercambia información con sus compañeros. 4. Discrimina estrategias y procedimientos para resolver un problema. 5. Expone y argumenta frente al aula la estrategia usada.	<p><b>Intangibles</b>            Transmite lo aprendido a toda la clase.</p>	Ficha de observación Registro de notas
	<p><b>Tangibles</b>            Escribe en la pizarra los procedimientos en la resolución de un problema.</p>	



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 03

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.

Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.

Resuelve problemas con edades, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.

### PROBLEMAS SOBRE EDADES

Este tema es la continuación del tema anterior pero aplicado a descubrir incógnitas referentes a situaciones con edades, para lo cual tendremos que distinguir elementos como sujetos, tiempos y condiciones en cada problema.

#### 1er Caso

CUANDO INTERVIENE LA EDAD DE UN SOLO SUJETO.

Dentro de 12 años miss Heidi tendrá el doble de la edad que tenía hace 3 años. ¿Hace cuántos años tenía la tercera parte de la edad que tendrá dentro de 6 años?

#### 2do Caso

CUANDO INTERVIENEN DOS O MÁS SUJETOS.

Jorge le dice a María: "Cuando yo tenga la edad que tú tienes, tu edad será 2 veces la edad que tengo y sabes que cuando tenía 10 años; tú tenías la edad que tengo. ¿Cuánto suman las edades actuales de Jorge y de María?"

### PRÁCTICA

1. A Carlos le preguntaron por su edad, este aficionado a los números y acertijos respondió: "Si al triple de la edad que tendré dentro de 3 años le restan el triple de la edad que tuve hace 3 años obtienen mi edad". ¿Cuántos años tiene Carlos?
2. Si la edad de un padre con la de su hijo suman 88 años, y hace 12 años la edad

del padre era el triple de la edad del hijo. Determinar la edad del hijo hace 4 años.

3. Un padre le dice a su hijo: ahora tu edad es un quinto de la mía y hace 5 años no era más que la novena parte. ¿Cuántos años tiene el padre?
4. Pepe le dice a Eduardo: “Tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes, pero cuando tú tengas la edad que yo tengo, la suma de nuestras edades será de 63 años”. ¿Cuántos años tiene Pepe?
5. Las edades de tres amigos son  $(2x + 9)$ ,  $(x - 1)$  y  $(x + 2)$  años respectivamente. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la suma de las edades de los últimos sea igual a la edad del primero?
6. José le dice a Elena; “si al triple de mi edad se le quita 16 años, tendría lo que me falta para tener 88 años”. Elena le responde: “si al triple de la edad que tendré dentro de 4 años le sumo el cuádruple de la edad que tenía hace 9 años, resultará el séxtuplo de mi edad”. ¿Cuánto suman sus edades?
7. Cuando a Paola se le pregunta por la edad de su Hamstercito, responde: “Hace 2 meses tenía la tercera parte de los meses que tendrá dentro de 4 meses”. ¿Dentro de cuántos meses cumplirá el quíntuplo de los meses que tiene?

### EXTENSIÓN

1. Diana tendrá cinco veces la edad que hace 9 años tenía, dentro de 55 años. ¿Cuándo cumplirá un cuarto de siglo de vida?
2. Diana le dice a Carolina: “La suma de nuestras edades es 46 y tu edad es el triple de la edad que tenías, cuando yo tenía el triple de la edad que tuviste cuando yo nací”. Hallar la edad actual de Carolina.
3. Al preguntarle a Diana por su edad respondió: “Si el año en que cumplí los 15 años le agregan el año en que cumplí los 18 y su a este resultado le restan la suma del año en que nací con el año actual, obtendrán 13”. ¿Cuál es la edad de Diana?

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04

<b>TÍTULO</b>	PROBLEMAS CON INECUACIONES	
<b>UNIDAD: III</b>	<b>SA N° : 1</b>	<b>Fecha:</b> 3 de diciembre
<b>CICLO: VII</b>	<b>Grado:</b> 4to	<b>Sección:</b> única
<b>DOCENTE</b>	Liz Heidi Bedregal Rios	
<b>PRÓPOSITO DE LA SESIÓN:</b>	Soluciona problemas con inecuaciones de manera segura.	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Expresa el significado de la solución de una inecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas. Resuelve problemas con inecuaciones, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.
<b>Enfoque transversal</b>	<b>Acciones observables</b>	
<b>Búsqueda de la excelencia</b>	Docentes y estudiantes utilizan sus cualidades y recursos al máximo posible para cumplir con éxito las metas que se proponen a nivel personal y colectivo.	
<b>Interculturalidad</b>	Los docentes y estudiantes acogen con respeto a todos, sin menospreciar ni excluir a nadie por razones de creencias, costumbres o manera de hablar.	
<b>Género</b>	Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres.	

Antes de la sesión	
¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?	¿Qué recursos o materiales se usarán en esta sesión?
Revisar bibliografía actualizada referente a inecuaciones. Repasar las actividades a realizar , antes de empezar la clase para evitar retrasos o prever imprevistos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pizarra</li> <li>- Plumones</li> <li>- Guías</li> </ul>

INICIO	30 MINUTOS
<b>En clase</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: normas del trabajo en aula y formación de equipos</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Cómo conceptualizan una inecuación?, ¿Qué es lo más difícil de plantear inecuaciones?, ¿Qué palabra o palabras te guían a pensar que un problema se resuelve con inecuaciones?</li> <li>- El docente explica dos problemas básicos que involucran plantear inecuaciones.</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.</li> </ul>	

<b>DESARROLLO</b>	<b>90 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>CIERRE</b>	<b>15 MINUTOS</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿Podríamos crear un problema con inecuaciones?</li> <li>- El docente y los estudiantes crean un problema e identifican las variables y las conexiones entre dichas variables dentro del problema.</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>EVALUACIÓN</b>		
<b>DESEMPEÑOS PRECISADOS</b>	<b>EVIDENCIAS</b>	<b>INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Traduce datos a expresiones algebraicas.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre el problema planteado</li> <li>3. Intercambia información con sus compañeros.</li> <li>4. Discrimina estrategias y procedimientos para resolver un problema.</li> <li>5. Expone y argumenta frente al aula la estrategia usada.</li> </ol>	<p><b><u>Intangibles</u></b> Transmite lo aprendido a toda la clase.</p>	<p>Ficha de observación Registro de notas</p>



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 04

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes.  
Expresa el significado de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.  
Resuelve problemas con inecuaciones, expresando oralmente y por escrito las estrategias usadas en la resolución.

### PROBLEMAS CON INECUACIONES

#### INECUACIÓN

Es la desigualdad existente entre dos expresiones algebraicas, conectadas a través de los signos: mayor que  $>$ , menor que  $<$ , menor o igual que  $\leq$ , así como mayor o igual que  $\geq$ , en la que aparecen ciertos valores llamados incógnitas que cumplen ciertas condiciones. Dicha desigualdad entre las dos expresiones algebraicas sólo se verifica para determinados valores de la incógnita.

Dicha desigualdad puede tener la siguiente forma:

$$ax + b > 0 \quad \text{ó} \quad ax + b \geq 0$$

$$ax + b < 0 \quad \text{ó} \quad ax + b \leq 0$$

o toda aquella que pueda transformarse en una de las cuatro anteriores se denomina "desigualdad de primer grado" con una incógnita.

Darle solución a una inecuación significa determinar el valor que la satisfaga.

El número 2 es solución de  $3x - 8 < 0$ , puesto que :

$$3 \cdot 2 - 8 < 0 \Rightarrow -2 < 0$$

#### **EJEMPLOS:**

1. Un número natural es tal que, la cuarta parte del número natural anterior, es menor que 10, además, la cuarta parte del número natural siguiente es más que 10. ¿Cuál será la octava parte de dicho número?
2. Se desea saber el mayor número de alumnos seleccionados para ir a ver BTS, si al doble del número de éstos se le disminuye en 7, el resultado es mayor que 29 y si al triple se le disminuye en 5,

el resultado es menor que el doble del número aumentado en 16.

### **PRÁCTICA**

1. Un estudiante debe mantener su promedio final en cinco exámenes de 80% a 89% para obtener un nota final de B en el curso de Razonamiento Matemático. Si en los primeros cuatro exámenes obtuvo calificaciones de 96%, 70%, 81% y 95%, ¿Qué calificación deberá obtener en el examen final para obtener una nota de B?

2. Cuando veo a mi crush, mi temperatura se eleva de la emoción, pero como él es extranjero su temperatura la mide en grados Fahrenheit y la mía en grados Centígrados los cuales guardan la siguiente relación:

$C = \left(\frac{5}{9}\right)(F - 32)$ . ¿A qué temperatura Fahrenheit corresponderá una temperatura en escala Centígrada que se encuentra entre  $40^\circ$  y  $50^\circ$ ?

3. Hallar la edad de mi profesora sabiendo que la tercera parte de la edad que tenía el año pasado, disminuido en 10, es mayor que 14 y que la cuarta parte de la edad que tendrá el año siguiente aumentado en una decena, es menor que 29.

4. Se tienen dos números de la forma  $(3x + 2)$  y  $(3x + 4)$ , tales que los cuatro séptimos del menor de ellos, disminuido en los tres octavos del mayor, no resulta menor que 2. Hallar el menor valor que puede tomar "x"

5. Tres números enteros consecutivos son tales que la mitad del menor de ellos,

más la tercera parte del medio, agregado en la cuarta parte del mayor, resulta mayor que 16. ¿Cuál será la suma de los tres menores enteros consecutivos que cumplen esta condición?

6. Para poder independizarme cree mi propio negocio de venta para ello adquirí cierto número de relojes de los que vendió 70 y me quedaron más de la mitad; al día siguiente me devolvieron 6, pero logré vender 36, después de lo cuál me quedaron menos de 42. ¿Cuántos artículos formaban el lote?

7. Como el ser profesor no cubre todos mis gastos, me dedico a vender libros, vendo 1000 libros y me quedan más de la mitad de los que tenía. Si luego vendo 502 me quedan menos de 500. ¿Cuántos libros tenía para vender?

### **EXTENSIÓN**

1. Entre 3 cazadores A, B y C reúnen más de 8 perros, B piensa adquirir 4 perros más, con lo que tendría más perros que entre A y C juntos. Se sabe que B tiene menos perros que C y los que éste tiene no llegan a 5. ¿Cuántos perros tiene cada cazador?
2. Un padre dispone de S/. 320 para ir a un evento deportivo con sus hijos, si toma entradas de S/. 50 le falta dinero y si las toma de S/. 40, le sobra dinero. ¿Cuál es el número de hijos?
3. Para la confección de la parte final de un libro habían cierto número de problemas, se duplicó este número y se eliminaron 39 problemas porque eran muy sencillos, de este modo quedaron menos de 65 problemas. Si se hubiera triplicado el número original de problemas y eliminando luego 70 por considerarlos repetidos en capítulos anteriores. ¿Cuántos problemas habían inicialmente?

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 05

<b>TÍTULO</b>	<b>SUCESIONES Y LEY DE FORMACIÓN</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 05</b>	<b>FECHA: 5 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Comprender y argumentar el uso de la ley de formación en sucesiones.	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Expresa el significado de: la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
INCLUSIVO O DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	Los estudiantes exponen sus ideas frente a sus compañeros de equipo sin temor a ser rechazado. Los estudiantes prestan atención a las ideas de todos los integrantes de grupo con respeto.	
INTERCULTURAL	Los estudiantes apoyan a sus compañeros al momento de la argumentación de sus resoluciones sin hacer distinciones.	

Antes de la sesión	¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?
<p style="text-align: center;"><b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b></p> Revisión bibliográfica actualizada referente a sucesiones y ley de formación. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Pizarra Plumones Papelógrafos

Inicio	30 minutos
<p><b>En clase:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: . normas del trabajo en aula y formación de equipos</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema para lo cual les pone un ejemplo a modo de motivación, sobre el suceso de que la plataforma visual NEFTLIX desaparezca, los estudiantes reflexionan sobre las diferentes situaciones que se le presentarían respecto a lo que harían con el tiempo libre que tendrían.</li> </ul> <p>Los estudiantes conversan sobre la cadena de eventos en su vida a partir de esa situación y el docente presenta el tema a partir del ejemplo dado comparando cada elemento de una sucesión con la cadena de eventos hipotéticos que los alumnos presentan.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Cómo conceptualizan una sucesión?, ¿Qué palabra o palabras te guían a pensar que en un problema existe una sucesión?</li> <li>- El docente explica dos problemas básicos que involucran ley de formación de sucesiones.</li> </ul>	

- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.	
<b>Desarrollo</b>	<b>90 minutos</b>
<p><b>En clase:</b></p> <p><b>El docente explica el tema y resuelve ejercicios modelo.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Cierre</b>	<b>15 minutos</b>
<p><b>Actividad:</b> Compartimos nuestras emociones</p> <p>El docente invita a los estudiantes a pararse y expresar lo que más les disgusta dentro del aula fomentando así el compañerismo y la empatía.</p> <p>El docente explica la importancia de la empatía en nuestras vidas y su implicancia en las relaciones con los miembros de su familia, colegio y comunidad.</p> <p>Los docentes junto a los alumnos reflexionan sobre los cambios que ocurrirían si todos mostráramos empatía.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
Argumenta la ley de formación. Se expresa usando lenguaje matemático. Expone con confianza y seguridad.	<p><b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros.</p> <p><b>Tangible:</b> Elaboran un papelógrafo con la resolución de su ejercicio.</p>	Ficha de observación



# I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 05

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Expresa el significado de: la regla de formación, o de la solución de una ecuación usando lenguaje matemático y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.

## SUCESIONES

**I. CONCEPTO:** Se les llama sucesiones al conjunto ordenado de números donde cada elemento tiene un orden asignado, que por lo general se le denomina término enésimo.

Ejemplo:

Indicar los cuatro primeros términos de una sucesión que tiene por término enésimo a:

$$T_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$$

## **II. LEY DE FORMACIÓN**

Es una fórmula que nos permite conocer cuál es el número que sigue a los que ya se conocen dentro de la sucesión o que ocupan un determinado lugar.

Ejemplos:

Determine el término enésimo y explique la ley de formación:

a. 2; 5; 11; 20; ...

.....  
.....  
.....  
.....

b. ; 2; 6; 24; ...

.....  
.....  
.....  
.....

## **III. CLASES DE SUCESIONES:**

Las sucesiones se clasifican en:

- Sucesión aritmética
- Sucesión geométrica
- Sucesión cuadrática
- Sucesión polinomiales de orden superior.

## PRÁCTICA DE CLASE

1. Determine el término enésimo y explique la ley de formación:

- 2; 5; - 9; 19; ...

2. Determine el término  $n$ ésimo y explique la ley de formación:

1 ; - 1 ; 3 ; -5 ; 11 ; - 21;....

3. En la sucesión: 4; 10; 16; 22; ...; 178.

Calcule y explique la ley de formación.

4. Calcule la regla de formación de:

- 8 ; - 5 ; - 2 ; ... ; 79.

5. Calcular la suma de los términos  $n$ ésimos de las siguientes sucesiones:

- 3; 7; 11; 15; ...
- 0; 3; 8; 15; ...

6. Calcule la regla de formación de:

15, 21, 27, 33, 39.

7. Escribe la regla de formación de la siguiente sucesión:

8; 32; 128; 512

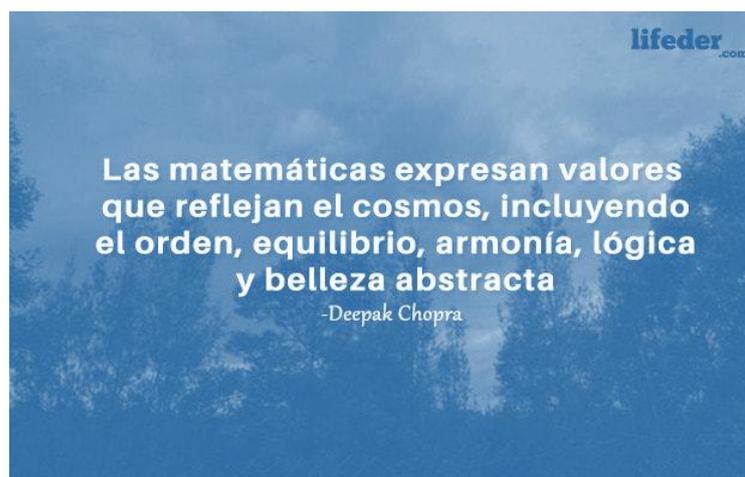
### EXTENSIÓN

1. Hallar la regla de formación de:

4; 8; 10; 20; 22; 44;  $n$

2. Hallar la regla de formación de:

8; 10; 13; 17; 22; .....



### SESIÓN DE APRENDIZAJE 06

<b>TÍTULO</b>	<b>PROGRESIÓN ARITMÉTICA</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 06</b>	<b>FECHA: 7 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Resolver ejercicios y problemas con progresiones aritméticas	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce y transformar las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en una progresión aritmética.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
INCLUSIVO O DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	Exponen sus ideas frente a sus compañeros de equipo. Los estudiantes prestan atención a las ideas de todos los integrantes de grupo con respeto.	
INTERCULTURAL	Expresa sus ideas frente a sus compañeros de forma segura, sin temor a ser rechazado. Los estudiantes apoyan a sus compañeros al momento de la argumentación de sus resoluciones.	
IGUALDAD DE GÉNERO	Los estudiantes muestran respeto a las ideas de sus compañeros y a la explicación que hacen al frente de la clase sin importar el género.	

Antes de la sesión	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?</b>
Revisión bibliográfica actualizada referente a progresiones aritméticas. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Papelotes Plumones

Inicio	30 minutos
<b>En clase</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: . Exposición del docente, formación de equipos y exposición de problemas.</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Cómo conceptualizan una progresión aritmética?, ¿Qué elementos contiene una progresión aritmética?, ¿Qué palabra o palabras te guían a pensar que un problema se refiere a progresiones aritméticas?</li> </ul>	

- El docente explica dos problemas básicos que involucran progresiones aritméticas.
- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.

<b>Desarrollo</b>	<b>90 minutos</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Cierre</b>	<b>15 minutos</b>
<p><b>Actividad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿A qué problemas cotidianos daría solución una progresión aritmética?</li> </ul> <p>El docente propone una dinámica para relajar a los alumnos luego de la clase llamada “Qué llevaré a la fiesta”</p> <p>Los estudiantes forman un círculo y cada uno menciona algo que llevaría a la fiesta, el siguiente estudiante menciona lo que dijo el compañero anterior y agrega algo más, y así sucesivamente. Pierde el que repite un objeto que ya se ha mencionado.</p> <p>Esta dinámica permite agilizar la memoria.</p>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
<p>Argumenta la ley de formación.</p> <p>Utiliza las fórmulas usadas en la obtención de cada elemento de una progresión aritmética.</p> <p>Se expresa usando lenguaje matemático.</p> <p>Expone con confianza y seguridad.</p>	<p><b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros.</p> <p><b>Tangible:</b> Elaboran un papelógrafo con la resolución de su ejercicio.</p>	<p>Ficha de observación</p>



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 06

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica.  
Expresa su comprensión de los conceptos numéricos.  
Selecciona estrategias para la resolución de problemas.

### PROGRESIÓN ARITMÉTICA

**PROGRESIÓN ARITMÉTICA:** Es una sucesión donde la diferencia de dos términos consecutivos es una constante llamada razón aritmética.

**Término general o término enésimo:**  $t_k = t_1 + (n-1) \cdot r$

**Suma de término:**

$$S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right)n$$

Donde:

$t_k$  = término general, último término.

$t_1$  = primer término.

$n$  = número de términos.

$r$  = razón

#### **Ejemplo 1:**

Para ingresar a la universidad, un postulante tiene que rendir una cantidad "n" de exámenes sumativos, las notas que obtiene forman la siguiente sucesión:

8; 12; 16; ..... se sabe que seis calificaciones consecutivas de la sucesión suman 180 ¿cuál es la última calificación de las seis?

**Ejemplo 2:** Se sabe que las películas de Marvel han incrementado sus ingresos millonarios en progresión aritmética. La suma de la novena y décimo séptima película es de 820 millones la relación de la novena y la vigésimo primera película es como 7 es a 27 millones. Hallar ingreso de la séptima película de Marvel.

**Ejemplo 3:** Si  $a, a^2, 3a, \dots$  son términos de una sucesión aritmética. Indicar el valor de  $a$ .

## PRÁCTICA

1. La dosis de un medicamento llamado Prozac es 100 mg el primer día y 5mg menos cada uno de los siguientes. El tratamiento dura 12 día. ¿Cuántos mg tiene que tomar el paciente durante todo el tratamiento?
2. En el Dorama “Romance is a Bonus Book”, se sabe que en cada capítulo la protagonista debe crear una historia cuyos títulos deben ser números, dichos títulos están en P.A. se sabe que la octava historia se titula 42 y la décimo segunda historia 54. Halle la suma de la cuarta historia con la trigésima historia de dicho dorama.
3. Que lugares ocupan los 2 términos consecutivos de la siguiente sucesión cuya diferencia de cuadrados es 640.

6 ; 10 ; 14 ; 18; ...

4. En una familia, se sabe que seis edades consecutivas

8; 11; 14; ..... suman 147.

Calcular la edad de la 6ta persona de dicha familia.

5. Si consideramos los números:

4; 14; 24; 34; .... y todos aquellos que terminan en 4, ¿cuál será la cifra que ocupará el lugar 290?

6. Ángel y María leen una obra. Ángel lee 52 páginas cada día y María lee 8 páginas el primer día, 16 páginas del segundo día, 24 páginas del tercer día y así sucesivamente. Si empezaron el 16 de marzo y terminaron de leer cuando llegaron a la misma página, ¿en qué fecha terminaron?

7. Una fábrica despide a sus trabajadores, debido a la inflación, cada semana y a razón constante. Sabiendo que la cuarta semana fueron despedidos 45 obreros y la novena semana 70 obreros. ¿Cuántos fueron en total los obreros que quedaron sin trabajo, si la última semana se despidió a 100 obreros?

## EXTENSIÓN

1. Un tren inicia su recorrido con 7 pasajeros. En cada paradero, a partir de la primera parada que realiza en su recorrido, suben 3 pasajeros. Si al llegar a la última estación (paradero final) bajaron todos (70 en total), ¿en su recorrido en cuántas estaciones se detuvo a recoger pasajeros?

2. Sea la P.A.:

$(m + n); (2m - n); (2m + 3n); \dots$

donde la razón es  $(m - 2)$ . Calcular la diferencia entre los términos de lugares 42 y 37.

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 07

<b>TÍTULO</b>	<b>Trabajamos progresiones geométricas y cuadráticas.</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 07</b>	<b>FECHA : 10 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Resolver ejercicios y problemas con progresiones geométricas y cuadráticas	

<b>Competencia</b>	<b>Capacidades</b>	<b>Desempeño</b>
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce y transformar las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en una progresión geométrica y cuadrática.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
ENFOQUE DE DERECHOS	Los estudiantes conversan entre sí intercambiando ideas o afectos de modo alternativo para construir juntos una postura común	
ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	El docente y los estudiantes reconocen el valor inherente de cada uno de ellos y sus derechos por encima de cualquier diferencia.	

<b>Antes de la sesión</b>	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?</b>
Revisión bibliográfica actualizada referente a progresiones geométricas y cuadráticas. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Papelotes Plumones

<b>Inicio</b>	<b>30 minutos</b>
<p><b>En clase:</b></p> <p>El docente se presenta frente a la clase y le pide a los estudiantes que hagan un círculo. El docente les pide que a continuación mencionen uno a uno cosas que les guste hacer , seguidamente se dan cuenta que existen cosas en común entre todos y discuten las razones por las cuales les gusta.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente explica dos problemas básicos que involucran progresiones aritméticas.</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.</li> </ul>	

<b>Desarrollo</b>	<b>90 minutos</b>
<b>En clase</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Cierre</b>	<b>15 minutos</b>
<b>Actividad:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿Qué procesos mentales se necesitaron para resolver problemas con progresiones geométricas y cuadráticas?</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
Utiliza las fórmulas usadas en la obtención de cada elemento de una progresión geométrica y cuadrática. Se expresa usando lenguaje matemático. Expone con confianza y seguridad.	<b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros. <b>Tangible:</b> Elaboran un problema que contenga las características de una progresión geométrica.	Ficha de observación



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA Nº 07

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica.

Expresa su comprensión de los conceptos numéricos.  
Selecciona estrategias para la resolución de problemas.

Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en una P.G. v P.C.

### PROGRESIONES GEOMÉTRICAS Y CUADRÁTICAS

Es una sucesión donde la razón entre dos términos consecutivos es constante, a la cual se denomina razón geométrica.

$$\text{Razón geométrica: } q = \frac{t_k}{t_{k-1}}$$

Término enésimo o último término:

$$t_n = t_1 q^{n-1}$$

$$\text{Suma de todos los términos: } S = \frac{t_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\text{Suma límite: } S = \frac{t_1}{1 - q}$$

Donde:

q: razón geométrica

$t_k$ : término enésimo

$t_n$ : último término

$t_1$ : primer término

n: número de términos

#### EJEMPLOS :

- Si:  $9^{a+1}, 3^{a+3}, 3^{\frac{a}{2}}, \dots$  corresponden a una sucesión geométrica, calcular el valor de "a".

- Una persona comunica un secreto a otra, que poco prudente lo comunica a otras 5 en 3 minutos; estas 5, lo comunican cada una a otras 5 en los tres minutos siguientes: Si se continuase al mismo ritmo, ¿cuántas personas sabrían el secreto al cabo de 1 hora? (Cada persona quebranta el secreto únicamente con 5 personas, en los tres minutos siguientes a su información)

### PROGRESIÓN CUADRÁTICA O DE SEGUNDO ORDEN

Sea la siguiente progresión:

$$t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, \dots$$

$$m_0 \quad m_1 \quad m_2 \quad m_3$$

$$r \quad r \quad r$$

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$\text{donde: } a = \frac{r}{2} \quad ; \quad b = m_0 - a; \quad c = t_0$$

#### EJEMPLOS:

1. A Noemí le gusta mucho las fresas, y va al kiosko y fía todos los días : el primer día come 4 fresas; el segundo, 7; el tercero, 11; el cuarto, 16; y así sucesivamente, hasta que cierto día se da cuenta que el número de fresas que comió ese día era 10 menos que el triple que comió el décimo día ¿Cuántos días han transcurrido hasta ese cierto día?

2. Halle el vigésimo quinto término en:

$$2; 7; 14; 23; \dots$$

#### PRÁCTICA

1. En una progresión geométrica, el quinto término es 48 y el primer término es 3; entonces la suma de los 3 primeros términos de lugares múltiplos de 3 es:

2. A los tres primeros términos de una P.A. de razón 2 se le aumentan 1, 3 y 9 respectivamente, formando los resultados obtenidos una P.G. Hallar el  $t_{20}$  de la P.A.

3. En un gimnasio, el entrenador decide que cada estudiante realice abdominales de acuerdo a su hora de llegada al gimnasio. A las 6:16am, se realiza 2 abdominales; a las 6:17am, se realiza 5 abdominales; a las 6:18am, 9 abdominales; a las 6:19am, 14 abdominales y así sucesivamente. Si Henry Cavill llegó al gimnasio a las 6:59am, ¿cuántos abdominales deberá realizar?

4. Roberto lee una obra literaria de la siguiente forma: el primer día 6 páginas; el segundo día 9 páginas; el tercer día 14 páginas; el cuarto día 21 y así sucesivamente, hasta que el último día leyó 630 páginas. ¿Cuántas páginas leyó aquel día que representa el día central del número de días que ha estado leyendo?. Dar como respuesta la suma de cifras.

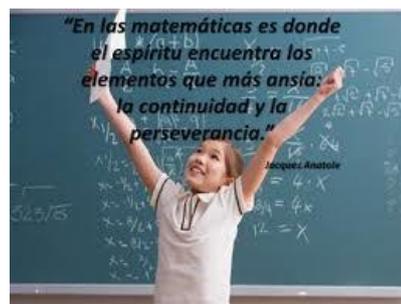
5. María se dedica a vender revistas; el primer día vende 6, el segundo día vende 9, el tercer día vende 15, el cuarto día vende 24, el quinto día 36 y así sucesivamente hasta que el último día vendió 1311. ¿Cuántos días estuvo vendiendo?

6. Claudia se propone leer una novela, el primer día lee 3 páginas, el segundo día lee 8 páginas, el tercer día 15 páginas, el cuarto día 24 páginas y así sucesivamente hasta que cierto día se da cuenta que el número de páginas que ha leído ese día es 14 veces el número de días que ha estado leyendo. Hallar el número de páginas leídas en dicho día.

7. En una dulcería Maricela compra una caja de chocolates y el vendedor, que es su ex e intenta recuperar su afecto, le regala un chocolate por su compra. En una segunda vez compra 2 cajas y le regalan 3 chocolates, la tercera vez compra 4 cajas y le regalan 6 chocolates, la cuarta vez compra 7 cajas y le regalan 10 chocolates. ¿Cuántos chocolates recibirá cuando entre a la tienda por décimo cuarta vez?, Cada caja contiene 11 chocolates.

### EXTENSIÓN

1. Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?
2. El tercer término de una progresión geométrica es 12 y el sexto término es 96. Calcula la expresión del término general de dicha progresión.
3. Se tiene una cuba de vino que contiene 1024 litros. El 1 de octubre se vació la mitad del contenido; al día siguiente se volvió a vaciar la mitad de lo que quedaba, y así sucesivamente todos los días. ¿Qué cantidad de vino se sacó el día 10 de octubre?
4. José se propone a escribir un libro. El primer día escribe 5 hojas; el segundo día 12 hojas; el tercer día 23 hojas; el cuarto día 38 hojas y así sucesivamente hasta que el último día escribió 467 hojas ¿Cuántos días estuvo escribiendo José?



### SESIÓN DE APRENDIZAJE 08

<b>TÍTULO</b>	<b>Aprendemos sobre factoriales</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 08</b>	<b>FECHA : 12 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Resolver ejercicios con factoriales	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de cantidad.	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de ejercicios. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un ejercicio factorial.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
ENFOQUE INTERCULTURAL	El docente y los estudiantes interactúan equitativamente entre mediante el diálogo y el respeto mutuo.	
ENFOQUE DE IGUALDAD DE GÉNERO	El docente y los estudiantes reconocen y valoran las necesidades afectivas de los otros mostrando sensibilidad ante ellos.	

Antes de la sesión	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?</b>
Revisión bibliográfica actualizada referente a factoriales. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Pizarra Plumones

Inicio	30 minutos
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: . Exposición del docente, formación de equipos y exposición de problemas.</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Cómo definen un factorial?, ¿Qué factoriales especiales conocen?</li> <li>- El docente explica dos problemas básicos que involucran factoriales.</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.</li> </ul>	

Desarrollo	90 minutos
<b>En clase</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el</li> </ul>	

problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.

- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.
- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.
- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.
- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.
- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.

<b>Cierre</b>	<b>15 minutos</b>
<p><b>Actividad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué fue lo más difícil del tema?, ¿Qué representa “n” en un factorial?</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
Utiliza las estrategias aprendidas para encontrar la incógnita en un ejercicio factorial. Se expresa usando lenguaje matemático. Expone con confianza y seguridad.	<p><b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros.</p> <p><b>Tangible:</b> Resolución de un ejercicio con factoriales en la pizarra.</p>	Ficha de observación



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 08

**Competencia:** Resuelve problemas de cantidad.

**Capacidades:** Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las

### Desempeño:

Expresa su comprensión de los conceptos numéricos.  
Selecciona estrategias para la resolución de ejercicios.  
Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un ejercicio factorial.

### Factorial de un número (n!)

Es el producto de todos los números consecutivos desde 1 hasta n.

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n \quad n! = n(n-1)!$$

$$0! = 1 \quad \text{Si: } a! = b! \Rightarrow a = b; a, b \in \mathbb{N}^+$$

### EJEMPLOS:

Hallar x en:  $\frac{(X+9)!(X+7)!}{(X+8)!(X+7)!} = 14!$

Halla n:  $\frac{(n+5)}{(n+4)} \cdot \left[ \frac{(n+4)!(n+3)!}{(n+3)!(n+4)!} \right] = 720$

### PRÁCTICA

1. Calcula "n":  $\frac{(n+7)!(n+5)!}{(n+6)!(n+5)!} = 15!$
2. De la siguiente relación:  $(x+1)! = x! + 7!x$ , hallar x

3. Hallar la suma de:

$$\frac{11!-10!!}{9!} + \frac{10!-9!!}{8!} + \frac{9!-8!!}{7!} + \dots + \frac{2!-1!!}{0!}$$

4. Reducir:  $\sqrt{\frac{142!+144!+143!}{143!+142!}}$

5. Simplificar E =  $\frac{n!+(n-1)!(n+1)!}{n!+(n+2)!-n(n+2)(n-1)!}$

6. Calcular  $(x^2 + x + 5)$  en:  $(x!)! = 720$ .

7. Simplifica:  $\frac{(x+1)!}{x-2} = 2 \cdot x!$

### EXTENSIÓN

1. Hallar x en:  $\frac{(x+8)!}{(x+7)!} + \frac{(x+7)!}{(x+6)!} = 21$

2. Hallar el valor de "n":  $(2n - 8)! - 720 = 0$

3. Simplificar: T =  $\frac{(x+2)^3 \cdot x!}{(x+2)!(x+1)!+x!}$

4. Resolver la ecuación:  $12x! + 5(x+1)! = (x+2)!$

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 09

<b>TÍTULO</b>	<b>Análisis combinatorio</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 09</b>	<b>FECHA : 14 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Traducir, interpretar y resolver problemas de análisis combinatorios	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de análisis combinatorio.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN	Los estudiantes apoyan incondicionalmente a sus compañeros en situaciones difíciles.	
BÚSQUEDA DE LA EXCELENCIA	Los estudiantes asumen actitudes que mejoran su propio desempeño y aumenta el estado de satisfacción consigo mismo.	

Antes de la sesión	
¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?	¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?
Revisión bibliográfica actualizada referente a problemas con análisis combinatorio. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Pizarra Plumones

Inicio	40 minutos
<p><b>En clase:</b> La comunicación perfecta no existe</p> <p>El docente organiza el grupo en círculo o filas. Cada estudiante transmite a su compañero, en secreto al oído, en voz baja el mensaje inicial.</p> <p>El mensaje debe ser corto y al terminar la ronda, el receptor dirá en voz alta el mensaje recibido y el emisor inicial del mensaje dirá tal como lo transmitió.</p> <p>El objetivo es reflexionar sobre los mecanismos de comunicación dentro y fuera de los grupos. Así mismo el docente utiliza la dinámica para hacer preguntas sobre las combinaciones que se realizaron al pasar un mensaje de un estudiante al otro.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión.</li> <li>- El docente explica un problemas básico para cada principio del análisis combinatorio y para el método de conteo: permutación.</li> </ul>	

- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo.	
<b>Desarrollo</b>	<b>90 minutos</b>
<b>En clase</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Cierre</b>	<b>5 minutos</b>
<b>Actividad:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema.</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
Interpreta los problemas y los traduce a lenguaje algebraico. Selecciona el método combinatorio apropiado para cada problema. Resuelve los problemas de manera precisa y eficiente. Se expresa usando lenguaje matemático. Expone con confianza y seguridad.	<b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros. <b>Tangible:</b> Elaboran un problema que contenga las características de un problema combinatorio.	Ficha de observación



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 09

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  
Resuelve problemas de cantidad

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica.  
Expresa su comprensión de los conceptos numéricos.  
Selecciona estrategias para la resolución de problemas.  
Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de análisis combinatorio.

### ANÁLISIS COMBINATORIO

**Concepto.-** Es la parte de la matemática que estudia los diversos *arreglos o selecciones* que se puede realizar con los elementos de un conjunto dado, o con parte de los elementos de dicho conjunto.

#### I. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

**Principio Aditivo.-** Se aplica cuando las operaciones que vas a realizar, no pueden actuar simultáneamente. El conectivo "o" indica que las operaciones o eventos no pueden actuar simultáneamente y para hallar el número total de maneras simplemente hay que sumar las posibilidades de cada operación.

**Ejemplo.-** Rubí desea cruzar una laguna, para ello puede utilizar 3 botes, 5 lanchas o 2 deslizadores. ¿De cuántas formas podrá cruzar la laguna, utilizando uno de los medios de transporte indicados?

**Principio Multiplicativo.-** Llamado también Principio Fundamental del Análisis Combinatorio, se aplica cuando

las operaciones que vas a realizar actúan simultáneamente (en forma conjunta). El conectivo "y" indica que las operaciones o eventos se realizan simultáneamente y para hallar el número total de maneras simplemente hay que multiplicar las posibilidades de cada operación.

**Ejemplo.-** Jessica dispone de 7 faldas, 5 blusas y 3 pares de zapatos, todos de diferentes colores entre sí. ¿De cuántas maneras puede vestirse?

#### **TÉCNICAS DE CONTEO**

**1. Variación.-** Se aplica cuando nos piden agrupar y ordenar a la vez parte o todos los elementos de un conjunto interesando el orden. En este tipo de problemas lo importante es "EL ORDEN" Las variaciones pueden ser:

$$V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

**2. Permutación.-** Son los arreglos que nos permite agrupar a todos los elementos de un grupo. Puede ser:

A) **P. Lineales.**- Es un arreglo u ordenación de elementos en línea recta.

$$P_{(n)} = n! \quad 0 < k \leq n$$

B) **P. Circular.**- Es un arreglo u ordenación de elementos alrededor de un objeto. El número de permutaciones circulares de "n" elementos se puede calcular así.

$$P_c(n) = (n - 1)!$$

C) **P. con Repetición.**- Es un arreglo u ordenación de elementos no todos diferentes. (Algunos elementos se repiten). El número de permutaciones de "n" elementos con repetición se calcula así:

$$P_{k_1, k_2, k_3, \dots, k_r}^n = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot k_3! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Donde:

n = Número total de elementos

k<sub>i</sub> = Número de elementos repetidos de cada tipo

2. **COMBINACION.**- Se aplica cuando nos piden **seleccionar** parte o todos los elementos disponibles de un conjunto. En una combinación "NO interesa el orden" de los elementos". El número de combinaciones de "n" elementos tomados de "k" en "k" se puede calcular así:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n - k)!} \quad ; \quad 0 < k \leq n$$

**COMBINACIONES CON REPETICIÓN,**- Una combinación con repetición de "n" elementos de orden "r", son

todas las agrupaciones de un número "r" de elementos con repetición de un conjunto de "n" objetos.

$$CR_r^n = C_r^{n+r-1}$$

**EJEMPLOS:**

1. El aula de selección del centro preuniversitario "Los Nazarenitos" consta de 12 alumnos a los cuales se les toma un examen. ¿Cuántas opciones distintas se tiene para ocupar los 3 primeros puestos, si no hay empate?

2. ¿Cuántas placas diferentes para automóviles de lujo pueden hacerse si cada placa consta de dos letras diferentes seguidas de tres dígitos diferentes? (considerar 26 letras del alfabeto)

3. Con 15 hombres y 15 mujeres, de ¿cuántas maneras se puede formar una pareja de promoción?

**PRÁCTICA**

1. ¿Cuántos son los números  $\overline{abc}$  de tres dígitos distintos?

2. Si el club de fans de Blackpink tiene 4 candidatas para Presidente, 3 candidatas para Secretaria y 2 candidatas para Tesorera, ¿de cuántas maneras puede elegirse la mesa directiva?

3. En un examen formado por diez preguntas pueden omitirse tres de ellas. ¿Cuántas selecciones de siete preguntas por contestar pueden hacerse?

4. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden acomodar 7 personas en un automóvil (en marcha) de 5 asientos, sabiendo que sólo 3 de ellos saben manejar y que dos personas no viajarán en dicho auto?

5. De cuántas maneras se puede representar al número 10 como suma indicada de 3 sumandos enteros positivos y diferentes entre si?

6. Con 6 hombres y 4 mujeres ¿Cuántos comités de 4 personas, se pueden formar de modo que:

- a) Haya 2 hombres y 2 mujeres
- b) Siempre esté Patricia en el grupo
- c) Haya al menos 3 mujeres
- d) Haya al menos 1 hombre

7. Para el estreno de “Rápidos y Furiosos 9” se pusieron de acuerdo para ir 5 alumnos del 4to año de secundaria. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar en una fila de 5 butacas, 3 hombres y 2 mujeres de modo que las mujeres no estén juntas?

### EXTENSIÓN

1. Diez niños son ubicados en una misma fila de modo que 3 niños siempre están juntos. ¿De cuántas maneras se puede hacer?

2. ¿Cuántos números de 3 cifras significativas existen, tales que en su escritura aparezca la cifra 3 por lo menos una vez?

- a) 120   b) 240   c) 217   d) 127   e) 712

3. Se tiene 9 bolas numeradas del 1 al 9. ¿De cuántas formas diferentes, se pueden ordenar 3 bolas escogidas de las anteriores, de modo que al sumar los valores indicados en cada una, se obtenga siempre 9?



### SESIÓN DE APRENDIZAJE 10

<b>TÍTULO</b>	<b>Sigamos combinando</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A.Nº 10</b>	<b>FECHA : 17 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Traducir, interpretar y resolver problemas de análisis combinatorios	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce y transformar las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de análisis combinatorio.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
ENFOQUE DE DERECHOS	Los estudiantes reconocen y valoran los derechos individuales y colectivos de cada compañero.	
BÚSQUEDA DE LA EXCELENCIA	Los estudiantes asumen actitudes que mejoran su propio desempeño y aumenta el estado de satisfacción consigo mismo.	

<b>Antes de la sesión</b>	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?</b>
Revisión bibliográfica actualizada referente a análisis combinatorio. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Pizarra Plumones

<b>Inicio</b>	<b>30 minutos</b>
<b>En clase</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: . Exposición del docente, formación de equipos y exposición de problemas.</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Qué situaciones diarias se pueden resolver aplicando el análisis combinatorio?, ¿Qué es lo más difícil de resolver problemas con análisis combinatorio?.</li> <li>- El docente explica ejemplos para cada técnica de conteo .</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo</li> </ul>	
<b>Desarrollo</b>	<b>90 minutos</b>
<b>En clase</b>	

- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.
- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.
- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.
- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.
- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.
- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.
- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.

<b>Cierre</b>	<b>15 minutos</b>
<b>Actividad:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Cuál es la diferencia entre Variación y Combinación?, ¿Qué otro tipo de problemas se pueden resolver usando estas técnicas de conteo ?</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
Interpreta los problemas y los traduce a lenguaje algebraico. Selecciona el método combinatorio apropiado para cada problema. Resuelve los problemas de manera precisa y eficiente. Se expresa usando lenguaje matemático. Expone con confianza y seguridad.	<b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros. <b>Tangible:</b> Resolución del ejercicio asignado en la pizarra.	Ficha de observación



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 10

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  
Resuelve problemas de cantidad

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica.  
Expresa su comprensión de los conceptos numéricos.  
Selecciona estrategias para la resolución de problemas.  
Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de análisis combinatorio.

### SIGAMOS PRACTICANDO

#### **EJERCICIOS RESUELTOS:**

1. La barra de una cafetería tiene 7 asientos en una fila. Si cuatro personas desconocidas entre sí, ocupan lugares al azar. ¿De cuántas maneras diferentes pueden quedar tres asientos desocupados?

2. a) ¿De cuántas maneras se puede asignar una tarea de cinco problemas si se dispone de un grupo de 12 problemas?  
b) ¿Cuántas veces se incluirá el problema más difícil?

Dar como respuesta la suma de ambos resultados.

3. De cuántas maneras se puede seleccionar un comité de cinco hombres y cuatro mujeres de un grupo de diez hombres y siete mujeres.

#### **PRÁCTICA**

1. Cuántos números pares de 3 cifras diferentes se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5.

2. En una clase de 10 alumnos van a distribuirse 3 premios. Averiguar de cuántos modos puede hacerse si: Los premios son diferentes y si los premios son iguales
3. Se tiene  $n$  vasos diferentes, de ellos deben ser llenados con limonada y los restantes con chicha, logrando obtenerse 28 formas de servido diferentes. ¿De cuántas maneras distintas se podría realizar el llenado si hubiera un vaso más y el servido sea 6 con limonada, 1 con gaseosa y el resto con chicha?
4. En una juguetería se quiere ordenar en una vitrina 6 juguetes diferentes, disponiendo de 9 juguetes. ¿De cuántas maneras diferentes se puede hacer?
5. Se tienen 12 puntos coplanares, no situados 3 de ellos en línea recta ¿De cuántas maneras pueden formarse triángulos teniendo a un punto determinado como vértice?
  - a) 55    b) 45    c) 110    d) 220    e) 90
15. En una oficina hay 4 escritorios que pueden ser ocupados, cada uno, hasta por 2 personas. Si hay 3 secretarias ¿De cuántas maneras pueden sentarse?

### EXTENSIÓN

1. ¿Cuántos números enteros y desiguales mayores que 10 y menores que 100, se pueden formar con las 8 primeras cifras (1, 2, ..... 8), siendo el número de cifras diferentes?
2. Se deben seleccionar 2 personas para ocupar los cargos de Director y Sub-Director de un grupo de 5 personas igualmente capacitadas ¿De cuántas maneras se pueden ocupar dichos cargos?
3. Anita este verano va a disfrutar de sus vacaciones a ICA y en su equipaje lleva las siguientes prendas de vestir: 5 vestidos, 8 faldas, 8 blusas (3 del mismo color y modelo) y 10 pares de calzados (2 del mismo color y modelo). De cuántas maneras diferentes podrá combinar dichas prendas de vestir, de tal modo que al vestirse lo puede hacer de 2 maneras:
  - 1º) Vestido y un par de calzados.
  - 2º) Blusa, falda y un par de calzados.

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 11

<b>TÍTULO</b>	<b>Probabilidades: lo que podría ser.</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 11</b>	<b>FECHA : 19 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Traducir, interpretar y resolver problemas con probabilidades utilizando diagramas.	

<b>Competencia</b>	<b>Capacidades</b>	<b>Desempeño</b>
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.  Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce y transformar las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas con probabilidades. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de probabilidades. Representa el comportamiento de un conjunto de datos mediante diagramas.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
<b>INCLUSIVO O DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD</b>	Exponen sus ideas frente a sus compañeros de equipo. Los estudiantes prestan atención a las ideas de todos los integrantes de grupo con respeto.	
<b>AMBIENTAL</b>	Practica acciones observables que involucren el cuidado del medio en el que conviven fomentando el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.	

<b>Antes de la sesión</b>	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?</b>
Revisión bibliográfica actualizada referente a probabilidades y sus diagramas. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Papelotes Plumones

<b>Inicio</b>	<b>35 minutos</b>
<p><b>En clase: Tejiendo un ecosistema.</b> El docente forma grupos de 8 personas cada uno. Cada grupo formará un ecosistema y cada miembro elegirá un elemento natural y lo nombrará en voz alta para que el resto conozca su función. Sirviéndose del hilo de un ovillo de lana se van uniendo las personas participantes dependiendo la relación de interdependencia de ellos.</p>	

Una vez que todos estén unidos, el dinamizador puede aprovechar para reflexionar junto a los participantes sobre los distintos vínculos que se van formando entre las partes integrantes de ese ecosistema.

El objetivo es conocer la interdependencia de los elementos de un ecosistema para la vida de los seres vivos y ser conscientes de que si se perjudica a uno de esos elementos, pueden verse afectados de manera negativa los otros.

- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.
- El docente da a conocer el propósito de la sesión.
- El docente explica ejemplos para cada diagrama utilizado.
- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo

<b>Desarrollo</b>	<b>90 minutos</b>
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

<b>Cierre</b>	<b>10 minutos</b>
<p><b>Actividad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema.</li> <li>- Los estudiantes comparten sus formas de aprendizaje en casa.</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> </ul>	

<b>Evaluación</b>		
<b>Desempeños precisados</b>	<b>Evidencias</b>	<b>Instrumentos de evaluación.</b>
<p>Interpreta los problemas y los traduce a lenguaje algebraico.</p> <p>Se expresa usando lenguaje matemático.</p> <p>Expone con confianza y seguridad.</p>	<p><b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros.</p> <p><b>Tangible:</b> Elaboran un problema respecto a probabilidades.</p>	<p>Ficha de observación</p>



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 11

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  
Resuelve problemas de cantidad.  
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica.  
Expresa su comprensión de los conceptos numéricos.  
Selecciona estrategias para la resolución de problemas con probabilidades.  
Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de probabilidades.  
Representa el comportamiento de un conjunto de datos mediante diagramas.

### PROBABILIDADES

#### 01. EXPERIMENTO ALEATORIO ( $\epsilon$ )

Es cualquier experimento cuyo resultado no se puede predecir con exactitud antes de realizar el experimento ya que consta con más de 1 resultado posible.

#### 02. ESPACIO MUESTRAL ( $\Omega$ )

Es un conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Ejemplo (1) :  $\epsilon_1$ : En el lanzamiento de una moneda

$$\Omega = \{C; S\}$$

Ejemplo (2):  $\epsilon_2$ : En el lanzamiento de un dado

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

#### 03. EVENTO (A; B; C; ....)

Se llama evento a cualquier subconjunto del espacio muestral.

Ejemplo:

Al lanzar un dado cuales son los números primos que aparecen

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A = \{2; 3; 5\}$$

Se observa que  $A \subset \Omega$

#### DEFINICIÓN CLÁSICA DE PROBABILIDAD

Se define la probabilidad de un evento "A" ( $P(A)$ ) al cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles

$$P(A) = \frac{\# \text{ Casos favorables del evento } A}{\# \text{ Total de casos posibles en } \Omega}$$

#### PROPIEDADES

01.  $0 \leq P(A) \leq 1$

02. Si "A" es un evento imposible:  $P(A) = 0$

03. Si "A" es un evento seguro:  $P(A) = 1$

04. Sean A y B eventos independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

05. Sean A y B eventos no excluyentes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

06. Sean A y B eventos excluyentes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

07. Siendo  $\bar{A}$  evento contrario de A:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

08. Probabilidad condicional:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

### DIAGRAMAS

A menudo, para resolver un problema sobre probabilidad es útil utilizar diagramas para la resolución, así tenemos:

a. Diagrama de árbol.

Se lanza 3 dados y dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo en el dado y dos sellos en las monedas?

b. Diagrama de Venn - Euler

En el cine, hay personas haciendo cola en la chocolatería, 20 piden cancha pop corn, y 25

chocolates, 5 piden ambos y 10 no piden ninguno.

Halle la probabilidad de que todos consuman alguna de las golosinas y la probabilidad de que sólo consuman un tipo de golosina.

### PRÁCTICA

1. Se lanzan un par de dados. Halle la probabilidad de obtener una suma múltiplo de 3.
2. Si se encuesta a 100 alumnos sobre sus preferencias en los cursos de arte y matemática, 60 prefieren arte, 30 matemática y son sucesos independientes. Halle la probabilidad de que no le guste ninguno de los dos.
3. Una moneda tiene en sus caras un gato y un perro. Se se lanza 2 veces la moneda, calcular:  
a) la probabilidad de obtener 2 gatos.  
b) la probabilidad de obtener solo 1 gato.

4. Se lanza un dado y dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo en el dado y dos sellos en las monedas?
5. Walter desea viajar a Cuzco, pero solo puede hacerlo por avión o por ómnibus. Si la probabilidad de viajar en avión es el cuádruple de viajar en ómnibus y además la probabilidad de no viajar es de 0,75. ¿Cuál es la probabilidad de viajar en ómnibus?
6. Se lanza una moneda 5 veces, cuál es la probabilidad de obtener 3 caras y 2 sellos?
7. Se lanzan 4 monedas y dos dados. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras en las monedas y una suma igual a 10 en los dados?

### EXTENSIÓN

1. Se arroja una moneda 6 veces. ¿Cuál es la probabilidad que se obtengan 4 caras y 2 sellos?
2. En una academia hay 3 aulas: el aula roja, el aula azul y el aula negra. El aula roja tiene al 50 % de los estudiantes de la academia, el aula azul al 30 % y el aula negra al 20 %. Además, en cada aula hay un 40 % de hombres. Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un estudiante hombre del aula azul?
3. una academia hay 3 aulas: el aula roja, el aula azul y el aula negra. El aula roja tiene al 50 % de los estudiantes de la academia, el aula azul al 30 % y el aula negra al 20 %. Además, en cada aula hay un 40 % de hombres. Si se selecciona un estudiante al azar, **¿cuál es la probabilidad de que sea un estudiante hombre del aula negra o un hombre del aula azul?**



## SESIÓN DE APRENDIZAJE 12

<b>TÍTULO</b>	<b>Probablemente sea el comienzo de algo mejor.</b>	
<b>UNIDAD IV</b>	<b>S.A. Nº 12</b>	<b>FECHA : 23 de diciembre</b>
<b>CICLO VII</b>	<b>GRADO 4TO</b>	<b>SECCIÓN ÚNICA</b>
<b>PROPÓSITO DE LA SESIÓN</b>	Resolver problemas con probabilidades.	

Competencia	Capacidades	Desempeño
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  Resuelve problemas de cantidad.  Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Traduce cantidades a expresiones numéricas. Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Traduce y transformar las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas con probabilidades. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de probabilidades. Representa la ocurrencia de sucesos mediante el valor de probabilidad.
<b>ENFOQUE TRANSVERSAL</b>	<b>ACCIONES OBSERVABLES</b>	
BÚSQUEDA DE LA EXCELENCIA	Los estudiantes ponen a prueba sus habilidades al exigirse a sí mismos dar lo mejor al momento de convivir dentro del aula durante la sesión de clase.	
IGUALDAD DE GÉNERO	El docente y estudiantes practican acciones que incentivan la igualdad en el trato y en oportunidades a todos los miembros de su grupo sin importar el sexo u otras características que presenten.	

Antes de la sesión	
<b>¿Qué necesitamos hacer antes de la sesión?</b>	<b>¿Qué recursos o materiales se utilizarán esta sesión?</b>
Revisión bibliográfica actualizada referente a probabilidades. Repaso antes de iniciar la clases de cada ejercicio para evitar retrasos e imprevistos.	Guías Pizarra Plumones

Inicio	30 minutos
<b>En clase</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente se presenta ante el grupo aclarando los puntos básicos del trabajo que se va a realizar que involucra: . Exposición del docente, formación de equipos y exposición de problemas.</li> <li>- El docente hace un repaso de los pre requisitos para el desarrollo del tema.</li> <li>- El docente da a conocer el propósito de la sesión y plantea las siguientes preguntas: ¿Qué situaciones diarias se pueden resolver aplicando probabilidades?</li> <li>- El docente resuelve problemas modelos sobre probabilidad.</li> <li>- El docente forma los equipos de trabajo y distribuye un problema a cada equipo</li> </ul>	

Desarrollo	90 minutos
<p><b>En clase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente forma grupos de trabajo (4 por equipo) asignándole a cada estudiante una función.</li> <li>- Los grupos de trabajo intercambian información sobre las características que presenta el problema asignado, que estrategias usar en la resolución y como argumentar en su exposición respecto al problema a resolver.</li> <li>- El docente se encuentra en todo momento monitoreando a los equipos de trabajo, respondiendo las interrogantes que el jefe de equipo tenga.</li> <li>- Los responsables a cargo de la exposición de cada equipo salen al frente a exponer el problema asignados.</li> <li>- Los estudiantes a cargo de argumentar lo expuesto salen a la pizarra a aclarar las dudas del resto del aula.</li> <li>- El docente evalúa los aprendizajes esperados haciendo las preguntas de control necesarios.</li> <li>- El docente felicita a cada grupo por el trabajo realizado.</li> </ul>	

Cierre	15 minutos
<p><b>Actividad:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente hace las últimas aclaraciones respecto al tema planteando las siguientes interrogantes: ¿Qué diferencias encontraron entre los problemas de esta clase y los de la clase anterior?</li> <li>- El docente da las indicaciones para la entrega de la extensión programada.</li> <li>- El docente da por terminada la clase felicitando nuevamente a los estudiantes por el trabajo realizado.</li> </ul>	

Evaluación		
Desempeños precisados	Evidencias	Instrumentos de evaluación.
Interpreta los problemas y los traduce a lenguaje algebraico. Se expresa usando lenguaje matemático. Expone con confianza y seguridad.	<p><b>Intangible:</b> Comparte sus ideas a sus compañeros.</p> <p><b>Tangible:</b> Elaboran un problema respecto a probabilidades.</p>	Ficha de observación



## I.E.P. "EL NAZARENO"

ALUMNO:  
DOCENTE: Liz Bedregal Rios

Raz. Mat.  
GUIA N° 12

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.  
Resuelve problemas de cantidad.  
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

**Capacidades:** Traduce cantidades a expresiones numéricas.  
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.  
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.  
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Desempeño:** Traduce y transforma las relaciones entre los datos de un problema a una expresión numérica. Expresa su comprensión de los conceptos numéricos. Selecciona estrategias para la resolución de problemas con probabilidades. Elabora afirmaciones sobre las relaciones entre los valores presentes en un problema de probabilidades. Representa la ocurrencia de sucesos mediante el valor de probabilidad.

### PROBABILIDADES II

Sigamos practicando:

1. En una caja se tiene 90 fichas numeradas del 1 al 90. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una ficha esta sea múltiplo de 3 o 7?
2. Se pide a Diana que escriba un número de 3 cifras. ¿Cuál es la probabilidad de que sea múltiplo de 5?

3. Diez personas participan en una competencia de 400 metros planos; si tres participantes son de una misma nacionalidad, ¿cuál es la probabilidad de que ocupen los tres primeros puestos?

### PRÁCTICA

1. En una banca se van ubicar 4 hombres y 4 mujeres. ¿Cuál es la probabilidad de que se sienten en forma alternada?
2. Cinco personas se van a sentar en fila y al azar; si entre ellas están María y Diana, cuál es la probabilidad de que María se siente a la derecha de Diana?
3. Diez libros, de los cuales 6 son de física y 4 de química, se colocan al azar en un estante. Determinar la probabilidad de que los libros de física queden juntos.

4. Ocho parejas de enamorados se encuentran en una reunión y se escogen dos personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad que una se hombre y la otra mujer? En una carpeta se van ubicar 4 hombres y tres mujeres al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que las 3 mujeres se ubiquen en el centro?

5. En una caja hay 6 cartas rojas y 16 blancas, se saca una carta y se devuelve a su lugar, luego se saca otra carta. Hallar la probabilidad de que ambas cartas sean rojas.

6. La probabilidad de aprobar Matemáticas es de 0,6 y la probabilidad de aprobar Lenguaje es de 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de aprobar sólo uno de dichos cursos?

7. De un grupo de 15 personas, 5 son muchachos, 6 muchachas y 4 son adultos. Se desea formar un comité de 5 personas. ¿Cuál es la probabilidad que el comité este formado por 2 adultos, 2 muchachas y 1 muchacho?

### EXTENSIÓN

1. En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta: Sea hombre, sea mujer morena y sea hombre o mujer.
2. Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{5}$  de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de  $\frac{1}{10}$ . Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.



## ANEXO 08

	<b>DECLARACION JURADA DE AUTORÍA</b>					
Yo, Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios estudiante de						
Facultad:	Ciencias		Educación		Ingeniería	
Escuela Profesional:						
Departamento Académico:						
Escuela de Posgrado	Maestría	x	Doctorado			
Programa: CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN MENCIÓN EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN.						
De la Universidad Nacional del Santa; Declaro que el trabajo de investigación intitulado:						
INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN ALUMNOS DEL 4TO AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E.P. "EL NAZARENO" - NVO. CHIMBOTE - 2019						
presentado en 218 folios, para la obtención del Grado académico:					( x )	
Título profesional:	( )	Investigación anual:			( )	
<ul style="list-style-type: none"><li>➤ He citado todas las fuentes empleadas, no he utilizado otra fuente distinta a las declaradas en el presente trabajo.</li><li>➤ Este trabajo de investigación no ha sido presentado con anterioridad ni completa ni parcialmente para la obtención de grado académico o título profesional.</li><li>➤ Comprendo que el trabajo de investigación será público y por lo tanto sujeto a ser revisado electrónicamente para la detección de plagio por el VRIN.</li><li>➤ De encontrarse uso de material intelectual sin el reconocimiento de su fuente o autor, me someto a las sanciones que determinan el proceso disciplinario.</li></ul>						
Nuevo Chimbote, 3 de noviembre de 2020						
Firma:						
Nombres y Apellidos: Liz Heidi del Rosario Bedregal Rios						
DNI: 44409499						

## ANEXO 09



UNIDAD DE GESTION EDUCATIVA LOCAL SANTA  
INSTITUCION EDUCATIVA PRIVADA  
**"EL NAZARENO"**

*La más avanzada propuesta pedagógica*

## CONSTANCIA

El que subscribe, Prof. Alejandro Francisco Ruiz Casimiro, Director de la Institución Educativa Particular "El Nazareno" del distrito de Nvo. Chimbote.

HACE CONSTAR:

Que la Br: LIZ HEIDI DEL ROSARIO BEDREGAL RIOS, identificad con DNI N° 44409499, estudiante de la escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa, ha ejecutado el proyecto de tesis titulado: "INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA, EN ALUMNOS DEL 4TO AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E.P. "EL NAZARENO" - NVO. CHIMBOTE-2019, desde el 2 de setiembre hasta el 23 de diciembre del año 2019, asignándole el 4to año de educación secundaria , aula única con un total de 26 estudiantes, mostrando eficiencia y responsabilidad según el cronograma presentado.

Se expide el presente documento, para los usos y fines que sean convenientes.

Nvo. Chimbote 26 de octubre del 2020.



*[Handwritten Signature]*  
Prof. Alejandro Ruiz Casimiro

Director

## ANEXO 10

### PANEL FOTOGRÁFICO



# INFLUENCIA DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO DE VIGOTSKY

## INFORME DE ORIGINALIDAD

20%

INDICE DE SIMILITUD

19%

FUENTES DE INTERNET

4%

PUBLICACIONES

5%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

## FUENTES PRIMARIAS

1	<a href="http://repositorio.uns.edu.pe">repositorio.uns.edu.pe</a> Fuente de Internet	5%
2	<a href="http://repositorio.ucv.edu.pe">repositorio.ucv.edu.pe</a> Fuente de Internet	1%
3	<a href="http://www.euskadi.net">www.euskadi.net</a> Fuente de Internet	1%
4	<a href="http://journals.cincader.org">journals.cincader.org</a> Fuente de Internet	1%
5	<a href="http://ebin.pub">ebin.pub</a> Fuente de Internet	1%
6	<a href="http://issuu.com">issuu.com</a> Fuente de Internet	<1%
7	<a href="http://repositorio.uladech.edu.pe">repositorio.uladech.edu.pe</a> Fuente de Internet	<1%
8	<a href="http://www.clubensayos.com">www.clubensayos.com</a> Fuente de Internet	<1%
9	<a href="http://es.scribd.com">es.scribd.com</a> Fuente de Internet	

<1 %

10 [www.siteal.iiep.unesco.org](http://www.siteal.iiep.unesco.org)  
Fuente de Internet

<1 %

11 [fr.slideshare.net](http://fr.slideshare.net)  
Fuente de Internet

<1 %

12 [www.mecd.gob.es](http://www.mecd.gob.es)  
Fuente de Internet

<1 %

13 [hdl.handle.net](http://hdl.handle.net)  
Fuente de Internet

<1 %

14 [repositorio.utc.edu.ec](http://repositorio.utc.edu.ec)  
Fuente de Internet

<1 %

15 Submitted to Universidad Tecnológica  
Indoamerica  
Trabajo del estudiante

<1 %

16 [dialnet.unirioja.es](http://dialnet.unirioja.es)  
Fuente de Internet

<1 %

17 Submitted to Universidad Cesar Vallejo  
Trabajo del estudiante

<1 %

18 [umc.minedu.gob.pe](http://umc.minedu.gob.pe)  
Fuente de Internet

<1 %

19 [repositorio.unc.edu.pe](http://repositorio.unc.edu.pe)  
Fuente de Internet

<1 %

20 [repositorio.unheval.edu.pe](http://repositorio.unheval.edu.pe)  
Fuente de Internet

<1 %

21 [es.cyclopaedia.net](http://es.cyclopaedia.net)  
Fuente de Internet

<1 %

22 [repositorio.usanpedro.edu.pe](http://repositorio.usanpedro.edu.pe)  
Fuente de Internet

<1 %

23 [repositorio.educacion.gov.ar:8080](http://repositorio.educacion.gov.ar:8080)  
Fuente de Internet

<1 %

24 [www.altillo.com](http://www.altillo.com)  
Fuente de Internet

<1 %

25 [docplayer.es](http://docplayer.es)  
Fuente de Internet

<1 %

26 [prezi.com](http://prezi.com)  
Fuente de Internet

<1 %

27 [investigacion-bge.jimdo.com](http://investigacion-bge.jimdo.com)  
Fuente de Internet

<1 %

28 [scielo.sld.cu](http://scielo.sld.cu)  
Fuente de Internet

<1 %

29 [repositorio.uap.edu.pe](http://repositorio.uap.edu.pe)  
Fuente de Internet

<1 %

30 [www.cendi.org](http://www.cendi.org)  
Fuente de Internet

<1 %

31 [repositorio.unprg.edu.pe](http://repositorio.unprg.edu.pe)  
Fuente de Internet

<1 %

32	<a href="http://www.repositorio.upse.edu.ec">www.repositorio.upse.edu.ec</a> Fuente de Internet	<1 %
33	<a href="http://redie.ens.uabc.mx">redie.ens.uabc.mx</a> Fuente de Internet	<1 %
34	Submitted to Universidad de Granada Trabajo del estudiante	<1 %
35	<a href="http://disde.minedu.gob.pe">disde.minedu.gob.pe</a> Fuente de Internet	<1 %
36	Submitted to Universidad Del Magdalena Trabajo del estudiante	<1 %
37	Submitted to unasam Trabajo del estudiante	<1 %
38	<a href="http://dspace.ucuenca.edu.ec">dspace.ucuenca.edu.ec</a> Fuente de Internet	<1 %
39	Submitted to Universidad Internacional de la Rioja Trabajo del estudiante	<1 %
40	<a href="http://eprints.ucm.es">eprints.ucm.es</a> Fuente de Internet	<1 %
41	<a href="http://sigpos.ufms.br">sigpos.ufms.br</a> Fuente de Internet	<1 %
42	<a href="http://www.yumpu.com">www.yumpu.com</a> Fuente de Internet	<1 %
43	<a href="http://psicologiaporlavida.blogspot.com">psicologiaporlavida.blogspot.com</a>	

Fuente de Internet

<1 %

44

[www.buenastareas.com](http://www.buenastareas.com)

Fuente de Internet

<1 %

45

[es.slideshare.net](http://es.slideshare.net)

Fuente de Internet

<1 %

46

[tesis.ula.ve](http://tesis.ula.ve)

Fuente de Internet

<1 %

47

[journal.poligran.edu.co](http://journal.poligran.edu.co)

Fuente de Internet

<1 %

48

[docslide.us](http://docslide.us)

Fuente de Internet

<1 %

49

[www.portalzonda.com.ar](http://www.portalzonda.com.ar)

Fuente de Internet

<1 %

50

Ana Borgobello, Natalia Monjelat. "Vygotsky en la sociedad digital", *Perspectivas Metodológicas*, 2019

Publicación

<1 %

51

Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Trabajo del estudiante

<1 %

52

[psicoblogs.com.ar](http://psicoblogs.com.ar)

Fuente de Internet

<1 %

53

[www.educarchile.cl](http://www.educarchile.cl)

Fuente de Internet

<1 %

54	<a href="http://www.youblisher.com">www.youblisher.com</a> Fuente de Internet	<1 %
55	<a href="http://renati.sunedu.gob.pe">renati.sunedu.gob.pe</a> Fuente de Internet	<1 %
56	<a href="http://alegrialectura.blogspot.com">alegrialectura.blogspot.com</a> Fuente de Internet	<1 %
57	<a href="http://doaj.org">doaj.org</a> Fuente de Internet	<1 %
58	<a href="http://www.slideshare.net">www.slideshare.net</a> Fuente de Internet	<1 %
59	<a href="http://www.pinterest.com">www.pinterest.com</a> Fuente de Internet	<1 %
60	<a href="http://www.theibfr.com">www.theibfr.com</a> Fuente de Internet	<1 %
61	<a href="http://funes.uniandes.edu.co">funes.uniandes.edu.co</a> Fuente de Internet	<1 %
62	<a href="http://www.grin.com">www.grin.com</a> Fuente de Internet	<1 %
63	<a href="http://www.sld.cu">www.sld.cu</a> Fuente de Internet	<1 %
64	<a href="http://repositorio.utp.edu.co">repositorio.utp.edu.co</a> Fuente de Internet	<1 %
65	<a href="http://servidor-opsu.tach.ula.ve">servidor-opsu.tach.ula.ve</a> Fuente de Internet	<1 %

66	Jhon Wilmar Toro Zapata. "Del dicho al hecho: ocupaciones pedagógicas en clave de desarrollo humano", Universidad Católica de Pereira, 2020 Publicación	<1 %
67	ayura.udea.edu.co:8080 Fuente de Internet	<1 %
68	moam.info Fuente de Internet	<1 %
69	www.medigraphic.com Fuente de Internet	<1 %
70	Submitted to Universidad Católica Los Angeles de Chimbote Trabajo del estudiante	<1 %
71	Submitted to udep Trabajo del estudiante	<1 %
72	www.parlamento-navarra.es Fuente de Internet	<1 %
73	Submitted to Universidad de Málaga - Tii Trabajo del estudiante	<1 %
74	encolombia.com Fuente de Internet	<1 %
75	ikua.iiap.gob.pe Fuente de Internet	<1 %

semur.edu.uy

76	Fuente de Internet	<1 %
77	<a href="http://www.lasalle.org">www.lasalle.org</a> Fuente de Internet	<1 %
78	<a href="http://www.scielo.org.mx">www.scielo.org.mx</a> Fuente de Internet	<1 %
79	K Suranata, I B Rangka, I Ifdil, Z Ardi, K Susiani, W E Prasetyaningtyas, D Daharnis, A Alizamar, L Erlinda, R Rahim. "Diagnosis of students zone proximal development on math design instruction: A Rasch analysis", Journal of Physics: Conference Series, 2018 Publicación	<1 %
80	<a href="http://memoriascimted.com">memoriascimted.com</a> Fuente de Internet	<1 %
81	<a href="http://repositorio.une.edu.pe">repositorio.une.edu.pe</a> Fuente de Internet	<1 %
82	<a href="http://www.ssoar.info">www.ssoar.info</a> Fuente de Internet	<1 %

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo